Sistemas Lineales 2

Examen, diciembre de 2013

Problema 1

1. Considere el sistema dinámico S descrito por: $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$ donde:

$$A = \begin{bmatrix} -\omega_0 & 1 \\ 0 & -\omega_0 \end{bmatrix};\ \omega_0 > 0;\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

   a. Utilizando **la definición** de estabilidad interna, indicar si el sistema S es o no internamente estable. Justifique.

   b. ¿El sistema S es BIBO estable? Justifique.

   c. Calcule la respuesta a impulso de S.

2. Considere la interconexión realimentada del sistema S con un sistema S' cuya transferencia es: $k\frac{\omega_1^4}{(s+\omega_1)^2}$ donde $\omega_1 = 1000\omega_0$ y $k > 0$, ver figura 1.

   a) Realice los diagramas de Bode del opuesto a la ganancia en lazo abierto. Calcule los valores del diagrama real en los puntos notables.

   b) Discuta la estabilidad BIBO del sistema en función de $k > 0$ mediante el criterio de Nyquist. Justifique todas las aproximaciones realizadas.

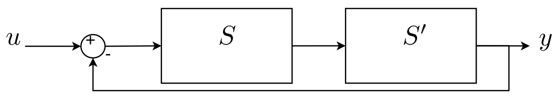

Figura 1:

3. Al sistema se le agrega un filtro F, como muestra la figura 2. El mismo es estable y tiene una respuesta en frecuencia como se muestra en la figura 3. Tomando $k = \frac{1}{2000}$, determinar la frecuencia ω_c del filtro en función de ω_0 para maximizar el margen de fase del sistema realimentado. Calcular dicho margen de fase. Justifique.

4. Calcular, para la Fig. 2, la salida $y(t)$ en régimen cuando la entrada $u(t)$ es un escalón.

5. Calcular, para la Fig. 2, la salida $y(t)$ en régimen cuando la entrada $u(t)$ es: $u(t) = Y(t)cos(\omega_0 t)$

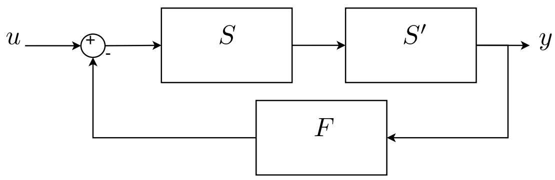

Figura 2:

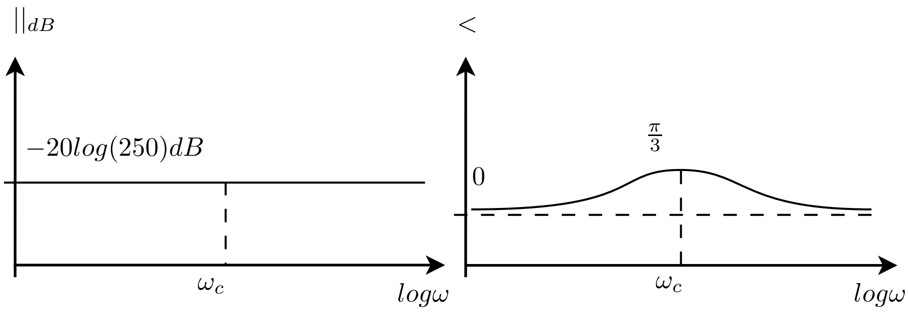

Figura 3: Respuesta en frecuencia del filtro F.

Problema 2

En este problema todos los operacionales son ideales alimentados con $\pm V_{CC}$. No es necesario justificar explícitamente el estado de cada elemento no lineal en cada tramo.

a. Considere el circuito de la figura 4, con una entrada continua $v_i(t)$ como la de la figura 5: $v_i(t) > 0$ en $t \in (0, T1)$, $v_i(t) < 0$ en $t \in (T1, T1 + T_2)$ y v_i sólo se anula en $t \in \{0, T1, T_1 + T_2\}$. Asuma $E < V_{CC}$ y que el condensador C arranca inicialmente descargado.

