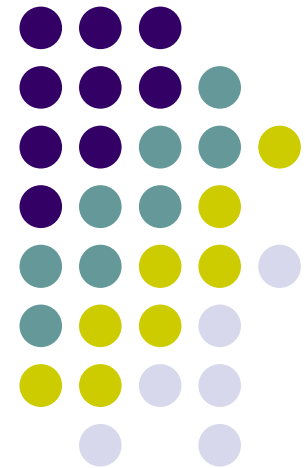


Las ecuaciones de Maxwell y las ondas electromagnéticas

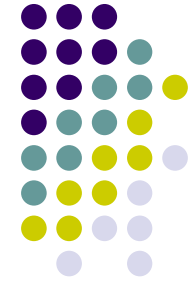


Las ecuaciones básicas del electromagnetismo



- Aunque existen muchas diferencias en las propiedades físicas de los campos **E** y **B**, sus propiedades matemáticas tienen varias semejanzas.
- *Consideremos una región del espacio donde existen esos dos campos, pero no cargas ni corrientes.*
- Los campos pueden deberse a cargas y corrientes de otras regiones del espacio.

Las ecuaciones básicas del electromagnetismo



- Si elegimos una superficie cerrada en esta región:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Las dos ecuaciones anteriores presentan exactamente la misma forma, *que representa una importante simetría entre los campos eléctrico y magnético.*

Las ecuaciones básicas del electromagnetismo



- Escogemos ahora cualquier trayectoria cerrada en esta región y aplicamos la leyes de Faraday y de Ampere:

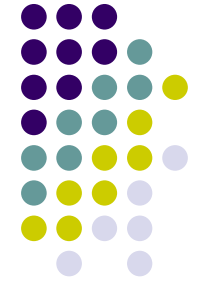
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

La simetría entre **E** y **B** que acabamos de mostrar parece estar ausente.

La ley de Faraday nos indica que, en esta región, un campo magnético variable puede crear un campo eléctrico.

¿Es posible que ocurra lo contrario?

Campos magnéticos inducidos y la corriente de desplazamiento



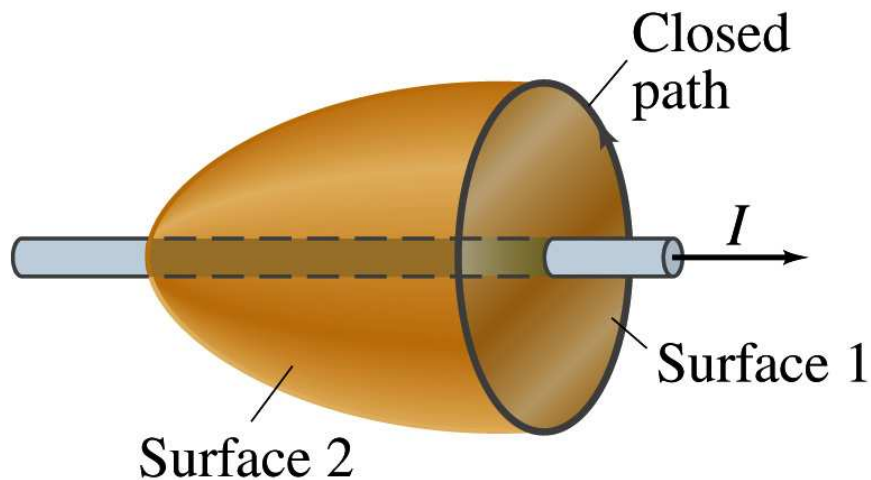
- Ley de Ampere, recordar...
- *La circulación del campo magnético \mathbf{B} a lo largo de una curva cerrada es igual a μ_0 multiplicada por **la corriente total que atraviesa cualquier superficie limitada por dicha curva.***
- Esta superficie no es preciso sea plana.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Problems with Ampere's Law

