Sistemas Lineales 1

Segundo parcial

1^{er} semestre 2009

Recomendaciones generales:

- **Leer atentamente todos los ejercicios y asegurarse de no olvidar realizar alguna parte.**
- **En caso de no poder avanzar en un problema, cambiar a otro y volver a él más tarde. No se demore mucho tiempo en un solo ejercicio.**
- **SEA PROLIJO Y EXPLIQUE Y DETALLE BIEN TODOS SUS PASOS. Exprese sus resultados exactamente en el formato pedido. Recuerde que a través de esta evaluación usted debe demostrar sus conocimientos en la materia. Tenga presente que si algo no es claro para el evaluador, usted podría perder los puntos correspondientes a la pregunta.**
- **HACER PROBLEMAS DISTINTOS EN HOJAS SEPARADAS.**
- **PONER EL NOMBRE EN TODAS LAS HOJAS.**
- **Se recuerda que la prueba es individual.**
- **Al finalizar, colocar las hojas dentro del sobre amarillo y entregarlo al docente del salón.**

Problema 1 (13 puntos)

Sean dados $\alpha > 0$, $f_0 > 0$ y $f_S > 2f_0$.

a) Considere la función $x : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ definida como

$$x(t) = \frac{1}{\alpha^2 + 4\pi^2 t^2} \quad , \quad t \in \mathcal{R}$$

Halle $\mathcal{F}\{x\}$. (Sugerencia: halle primero la Transformada de Fourier de $e^{-\alpha|t|}$).

Se usa la señal x, introducida en la parte **a)**, para excitar un sistema lineal invariante en el tiempo, cuya respuesta al impulso es la función $h : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ definida como

$$h(t) = 2f_0.sinc(2f_0 t) = \frac{sen(2\pi f_o t}{2\pi f_o t} \quad , \quad t \in \mathcal{R}$$

b) Calcular explícitamente la integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) - y(t)]^2 dt$$

sólo en términos de $\alpha > 0$ y $f_0 > 0$. Justifique claramente los pasos que realiza.

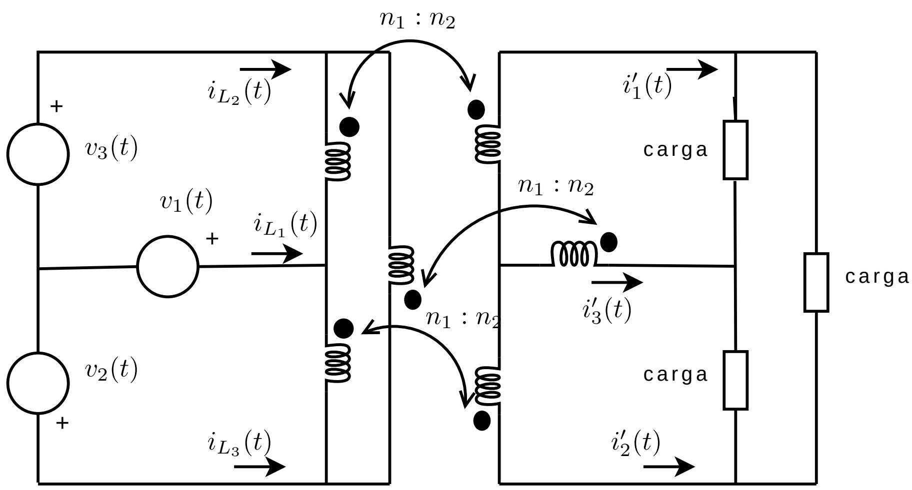

Figura 1: Circuito del Problema 1

Problema 2 (17 puntos)

Se considera el circuito trifásico de la figura 1, que consiste en un sistema de fuentes equilibrado y perfecto

$$v_1(t) = 220.\sqrt{2}.\cos(100\pi\, t) \quad , \quad v_1(t) = 220.\sqrt{2}.\cos(100\pi\, t - 120^o) \quad , \quad v_1(t) = 220.\sqrt{2}.\cos(100\pi\, t - 240^o)$$

que alimenta una carga trifásica equilibrada. Cada fase consiste en la serie de una resistencia y una inductancia tal que, a $50Hz$, la impedancia asociada vale $Z = (30.\sqrt{3} + j30)\,\Omega$. Definiremos las tensiones de línea de manera habitual:

$$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) \quad , \quad u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t) \quad , \quad u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t)$$

a) i) Representar en un mismo diagrama fasorial las tensiones v_1, v_2, v_3, junto con las tensiones de línea, tomando como referencia el fasor asociado a v_1.

   ii) Hallar las expresiones temporales de las tensiones de línea.

b) i) Hallar las expresiones temporales de las tensiones en régimen en bornes de la carga.

   ii) Hallar los fasores asociados a las corrientes relacionadas con las cargas: I'_1, I'_2, I'_3.

   iii) Hallar los fasores asociados a las corrientes de línea I_{L_1}, I_{L_2}, I_{L_3} y **ubicarlos en el diagrama fasorial** construido en la parte a).

c) Se desea compensar la potencia reactiva que entrega el sistema trifásico de fuentes. Para ello se conecta un triángulo de condensadores alimentado por las tensiones de línea. Hallar el valor de la capacidad que debe colocarse para lograr la compensación deseada.