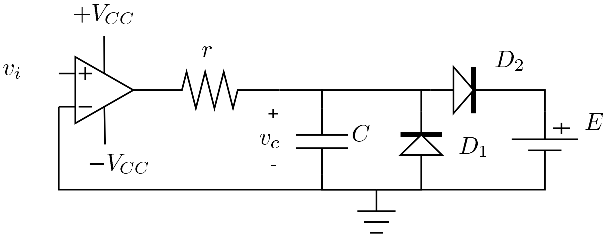

Figura 4: Circuito de la parte a.

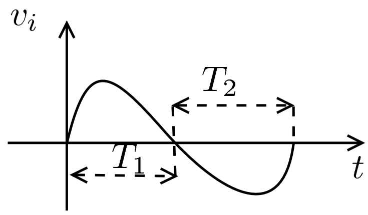

Figura 5: Entrada $v_i(t)$

i) Hallar los valores mínimos de T_1 y T_2 ($T_{1,\text{mín}}$ y $T_{2,\text{mín}}$) para que $v_C(T_1) = E$ y vuelva a ser nulo en $t = T_1 + T_2$. Exprese sus resultados sólo en términos de E , V_{CC}, y $\tau = r\,C$.

ii) Asumiendo que se cumplen las restricciones anteriormente calculadas, hallar y graficar $v_C(t)$ para $t \in [0, T_1 + T_2)$. Indique en la gráfica el estado de cada elemento no lineal.

b. Considere el circuito de la figura 6. Se sabe que $\dfrac{L}{R} = R.C' = \tau' \ll \tau$, $V_{CC} \gg E$. Asuma que el amplificador operaciional A_3 trabaja siempre en la zona lineal.

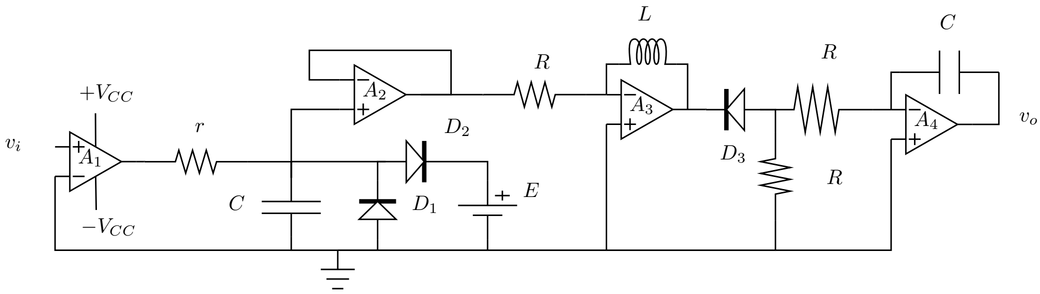

Figura 6: Circuito correspondiente a la parte **b** del problema 2

i) Para la misma entrada de la figura 5 con L y C inicialmente en reposo y $v_o(0^-) = n.E$, $n \in \mathbb{N}$, hallar $v_o(t)$ para $t \in [0, T_2 + T_1)$ sabiendo que se cumple $(n + 1).E < V_{CC}$.

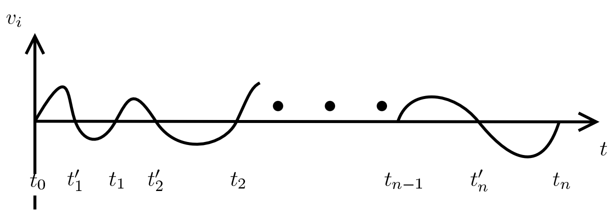

Figura 7: entrada correspondiente a la parte **bii** del problema 2

ii) Hallar $v_o(t_i)$ para una entrada como la de la figura 7, donde $n.E < +V_{CC}$ y $\forall\, i \in [1, n], i \in \mathbb{N}$:

- $T_{i1} = t_i' - t_{i-1} > T_{1,\text{mín}}$ donde $t_0 = 0$
- $T_{i2} = t_i - t_i' > T_{2,\text{mín}}$

<u>**Notar que se piden los valores de v_o sólo evaluado en t_i**</u>

iii) **1**) Cuál puede ser la utilidad de este circuito?

2) Cómo mejoraría el circuito para ser inmune a un ruido pequeño sumado a la entrada?