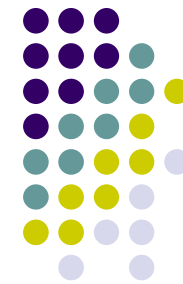


$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_o I_{\text{encl}} + ?$$



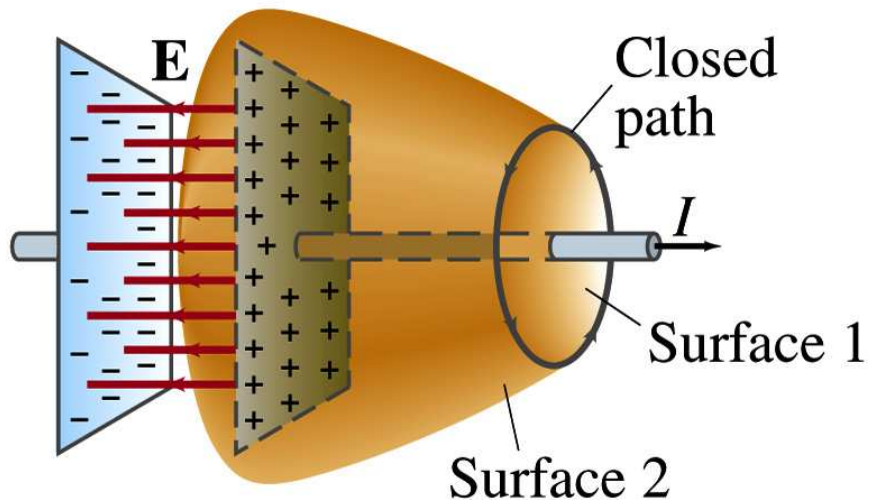
$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_o I$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$



But what if.....

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_o I_{\text{encl}} + ?$$



$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_o (0)$$

$$|\vec{B}| = 0 \quad \text{?????}$$

Maxwell's modification to Ampere's Law



Gauss' Law says that:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}_2 = ES_2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

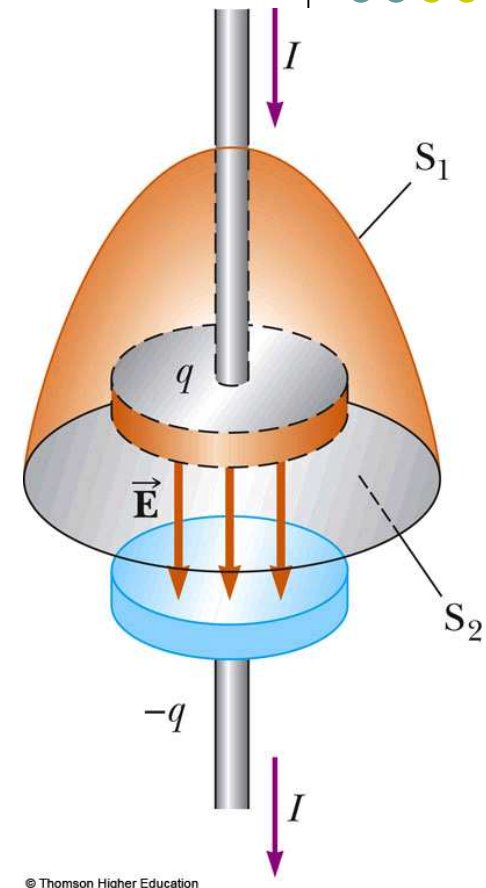
So one has:

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{\epsilon_0} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dq}{dt} \equiv \frac{1}{\epsilon_0} I_d$$

Here I_d is called the displacement current. With it, the Ampere's Law is now completed as:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

It is often called Ampere-Maxwell Law





Maxwell's Equations

- While the capacitor is discharging, a current flows
- The electric field between the plates of the capacitor is decreasing as current flows
- Maxwell said the changing electric field is equivalent to a current
- He called it the **displacement current**

Ejemplos





James Clerk Maxwell

- 1831 – 1879
- Scottish physicist
- Provided a mathematical theory that showed a close relationship between all electric and magnetic phenomena
- His equations predict the existence of electromagnetic waves that propagate through space
- His equations unified the electric and magnetic fields, and provide foundations to many modern scientific studies and applications.



© 2004 Thomson - Brooks/Cole

Maxwell's equations of EM waves



Gauss's Law of electric field: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$

Gauss's Law of magnetic field: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Faraday's Law of induction: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Ampere-Maxwell Law: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

These four equations are called Maxwell's Equations. These are the integral forms. The differential forms are:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

With Lorenz force Law,

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

we complete the laws of classical electromagnetism.



Maxwell's Equations

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Gauss's law (electric)}$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad \text{Gauss's law in magnetism}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{Faraday's law}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{Ampere-Maxwell law}$$

- The two Gauss's laws are symmetrical, apart from the absence of the term for magnetic monopoles in Gauss's law for magnetism
- Faraday's law and the Ampere-Maxwell law are symmetrical in that the line integrals of \mathbf{E} and \mathbf{B} around a closed path are related to the rate of change of the respective fluxes



- Gauss's law (electrical):
- The total electric flux through any closed surface equals the net charge inside that surface divided by ϵ_0
- This relates an electric field to the charge distribution that creates it

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

- Gauss's law (magnetism):
- The total magnetic flux through any closed surface is zero
- This says the number of field lines that enter a closed volume must equal the number that leave that volume
- This implies the magnetic field lines cannot begin or end at any point
- Isolated magnetic monopoles have not been observed in nature

