

Práctico 3 - Álgebra de Boole. Método de Karnaugh. Circuitos lógicos combinatorios.

Objetivo

Comprender las técnicas para la construcción de circuitos combinatorios de mediano porte y conocer los circuitos más comunes: multiplexor, demultiplexor, codificador, decodificador, circuito mayoría.

Notas

- Cuando se hace referencia a la cantidad de entradas de un multiplexor, se refiere a las entradas de control.
- a' representa el complemento de a

Preguntas teóricas:

- (a) ¿Qué es una compuerta básica?
- (b) Para una función de n variables, ¿Cuántas filas tiene su tabla de verdad?
- (c) ¿Qué es un conjunto de operadores lógicamente completos?
- (d) ¿Existe alguna relación entre las representaciones Σ y Π , y la suma de productos canónicos y el productos de sumas canónicas de la función representada?.
- (e) ¿Es verdadera la siguiente afirmación? “El método de Karnaugh asegura que la función resultante tiene una cantidad mínima de compuertas básicas”. Justifique.

Ejercicio 1 ★★

Demostrar las siguientes propiedades del álgebra de Boole utilizando axiomas y teoremas:

- a. $a+1=1$
- b. $a \cdot 0=0$
- c. $a+a \cdot b=a$
- d. $a \cdot (a+b)=a$
- e. $a+a' \cdot b=a+b$

Ejercicio 2 ★★

Demostrar las siguientes propiedades del álgebra de Boole utilizando axiomas y teoremas:

- a. $a \cdot b' + a' \cdot b + a' \cdot b' = a' + b'$
- b. $(a+b' + a \cdot b) \cdot (a \cdot b + b \cdot c' + a' \cdot c) = a \cdot b + a' \cdot b' \cdot c$

Ejercicio 3 ★

Simplificar las siguientes funciones booleanas expresando como suma de productos canónicos:

- a. $f(x, y, z) = \sigma(1, 4, 5, 6)$
- b. $g(w, x, y, z) = \sigma(0, 1, 4, 6, 8, 9, 12, 14)$
- c. $h(a, b, c) = \pi(2, 3, 6, 7)$

Ejercicio 4 ★ (en OpenFing)

Simplificar las siguientes expresiones booleanas utilizando mapas de Karnaugh:

- $ab'(a+b')c'+b$
- $a+b+(a'+b+c)'$
- $bc+da+c+dc(ab+dc)$

Ejercicio 5 ★★

A un corredor de seguros se le dan las siguientes instrucciones: *se debe extender una póliza 22 toda vez que el solicitante sea una mujer casada de más de 25 años, un hombre casado de menos de 25 años que nunca ha solicitado una póliza 19, una mujer menor de 25 años, un hombre casado poseedor de una póliza 19, o un hombre casado de más de 25 años que no tiene póliza 19.*

Utilizando las siguientes variables booleanas:

- w para indicar posesión de la póliza 19,
- x para indicar que el solicitante es casado,
- y para indicar que el solicitante es hombre,
- z para indicar que el solicitante es menor de 25 años.

Se pide:

- Construir la tabla de especificación para los casos en que debe extenderse una póliza 22. Reducir la expresión que se obtenga.
- Escribir las instrucciones al corredor de seguros de la forma más sencilla posible.

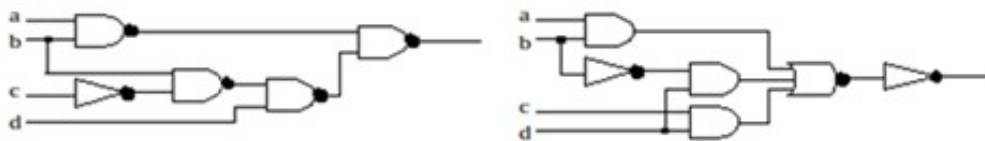
Ejercicio 6 ★

Mostrar con un ejemplo que el mínimo en dos niveles no es único.

Sugerencia: utilizar mapas de Karnaugh.

Ejercicio 7 ★★ (en OpenFing)

Probar que los dos circuitos en la figura siguiente implementan la misma función lógica:

**Ejercicio 8 ★**

Implementar un decodificador de 4 líneas de entradas y 16 de salida.

Ejercicio 9 ★

Implementar un circuito mínimo que tiene como entrada un número entero sin signo de 32 bits y como salida el módulo 16 del número ingresado, representado en 4 bits.

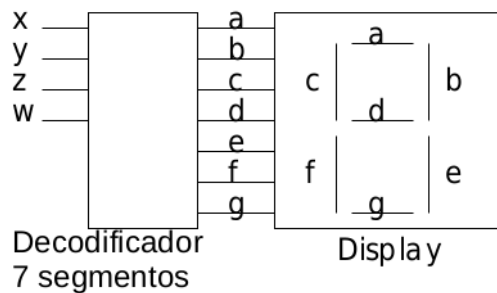
Ejercicio 10 ★★

- Construir una compuerta AND utilizando compuertas NAND.
- Construir una compuerta OR con compuertas NAND.

Ejercicio 11 ★★ (en OpenFing)

Se desea implementar un display de 7 segmentos. Para entradas en el rango 0...9 se debe desplegar el dígito correspondiente. En otro caso se debe desplegar E. La salida son 7 valores que corresponden a cada uno de los segmentos. Un segmento se enciende cuando se pone un 1 en la entrada correspondiente. Se solicita:

- Construir el decodificador 7 segmentos utilizando un decodificador y compuertas OR.
- Construir el decodificador hallando la expresión mínima en dos niveles para cada una de sus salidas.

**Ejercicio 12 ★★★**

Sea x un número entero con signo representado en complemento a dos de 3 bits.

Implemente la función $f(x) = -x$ (siendo $-3 \leq x \leq 3$) utilizando únicamente multiplexores.

Ejercicio 13 ★★★

Construir un circuito que compare dos números enteros sin signo de 4 bits. Se dispone solamente de compuertas lógicas (AND, OR, NOT, XOR). Las entradas al circuito son $a_3 a_2 a_1 a_0 b_3 b_2 b_1 b_0$, donde a_3 es el bit más significativo del número A y b_3 el más significativo de B.

Las salidas del circuito son:

- $A > B$ (es 1 si el número A es mayor que el número B),
- $A = B$ (es 1 si el número A es igual que el número B),
- $A < B$ (es 1 si el número A es menor que el número B)

Sugerencia: como primera etapa, diseñar un comparador de números de 2 bits.

Ejercicio 14 ★★

Minimize las siguientes funciones de 5 variables utilizando el método de Karnaugh.

- $f(a, b, c, d, e) = \sigma(0, 1, 4, 5, 16, 17, 20, 21)$
- $f(a, b, c, d, e) = \sigma(4, 7, 10, 11, 15, 18, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30, 31)$
- $f(a, b, c, d, e) = \pi(0, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 24, 26, 29, 31)$
- $f(a, b, c, d, e) = \sigma(0, 1, 3, 5, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 26, 27, 30, 31)$
- $f(a, b, c, d, e) = \sigma(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 22, 25, 27, 31)$