Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

Segundo parcial - 6 de julio de 2013 Duración: 3 horas y media

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 30 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 7,5 puntos **Respuesta incorrecta: -1,875 punto** **No responde: 0 punto**

Ejercicio 1.
Sea $f(x) = 2\log(\cos x) + x^2$. El coeficiente de x^4 del desarrollo de Taylor de f en $x = 0$ es:

(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{5}$ (E) $-\frac{1}{6}$

Ejercicio 2.
Se considera el segmento de la recta $y = ax + b$ entre ambos ejes coordenados, con $a, b > 0$. Sea V_1 el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar ese segmento alrededor del eje Ox. Sea V_2 el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar ese segmento alrededor del eje $0y$. Indicar los valores de a y b que verifican $V_1 = 3V_2 = \pi$.

(A) $a = 1$, $b = \sqrt[3]{3}$

(B) $a = \frac{1}{3}$, $b = 1$

(C) $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt[3]{3}$

(D) $a = \frac{1}{3}$, $b = \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$

(E) $a = 3$, $b = \sqrt[3]{9}$

Ejercicio 3.
Indicar el valor de:

$$\int_0^1 \frac{x}{x^3 + x^2 + x + 1} dx.$$

(A) $\frac{\pi}{2} - \log 2$ (B) $\frac{\pi}{8}$ (C) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\log 2$ (D) $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}\log 2$ (E) $\frac{1}{4}\log 2$

Ejercicio 4.
Se considera la integral:

$$\int_0^{+\infty} (x^3 + 3x)e^{-x^2} dx.$$

Indicar a qué valor converge la integral:

(A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) $\frac{7}{2}$ (E) 4

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL **Cálculo 1**

SEGUNDO PARCIAL - 6 DE JULIO DE 2013 DURACIÓN: 3 HORAS Y MEDIA

N° de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Desarrollo (Total: 30 puntos) Justificar las respuestas.

Ejercicio 1.
(15 puntos)
Sean I un intervalo, y $f : I \to \mathbb{R}$ una función continua.

1. Definir "primitiva de f en I".
2. Sea $x_0 \in I$, y sea $F : I \to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \int_{x_0}^{x} f(t)dt$. Probar la siguiente afirmación del Teorema Fundamental del Cálculo: F es derivable en I y $F'(x) = f(x)$.
3. Sea J otro intervalo y $g : J \to I$ derivable. Se define $H : J \to \mathbb{R}$ por $H(x) = \int_{x_0}^{g(x)} f(t)dt$. Probar que H es derivable, y expresar su derivada en términos de f y g.
4. Sea $H : (-1, 1) \to \mathbb{R}$ definida por $H(x) = \int_0^{x^3} \log\left((t+1)(1-t)\right) dt$. Hallar su derivada.

Ejercicio 2.
(15 puntos)

1. Sea $f : [1, +\infty) \to \mathbb{R}^+$ una función continua y monótona decreciente y supongamos que la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f(n)$ converge a S. Sea $S_k = \displaystyle\sum_{i=1}^{k} f(i)$. Demostrar que:
$$S - S_k < \int_k^{+\infty} f(t)dt, \ \ \forall k \in \mathbb{Z}^+.$$
2. Sea $S = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}$. Utilizando la parte anterior indicar cuántos términos hay que sumar para que el error al calcular S sea menor que $\dfrac{1}{20000}$.