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$



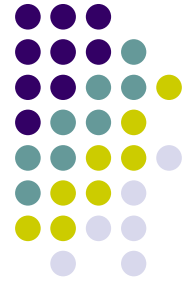
- Faraday's law of Induction:
- This describes the creation of an electric field by a changing magnetic flux
- The law states that the emf, which is the line integral of the electric field around any closed path, equals the rate of change of the magnetic flux through any surface bounded by that path
- One consequence is the current induced in a conducting loop placed in a time-varying **B**

- The Ampere-Maxwell law is a generalization of Ampere's law

- It describes the creation of a magnetic field by an electric field and electric currents
- The line integral of the magnetic field around any closed path is the given sum

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



The Lorentz Force Law

- Once the electric and magnetic fields are known at some point in space, the force acting on a particle of charge q can be calculated
- $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$
- This relationship is called the **Lorentz force law**
- Maxwell's equations, together with this force law, completely describe all classical electromagnetic interactions

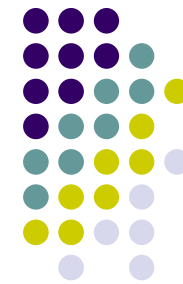
Generación de una onda electromagnética





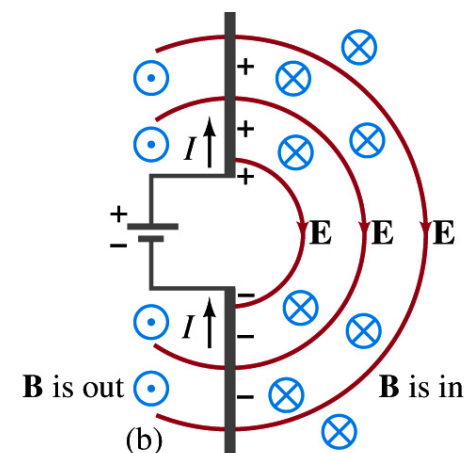
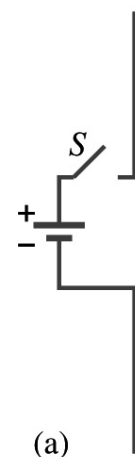
Electromagnetic Waves

- So, a magnetic field will be produced in space if there is a changing electric field
- But, this magnetic field is changing since the electric field is changing
- A changing magnetic field produces an electric field that is also changing
- We have a self-perpetuating system

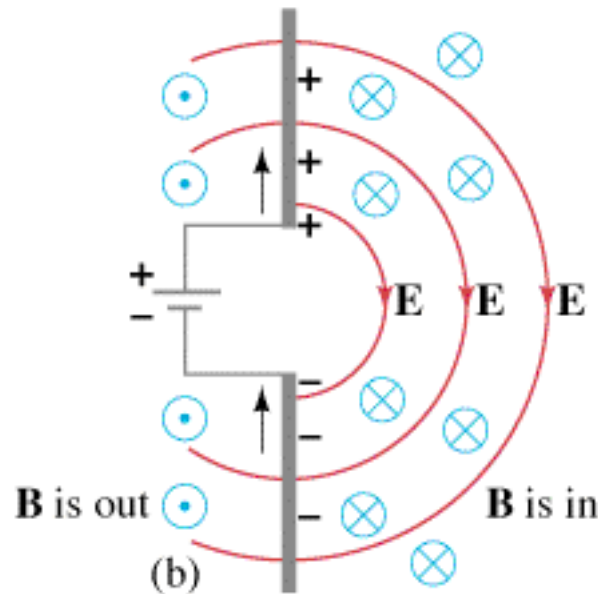
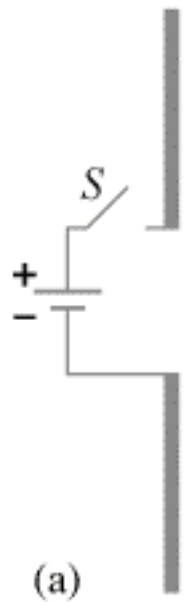
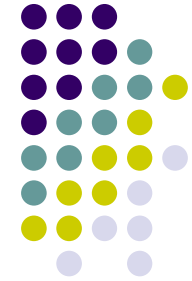


Implication

- A magnetic field will be produced in empty space if there is a changing electric field. (correction to Ampere)
- This magnetic field will be changing. (originally there was none!)
- The changing magnetic field will produce an electric field. (Faraday)
- This changes the electric field.
- This produces a new magnetic field.
- This is a change in the magnetic field.

