Sistemas Lineales 1

Primer parcial

1^{er} semestre 2012

Recomendaciones generales:

- **Leer atentamente todos los ejercicios y asegurarse de no olvidar realizar alguna parte**.
- **En caso de no poder avanzar en un problema, cambiar a otro y volver a él más tarde. No se demore mucho tiempo en un solo ejercicio**.
- **SEA PROLIJO Y EXPLIQUE Y DETALLE BIEN TODOS SUS PASOS. Exprese sus resultados exactamente en el formato pedido. Recuerde que a través de esta evaluación usted debe demostrar sus conocimientos en la materia. Tenga presente que si algo no es claro para el evaluador, usted podría perder los puntos correspondientes a la pregunta**.
- **HACER PROBLEMAS DISTINTOS EN HOJAS SEPARADAS**.
- **PONER EL NOMBRE EN TODAS LAS HOJAS**.
- **Se recuerda que la prueba es individual**.
- **Al finalizar, colocar las hojas dentro del sobre amarillo y entregarlo al docente del salón**.

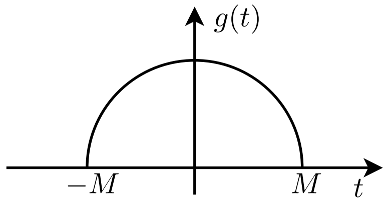
Problema 1 (7 puntos)

a) Sea la distribución $T(t) = \delta(t) \in \mathcal{D}'$ y la distribución $S(t) = \delta(at - \tau) \in \mathcal{D}'$, con $a > 0$.

  i) Mostrar que $S(t) = \frac{1}{|a|}.\delta\left(t - \frac{\tau}{a}\right)$.

  ii) Para $a = 2$, bosquejar en una misma representación gráfica las distribuciones T y S.

b) Sea ahora $T(t) = \sum_{n \in \mathcal{Z}} \delta(t - n\tau)$ y $g(t)$ una función infinitamente diferenciable y de soporte acotado como la que se muestra en la figura. Bosquejar la gráfica de $h(t) = g(t) * T(t)$, discutiendo según la relación entre las constantes positivas τ y M.



Problema 2 (11 puntos)

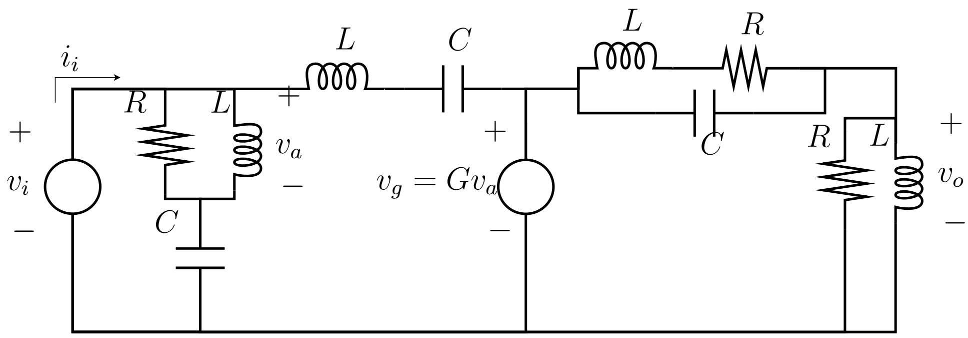


Figura 1:

Considere el circuito de la figura 1, donde v_i es la tensión de entrada y v_o es la tensión de salida en régimen. Responda si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando adecuadamente. **Antes de plantear alguna cuenta, entienda bien la afirmación planteada y su relación con el circuito**.

a) En régimen permanente, con una tensión de alimentación $v_i(t) = E\sin(\omega t)$, $\omega \approx 0$ tanto la potencia activa como la reactiva, entregada o absorbida por la fuente de tensión $v_i(t)$, es nula.

b) El cociente entre las tensiones $V_G(j\omega)$ y $V_o(j\omega)$, $\frac{V_o(j\omega)}{V_G(j\omega)}$, es independiente de la tensión de alimentación $V_i(j\omega)$.

c) La transferencia en régimen sinusoidal del circuito es: $\dfrac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \dfrac{[\frac{L}{R}(j\omega)+1][(j\omega)+\frac{G}{RC}]}{[LC(j\omega)^2+RC(j\omega)+1][(j\omega)^3+\frac{1}{LRC^2}]}$.

d) Considere una sucesión de entradas $v_i^n(t)$, cuyo término genérico se muestra en la figura 2. Para cada entrada $v_i^n(t)$ se define $v_o^n(t)$ como la respuesta del circuito ante la tensión de entrada $v_i^n(t)$. Se cumple

