

Figura 1: Circuito del Problema 3

Solución del Problema 3:

La figura 1 representa al circuito trifásico en fasores. La carga es $Z = 30 \cdot (\sqrt{3} + j)\Omega$.

Parte a)

Calculamos primero las tensiones de línea (o compuestas). Analizamos sólo una, ya que las demás se rotan 120 grados.

$$U_{12} = V_1 - V_2 = V_1 \cdot (1 - e^{-j120^\circ}) = V_1 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ}$$

Entonces

$$U_{12} = V_1 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{+j30^\circ} \quad , \quad U_{23} = V_1 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j90^\circ} \quad , \quad U_{31} = V_1 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{+j150^\circ}$$

y

$$u_{12}(t) = 220 \cdot \sqrt{6} \cdot \cos(100\pi t + 30^\circ) \quad , \quad u_{23}(t) = 220 \cdot \sqrt{6} \cdot \cos(100\pi t - 90^\circ)$$

$$u_{31}(t) = 220 \cdot \sqrt{6} \cdot \cos(100\pi t + 150^\circ)$$

El diagrama respectivo se muestra en la figura 2.

Parte b)

Las tensiones de línea calculadas en la parte anterior son las tensiones de los primarios de los transformadores ideales. Por lo tanto, en los respectivos secundarios, se tendrán dichas tensiones multiplicadas por la relación de transformación. En un transformador ideal $\frac{v_p}{n_1} = \frac{v_s}{n_2} \Rightarrow v_s = \frac{n_2}{n_1} v_p$. Las tensiones de los secundarios forman un sistema trifásico **en estrella**, de valor eficaz $\frac{n_2}{n_1} \cdot 220 \cdot \sqrt{3}$.

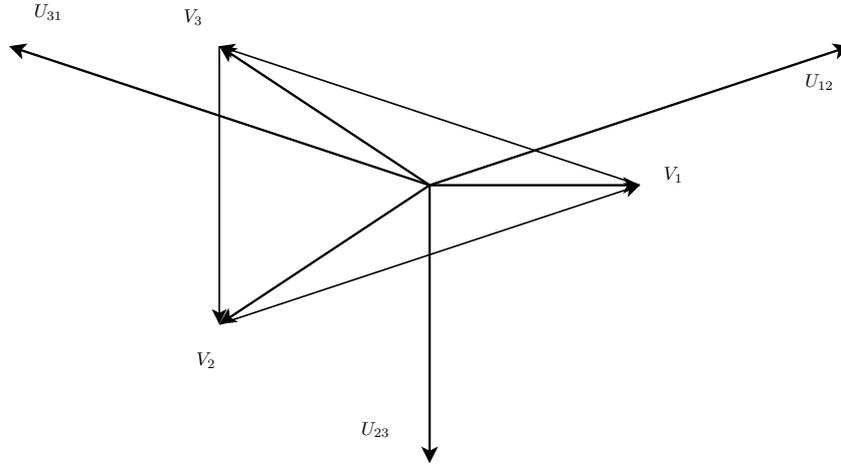


Figura 2: Diagrama fasorial con las tensiones de líneas y las tensiones de las fuentes.

Para una de las cargas, la tensión en bornes es la resta de las dos tensiones de los secundarios conectados a ella. Calculamos una sola, ya que las restantes tienen el mismo módulo y un desfase de 120° . Nuevamente aquí la amplitud se multiplica por $\sqrt{3}$ y se suman 30° . Definiendo

$$V_{Z_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot (U_{12} - U_{23}) \quad , \quad V_{Z_2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot (U_{23} - U_{31}) \quad , \quad V_{Z_3} = \frac{n_2}{n_1} \cdot (U_{31} - U_{12})$$

las respectivas expresiones temporales quedan:

$$v_{Z_1}(t) = 220 \cdot 3 \cdot \frac{n_2}{n_1} \sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t + 60^\circ) \quad , \quad v_{Z_2}(t) = 220 \cdot 3 \cdot \frac{n_2}{n_1} \sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t - 60^\circ)$$

$$v_{Z_3}(t) = 220 \cdot 3 \cdot \frac{n_2}{n_1} \sqrt{2} \cdot \cos(100\pi t + 180^\circ)$$

Calculemos ahora los fasores I'_1 , I'_2 e I'_3 . Lo más sencillo aquí es transfigurar la carga a estrella (que en este caso de cargas idénticas equivale a dividir entre 3 el valor de la impedancia) y directamente obtenemos que $I'_1 = \frac{\frac{n_2}{n_1} \cdot U_{31}}{\frac{Z}{3}}$. Observemos que $\frac{Z}{3} = 20 \cdot e^{j30^\circ}$, por lo que

$$I'_1 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot V_1 \cdot e^{j30^\circ}}{20 \cdot e^{j30^\circ}} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{V_1}{20} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j120^\circ}$$