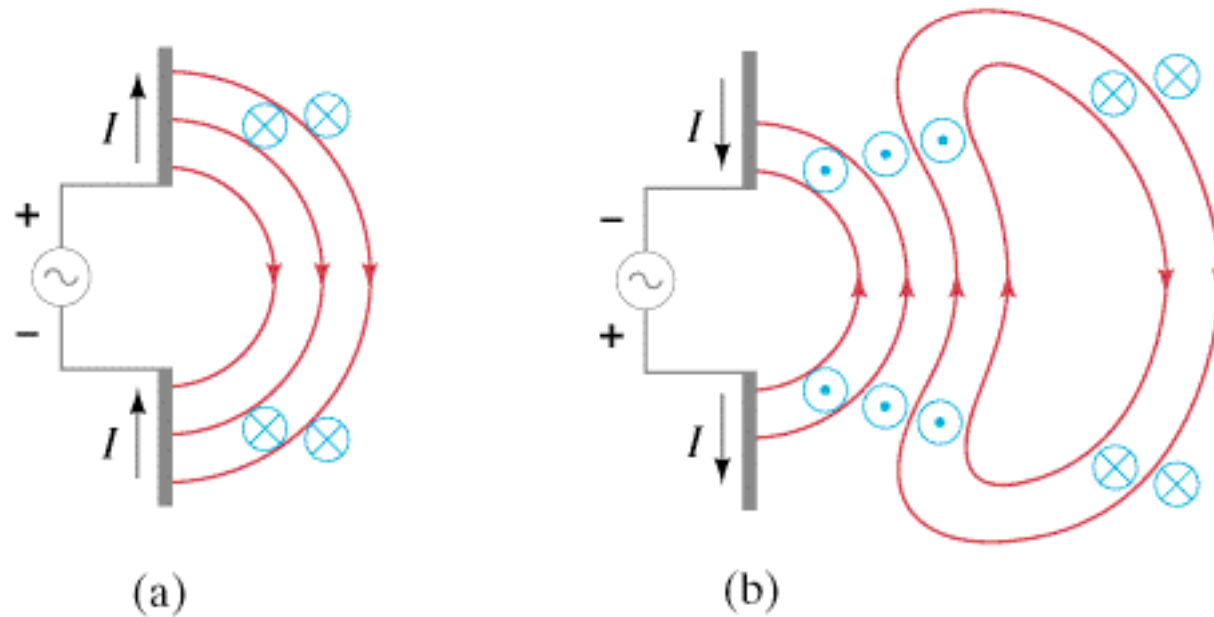
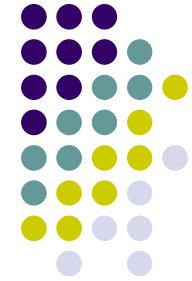


Electromagnetic Waves



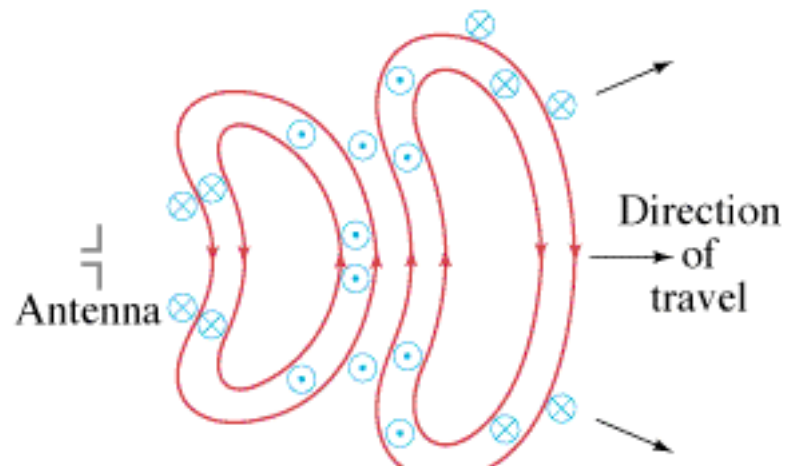
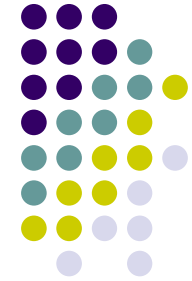
Close switch and current flows briefly. Sets up electric field. Current flow sets up magnetic field as little circles around the wires. Fields not instantaneous, but form in time. Energy is stored in fields and cannot move infinitely fast.