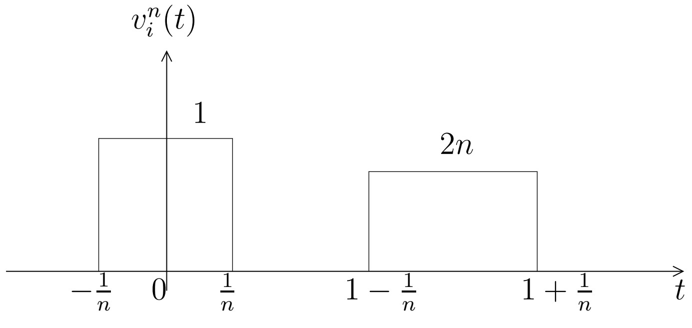
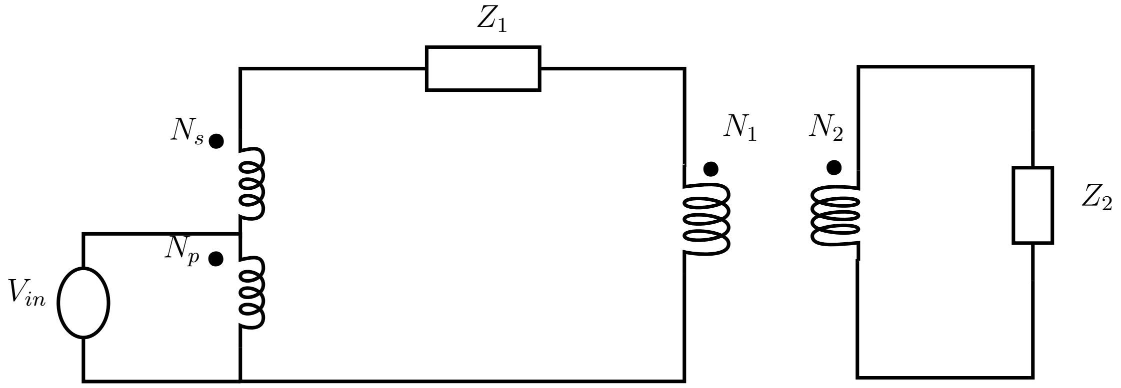


Figura 2:

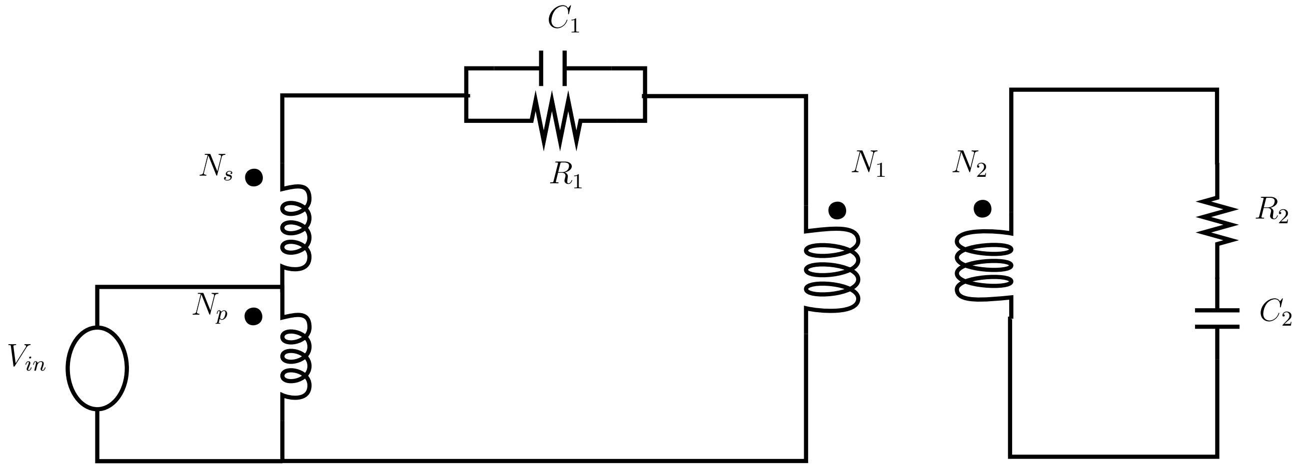
que: $\lim\limits_{n\to+\infty} v_o^n(t) = h(t)$, siendo $h(t)$ la respuesta al impulso del sistema.

