Problema 2

a. Llamaremos D_1 al diodo vertical y D_2 al horizontal.

i) El operacional claramente funciona como comparador, por lo tanto en el intervalo $(0, T_1)$ la salida del operacional estará a $+V_{CC}$ y en el intervalo (T_1, T_1+T_2) estará saturado a $-V_{CC}$ Cuando el operacional está saturado a $+V_{CC}$, con el condensador inicialmente descargado es lógico suponer que ambos diodos están cortados inicialmente. Con ambos diodos cortados, el condensador se cargará exponencialmente de 0 a $+V_{CC}$ es decir:

$$v_C(t) = V_{CC}\left(1 - e^{-\dfrac{t}{\tau}}\right),\ \forall t \in (0, t^1)$$

donde t^1 es el tiempo en el cual el diodo D_2 comienza a conducir.
La caída de voltaje en el diodo D_1 es $v_{D_1}(t) = -v_C t < 0$ por lo cual se verifica que el diodo D_1 está cortado. Para el diodo D_2 la caída es $v_{D_2}(t) = E - v_C(t)$ la cual es negativa mientras $v_C(t) < E$, esto se cumple hasta un tiempo $t^1 = -\tau \ln\left(1 - \dfrac{E}{V_{CC}}\right)$ este valor está bien definido y es positivo ya que el argumento del logaritmo es positivo y menor que 1.

Luego de este tiempo $v_{D_1} = -E$ por lo que D_1 está cortado y $i_{D_2}(t) = \dfrac{V_{CC} - E}{r} > 0$ por lo que D_2 está conduciendo hasta el instante T_1.

Por lo tanto para que $v_C(T_1) = E$ debe cumplirse $T_1 \geq t^1$ es decir $T_{1,min} = t^1 = -\tau \ln\left(1 - \dfrac{E}{V_{CC}}\right)$
Análogamente en el siguiente intervalo $t \in (T_1, T_1+T_2)$ el operacional estará saturado a $-V_{CC}$ y los diodos ambos cortados ya que el condensador comenzará inmediatamente a descargarse. Para este tramo definimos $t' = t - T_1$

$$v_C(t') = -V_{CC} + (E + V_{CC})e^{-\dfrac{t'}{\tau}}$$

Por el mismo argumento D_1 comenzará a conducir en un tiempo t'^2 cuando el condensador se descargue completamente.

$$T_{2,\text{mín}} = t'^2 = \tau \ln\left(1 + \frac{E}{V_{CC}}\right)$$

Las verificaciones de los diodos son análogas al tramo anterior.

ii) Juntando lo obtenido en la parte anterior queda:

$$v_C(t) = \begin{cases} V_{CC}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) & t \in [0, T_{1,\text{mín}}) \\ E & t \in [T_{1,\text{mín}}, T_1) \\ -V_{CC} + (E + V_{CC})e^{-\frac{t-T_1}{\tau}} & t \in [T_1, T_1 + T_{2,\text{mín}}) \\ 0 & t \in [T_1 + T_{2,\text{mín}}, T_1 + T_2] \end{cases}$$

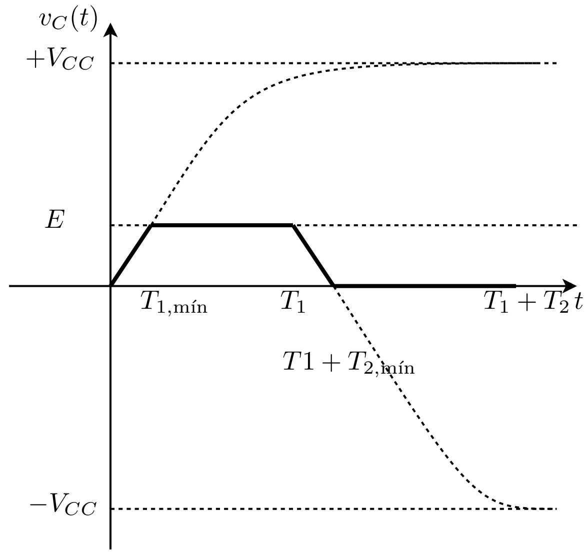

Figura 1: Voltaje en el condensador

b. Para analizar el circuito identificamos bloques, un bloque está dado por el circuito de la parte anterior, el operacional A_2 funciona en configuración seguidora. El operacional A_4 implementa un integrador, y el operacional A_3 un derivador.