Electromagnetic Waves

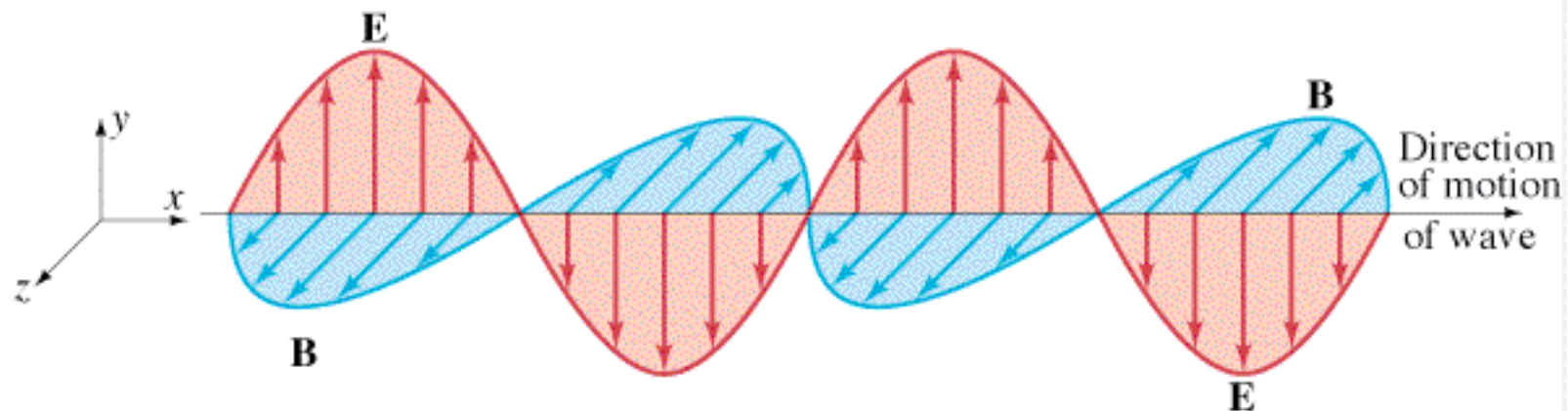


Picture a shows first half cycle. When current reverses in picture b, the fields reverse. See the first disturbance moving outward. These are the electromagnetic waves.

Electromagnetic Waves



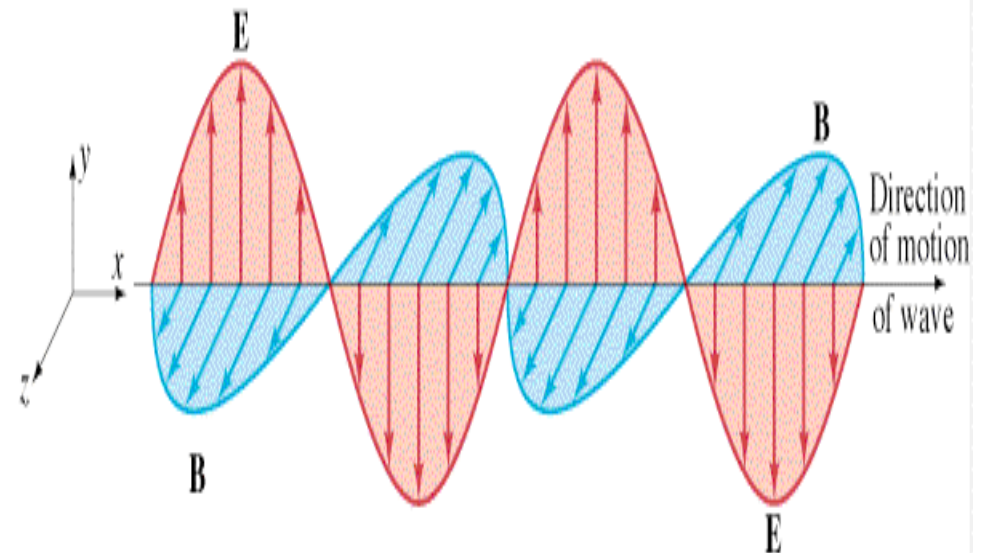
Notice that the electric and magnetic fields are at right angles to one another! They are also perpendicular to the direction of motion of the wave.



Ondas viajeras y las ecuaciones de Maxwell



- La exposición anterior nos ofrece una descripción cualitativa de un tipo de *onda electromagnética viajera*.
- En la presente sección estudiamos la descripción matemática de esta onda, que según veremos concuerda con las ecuaciones de Maxwell.



Ondas viajeras y las ecuaciones de Maxwell



$$E(x, t) = E_m \text{sen}(kx - \omega t)$$

$$B(x, t) = B_m \text{sen}(kx - \omega t)$$

Número de onda k , $k=2\pi/\lambda$; onda se propaga con la rapidez de fase c , $c=\omega/k$.