Problema 3 (13 puntos)

Dados los circuitos de la figura 2, cuyas componentes verifican:

$$R_1 = 100\Omega \quad L = 100mHy \quad R_2 = 1\Omega \quad C = 100\mu F$$

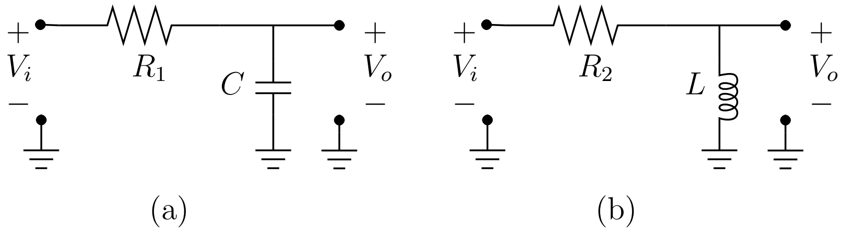

Figura 2: Circuitos básicos del problema 3

.

a) Bosqueje los diagramas de Bode asintóticos **de módulo** de dichos bloques básicos. Identifique las frecuencias importantes de ambos sistemas.

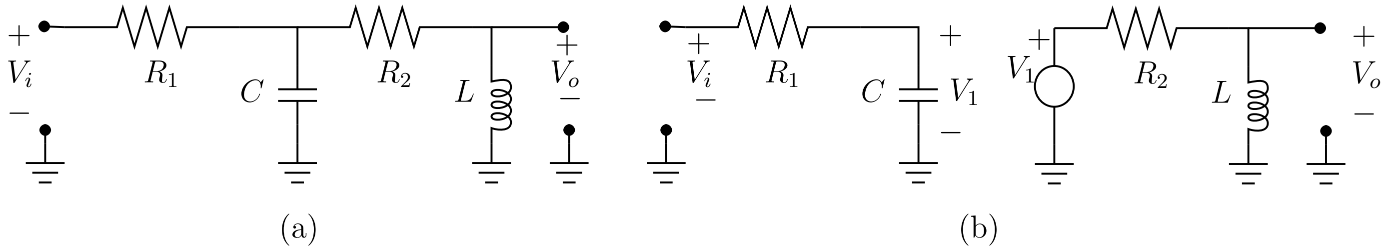

Figura 3: Interconexión de bloques básicos

.

b) Se realiza la interconexión entre los mismos en cascada como indica la figura 3a. Calcule la transferencia resultante y realice el diagrama de Bode asintótico de módulo, identificando las frecuencias relevantes.

c) Se propone cambiar por la interconexión de la figura 3b. La fuente es una fuente dependiente de tensión de ganancia 1. Deduzca la nueva transferencia a partir de la de los bloques básicos y bosqueje el diagrama de Bode de módulo.

c) Explique a qué se deben las diferencias entre las dos partes anteriores.

Problema 4 (17 puntos)

Consideremos el circuito de la figura 4.

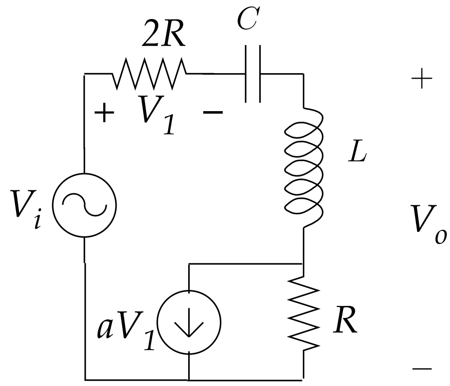

Figura 4: Circuito del Problema 4

.

a) Hallar la transferencia en régimen $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$.

b) Elijamos una pulsación $\omega_0 > 0$. Hallar a, L y C en función de R y ω_0, de manera tal que

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)(j\omega - \omega_0)}{(j\omega)^2 + \omega_0(j\omega) + \omega_0^2}$$

c) Hallar la respuesta en régimen $v_o(t)$ para la entrada $v_i(t) = A.sen(\omega_0 t)$.

d) Dibujar los Diagramas de Bode asintóticos de módulo y fase de $H(j\omega)$, explicando claramente su obtención.

e) i) Mostrar que existe una frecuencia a las cual los fasores asociados a las tensiones de entrada y salida son colineales.

ii) Hallar la frecuencia a la que esto ocurre y calcular la ganancia en decibeles que introduce el sistema a dicha frecuencia.

d) i) Mostrar que existe una frecuencia a las cual los fasores asociados a las tensiones de entrada y salida son perpendiculares.

ii) Hallar la frecuencia a la que esto ocurre y calcular la ganancia en decibeles que introduce el sistema a dicha frecuencia.