i) Llamaremos $v_{o_i}(t)$ a la salida del operacional A_i, $i \in 1.,4$

$$v_{o_3}(t) = -L\frac{d\dfrac{v_C(t)}{R}}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{dv_C(t)}{dt}$$

Cuando $v_{o_3}(t) < 0$ D_3 conduce, esto es fácil de verificar, en este caso la corriente por D_3 es $i_{D_3}(t) = -v_{o_3}(t)/R > 0$
Cuando $v_{o_3}(t) \geq 0$ D_3 está cortado, esto es fácil de verificar también, pues en este caso la caída de voltaje en D_3 es $v_{D_3}(t) = -v_{o_3}(t) \leq 0$.
Por lo tanto está claro que D_3 conducirá cuando $v_C(t)$ sea creciente lo cual ocurre en el intervalo $0, T_{1,\text{mín}}$ y estará cortado cuando $v_C(t)$ sea constante o decreciente.
Asimismo en este intervalo

$$v_o(t) = v_{o_4}(t) = n.E - \frac{1}{R\,C}\int_0^t v_{o_2}(u)\,du = n.E + \frac{\frac{L}{R}}{R\,C} v_C(t) = n.E + v_{C'}(t)$$

En el intervalo $[T_{1,\text{mín}}, T_1]$ el voltaje $v_C(t)$ es constante, por lo que la caída de voltaje en L es nula (la corriente es constante e igual a E/R) por lo cual también es nula la corriente por el condensador C_2, es decir $v_o(t)$ se mantiene constante $v_o(t) = n.E + v_C(T_{1,\text{mín}}) = (n+1)E$.
En el siguiente intervalo v_C es decreciente o constante por lo cual D_3 permanece cortado y el voltaje v_o se mantiene constante e igual a $(n+1)E$.

$$v_o(t) = \begin{cases} n.E + V_{CC}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) & t \in [0, T_{1,\text{mín}}) \\ (n+1).E & t \in [T_{1,\text{mín}}, T_1 + T_2) \end{cases}$$

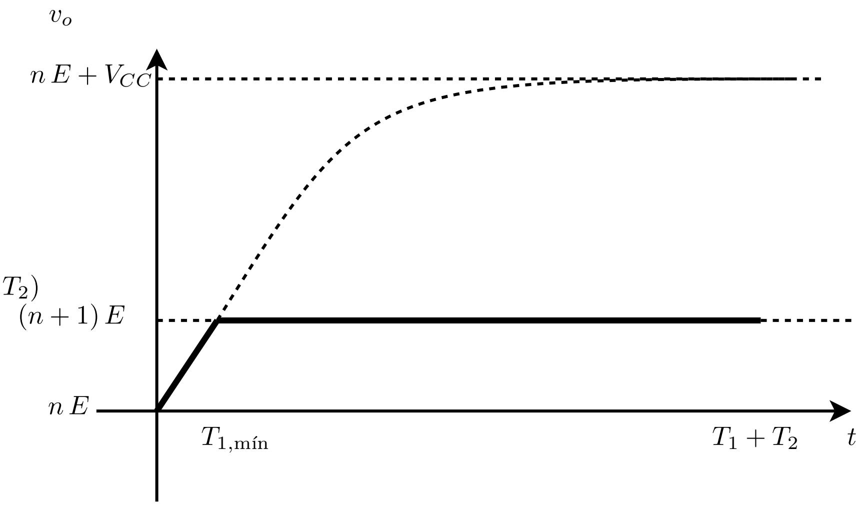

Figura 2: Voltaje $v_o(t)$

ii) De la parte anterior podemos ver que en cada ciclo de la entrada el voltaje en el condensador C' se incremente en E, es decir que $v_o(t_{i+1} = v_o(t_i) + E$, como C' comienza descargado $v_o(t_0 = 0) = 0$. Por inducción es fácil ver que $v_o(t_i) = i.E$

iii) **1)** Claramente el circuito cuenta ciclos de la señal de entrada, ya que la salida es proporcional a la cantidad de ciclos.

2) Se puede poner un Schmidt Trigger para no contar cruces por 0 debido al ruido.