Repetiendo exactamente los mismos cálculos, llegamos a

$$I'_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{V_1}{20} \cdot \sqrt{3} \quad , \quad I'_3 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{V_1}{20} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j120^\circ}$$

Estas corrientes *salen* del secundario de los transformadores ideales, por lo que están directamente relacionadas con las corrientes de los primarios. Con los sentidos definidos en la figura 1, queda

$$n_1 \cdot I_1 + n_2(-I'_2) = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{n_2}{n_1} \cdot I'_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{20} \cdot \sqrt{3}$$

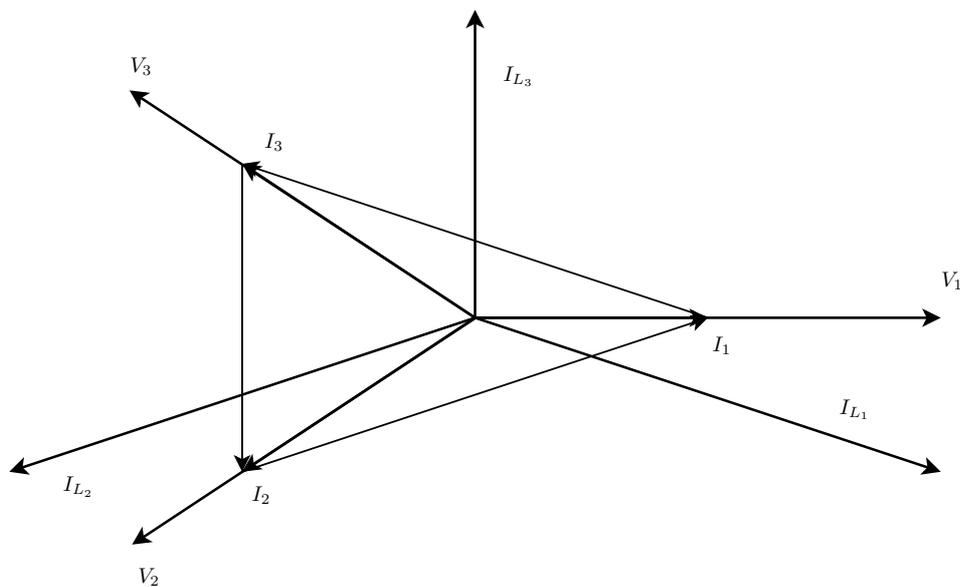


Figura 3: Corrientes por los primarios de los transformadores ideales.

Y, análogamente

$$I_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{20} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j120^\circ} \quad , \quad I_3 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{20} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{+j120^\circ}$$

Observemos que estas corrientes están en fase con las tensiones de línea!!! Representamos esta situación en la figura 2.

Ahora calculemos las corrientes de línea $I_{L1} = I_1 - I_3$. De la observación directa del diagrama fasorial 2, resulta

$$I_{L1} = \left[\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{20} \cdot 3 \right] \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j30^\circ}, \quad I_{L2} = \left[\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{20} \cdot 3 \right] \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j150^\circ}, \quad I_{L3} = \left[\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{20} \cdot 3 \right] \cdot \sqrt{3} \cdot e^{+j90^\circ}$$

La figura 3 muestra estas corrientes junto con las tensiones de las fuentes.

Parte c)

Para compensar la potencia reactiva consumida, observamos primero que las corrientes de las fuentes están retrasadas 30° respecto de las tensiones, lo cual muestra la presencia de una carga inductiva en el sistema (como ya sabíamos). Además, dicha carga puede representarse por una estrella equivalente de valor

$$Z_{eqY} = \frac{V_1}{I_{L1}} = \frac{20}{3} \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot e^{j30^\circ} \Omega$$

Asimismo, dicha estrella puede representarse por un triángulo de impedancias idénticas, de valor

$$Z_{eq\Delta} = 3.Z_{eqY} = \frac{V_1}{I_{L1}} = 20 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot e^{j30^\circ} \cdot \Omega$$

Por lo tanto, para compensar la potencia reactiva entregada por las fuentes, colocamos un triángulo de condensadores en paralelo con la carga, de forma tal que *anulen* la parte imaginaria de la carga total vista por las fuentes. Trabajamos con las admitancias:

$$Cj100\pi + \frac{1}{Z_{eq\Delta}} = Cj100\pi + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{\cos(30^\circ) - j \sin(30^\circ)}{20} \text{ debe ser real}$$

De donde

$$C = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4000\pi} F$$