Ondas viajeras y las ecuaciones de Maxwell

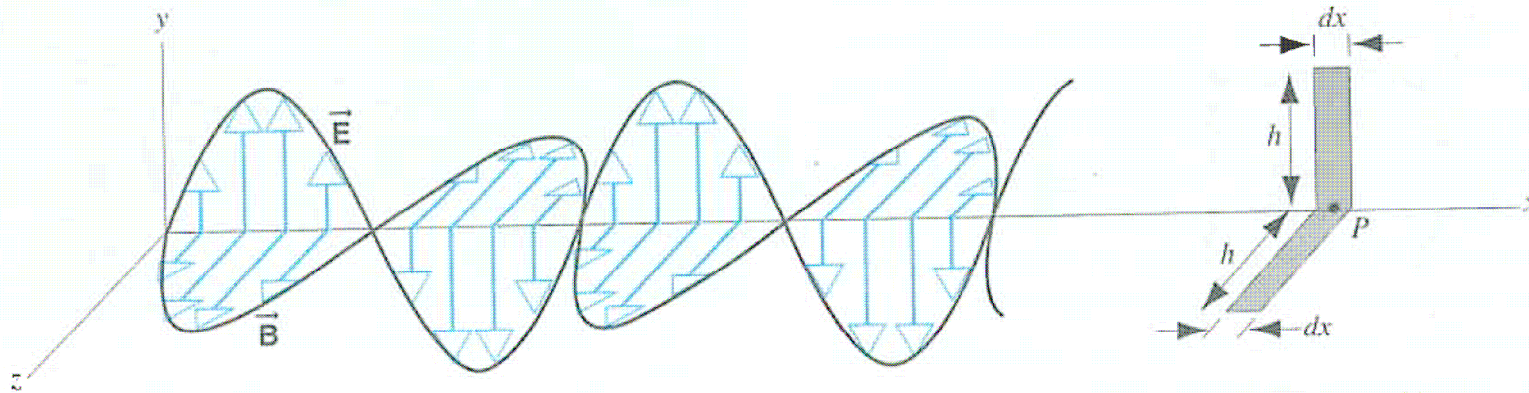


FIGURA 38-8. “Instantánea” de una onda electromagnética que varía senoidalmente viajando en la dirección x . Observamos la onda en el momento de pasar por el punto P . La longitud de los vectores \vec{E} y \vec{B} indica únicamente su variación espacial en varios lugares del eje x . Las longitudes absolutas de estos vectores son arbitrarias.

Ondas viajeras y las ecuaciones de Maxwell

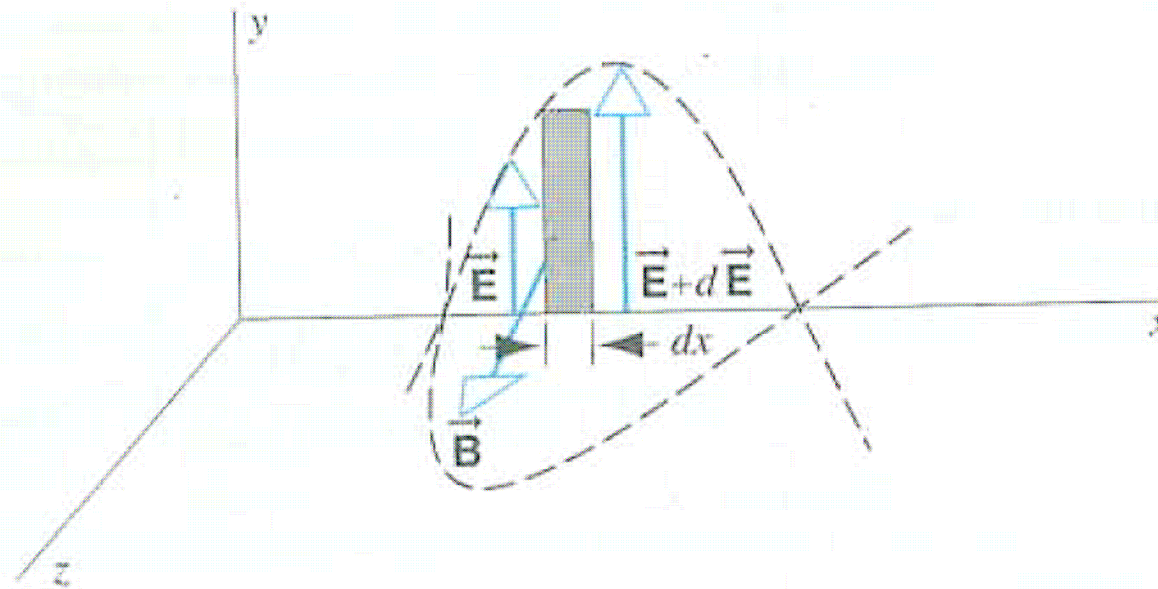
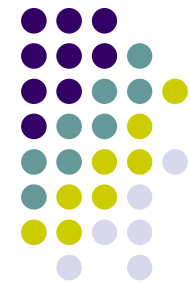


FIGURA 38-9. Detalle de la tira vertical de la figura 38-8 en el momento en que la atraviesa la onda.

Faraday's Law of induction:
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ondas viajeras y las ecuaciones de Maxwell

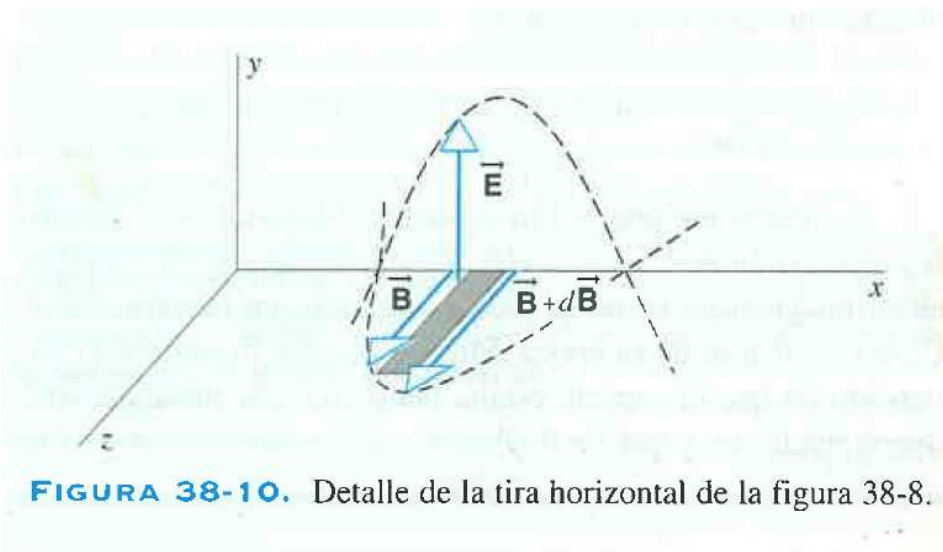


FIGURA 38-10. Detalle de la tira horizontal de la figura 38-8.

El flujo eléctrico cambiante (o corriente de desplazamiento) en la superficie rectangular induce un campo manético en la tira: ***es el campo magnético de la onda.***

Ampere-Maxwell Law:
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ondas viajeras y las ecuaciones de Maxwell



Transporte de energía y el vector de Poynting



- Como cualquier forma de onda, una onda electromagnética *puede transportar energía de un lugar a otro*.
- El calor radiante de un fuego es un ejemplo común de energía que fluye por medio de ondas electromagnéticas.
- El flujo de energía en una OEM suele medirse en función de la *rapidez con que fluye la energía por unidad de superficie*.
- O en forma equivalente, la potencia electromagnética por unidad de superficie.

Transporte de energía y el vector de Poynting

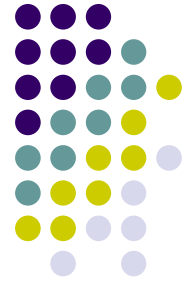


- Describimos la magnitud y la dirección del flujo de energía en función de un vector:

vector de Poynting **S**:

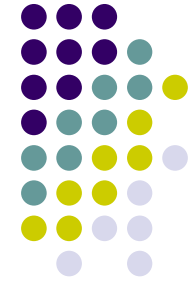
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Transporte de energía y el vector de Poynting

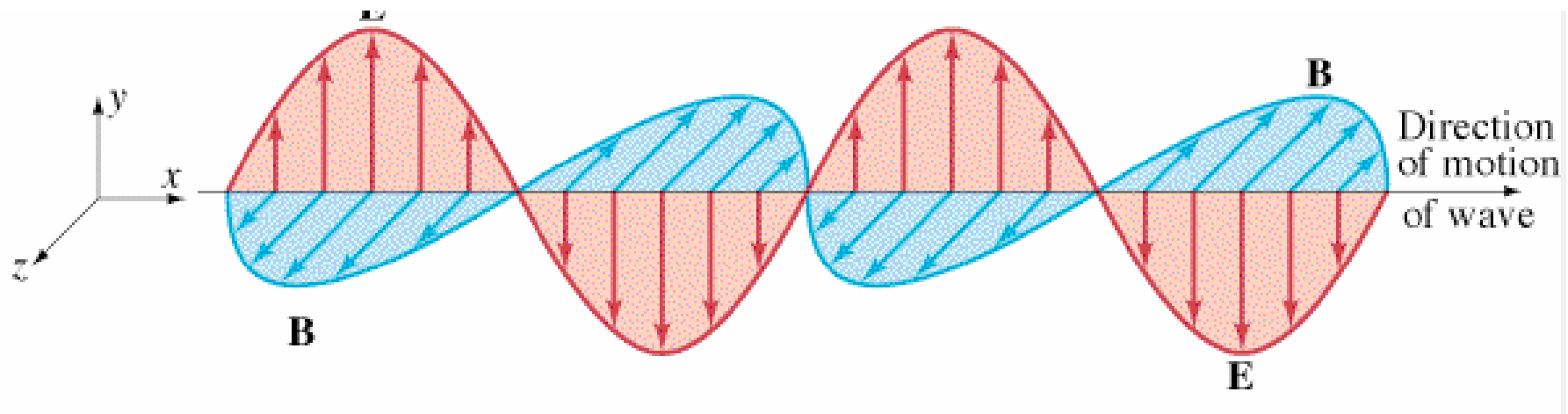


- i) Mostraremos que tal como se define \mathbf{S} , *indica la dirección del desplazamiento de la onda.*
- ii) Examinaremos la magnitud de \mathbf{S} y demostraremos que *se obtiene la potencia por unidad de superficie de la onda.*

Transporte de energía y el vector de Poynting



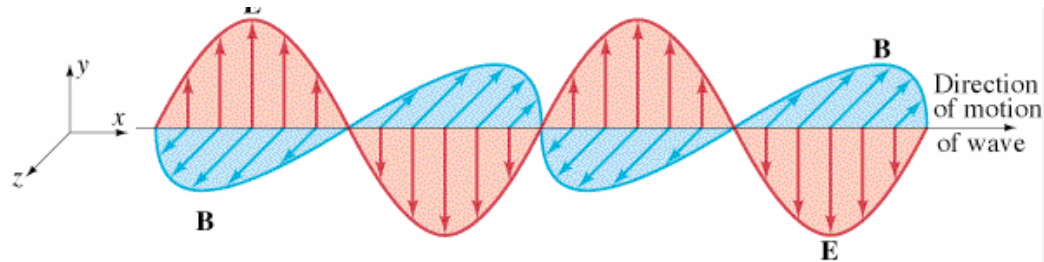
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$



Transporte de energía y el vector de Poynting



$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \mathbf{B}$$



Donde \mathbf{S} , \mathbf{E} y \mathbf{B} son los valores instantáneos en el punto de observación.

Recordar...

$$E = cB$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Transporte de energía y el vector de Poynting



- Recordar la densidad de energía (energía por unidad de volumen) en cualquier punto donde *hay un campo eléctrico o magnético*.

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$u_B = \frac{1}{2} B^2 \quad / \quad \mu_0$$

Transporte de energía y el vector de Poynting

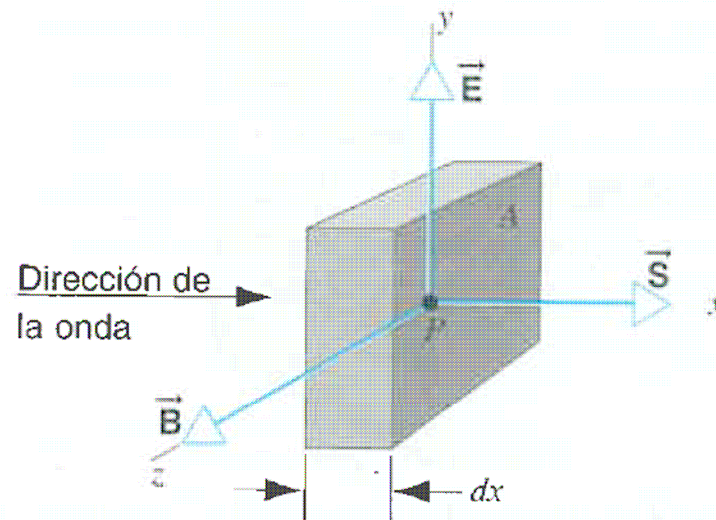
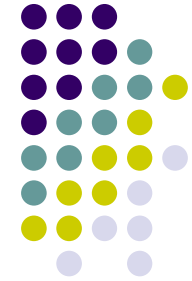


FIGURA 38-11. Una onda electromagnética atraviesa un pequeño volumen en el punto P . Se muestran los campos y el vector de Poynting en un instante particular.

Intensidad de una onda electromagnética



$$S = \frac{1}{\mu_0} EB$$

- Esta ecuación relaciona la magnitud de S en cualquier lugar con la de E y la de B allí en un valor en particular de tiempo.
- Estos valores *fluctúan muy rápidamente con el tiempo*; por ej. La frecuencia de una onda luminosa es de unos 10^{15} Hz.
- En la mayoría de los detectores (incluido el ojo humano), *esta fluctuación resulta demasiado rápida para el observador*.
- **En cambio vemos el promedio en el tiempo de S , tomado en muchos ciclos de una onda.**
- A dicho promedio S_{pro} se le conoce también como *intensidad I de la onda*.