Problema 3 (13 puntos)

a) Halle la impedancia vista por la fuente de tensión V_i del circuito de la siguiente figura. Considere todos los transformadores ideales con las relaciones de vueltas indicadas en el dibujo.



b) Ahora considere el circuito que se muestra a continuación. En éste nuevo circuito la fuente de tensión es: $v_{in}(t) = 230V\sqrt{2}sen(\omega t - \frac{\pi}{4}rad)$. Para dicho circuito halle el fasor asociado a la fuente de tensión y el fasor de corriente que entrega la fuente de tensión.



c) Considere de aquí en adelante que: $\frac{2N_P}{N_S} = \frac{N_1}{N_2} = 2, R_1 = 8\Omega, R_2 = 3\Omega, C_1 = 10\mu F, C_2 = 20\mu F$ y $\omega = 100\pi rad/s$. Dibuje un diagrama fasorial en el que se incluya el fasor asociado a la fuente de tensión y el fasor asociado a la fuente de corriente que entrega la fuente. Además, halle la expresión temporal de dicha corriente.

d) Calcule la potencia aparente que consume el circuito. ¿El circuito es inductivo o capacitivo? Justifique.

e) Se desea obtener un factor de potencia igual a la unidad. Indique qué elemento colocaría, cómo lo colocaría y su valor (con sus respectivas unidades) a los efectos de cumplir el objetivo indicado y sin alterar la potencia activa consumida por el circuito (es decir, antes y después de la compensación, la potencia activa del circuito se mantendrá en el mismo valor). Realice también un nuevo diagrama fasorial en el que se vean claramente el fasor asociado a la corriente que entrega la fuente de tensión y su respectivo fasor asociado de tensión.

Problema 4 (9 puntos)

a) Calcule la derivada segunda como distribución de la función h periódica de periodo τ que entre $-\frac{\tau}{2}$ y $\frac{\tau}{2}$ vale:

$$h(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{\tau}{2} \leq t < 0 \\ \frac{A}{\tau}t & 0 \leq t < \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

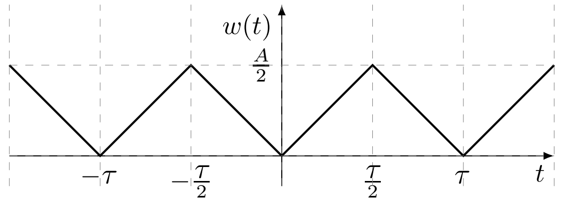
Exprese el resultado gráfica y analíticamente.

b) Halle los coeficientes de Fourier de $h(t)$.

c) Sea f una función periódica real y cuadrático integrable en un periodo. Hallar los coeficientes de Fourier de la función $g(t) = f(-t)$ en función de los de $f(t)$.

d) Halle los coeficientes de Fourier de la función periódica w, de periodo τ, que entre $-\frac{\tau}{2}$ y $\frac{\tau}{2}$ vale:

$$w(t) = \begin{cases} -\frac{A}{\tau}t & -\frac{\tau}{2} \leq t < 0 \\ \frac{A}{\tau}t & 0 \leq t < \frac{\tau}{2} \end{cases}$$



Se sugiere relacionar esta función con las partes anteriores.

Solución

Problema 1

a) i) Probaremos la igualdad de las distribuciones en cuestión viendo que coinciden al aplicarlas a cualquier elemento de $\mathcal{D}$. Sea $\varphi \in \mathcal{D}$ arbitraria. Consideremos $< S(t), \varphi(t) >$ y el cambio de variable:

$$u = at - \tau \Rightarrow t = g(u) = \frac{u+\tau}{a} \Rightarrow g'(u) = \frac{1}{a}$$

Entonces, aplicando la definición de cambio de variable en distribuciones, nos queda la identidad:

$$< S(t), \varphi(t) >= \left\langle S\left(g(u)\right), \varphi\left(g(u)\right).|g'(u)|\right\rangle = \left\langle \delta(u), \frac{1}{|a|}.\varphi\left(\frac{u+\tau}{a}\right)\right\rangle = \frac{1}{|a|}.\varphi(\tau/a)$$

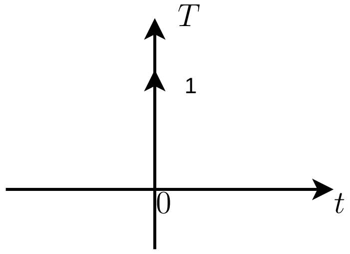
Por otro lado, por la definición de la δ con asiento en τ/a:

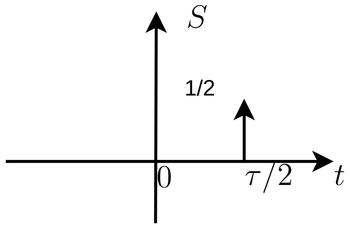
$$\frac{1}{|a|}.\varphi(\tau/a) = \frac{1}{|a|}.\left\langle \delta\left(u - \frac{\tau}{a}\right), \varphi(u)\right\rangle = \left\langle \frac{1}{|a|}.\delta_{\frac{\tau}{a}}, \varphi\right\rangle \quad , \ \forall \varphi \in \mathcal{D}$$

De donde

$$\delta(at - \tau) = \frac{1}{|a|}.\delta\left(t - \frac{\tau}{a}\right)$$

ii)Tanto T como S representan un impulso. Para el caso $a = 2$, el impulso de S es más *chico* y está asentado en $\frac{\tau}{2}$ segundos.



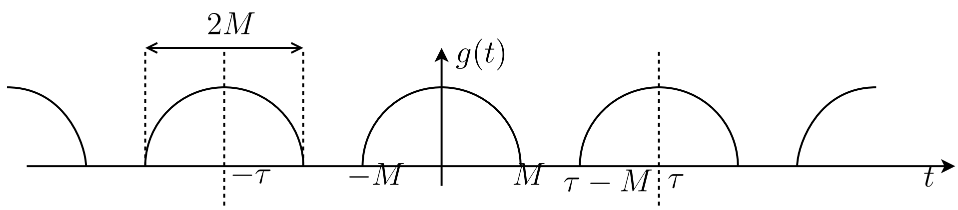


b) Por definición directa de la convolución de una función C^{∞} con una distribución o por el Teorema de la Regularizada, para el caso particular de la δ corrida, sabemos que

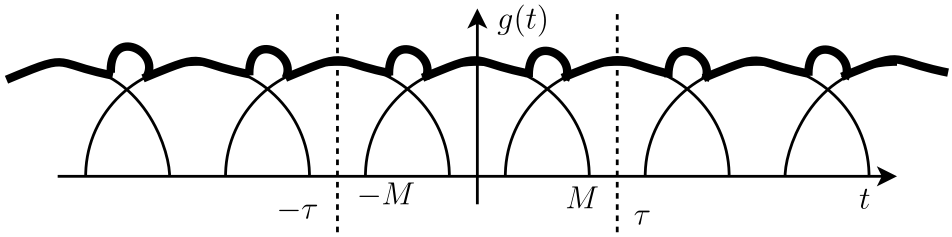
$$g(t) * \delta(t - \tau) = g(t - \tau)$$

Entonces
$$h(t) = \sum_{n\in\mathcal{Z}} g(t - n\tau)$$
Esta función es periódica, de periodo τ. Para bosquejar $h(t)$, debemos distinguir dos casos.

I. $2M < \tau$ - En esta situación, las funciones $g(t-n\tau)$ y $g(t-m\tau)$ tienen soporte disjuntos siempre que $n \neq m$. Entonces, para un valor dado de t_0, la sumatoria que define $h(t_0)$ se reduce a un único término: $g(t_0 - N\tau)$, siendo N tal que t_0 pertenece al soporte de $g(t - N\tau)$. Por lo tanto, $h(t)$ es una función periódica, de periodo τ, que en un periodo repite la información de $g(t)$.



II. $2M > \tau$ - En esta situación, ya no se cumple que la sumatoria que define $h(t_0)$ contiene un único término. Al tener g soporte acotado, la suma siempre tiene un número finito de términos no nulos, pero cuántos términos no nulos dependerá de cuántas δ's equiespaciadas τ entren en el soporte de $g(t - n\tau)$, y esto depende directamente de la relación entre M y τ. A diferencia de la situación anterior, $h(t)$ no recupera en un periodo la información de $g(t)$.



Problema 2

a) **Correcto** En régimen permanente a frecuencias $\omega \approx 0$ las impedancias asociadas a las inductancias y los condensadores resultan:
$$j\omega L \approx 0\Omega \ , \ \frac{1}{j\omega C} \approx \infty.$$
De este modo, para bajas frecuencias el circuito resulta como el de la figura 3. De aquí resulta evidente que $I_i(j\omega) = 0$A y por lo tanto $P = 0$W y $Q = 0$VAR.

b) **Correcto** Considerando $Z_1(j\omega)$ y $Z_2(j\omega)$ las impedancias equivalentes de la figura 4, la relación entre el fasor asociado a la tensión v_g y el fasor asociado a la tensión de salida v_o resulta:
$$\frac{V_o(j\omega)}{V_G(j\omega)} = \frac{Z_2(j\omega)}{Z_2(j\omega) + Z_1(j\omega)} \text{ (divisor de tensión).}$$

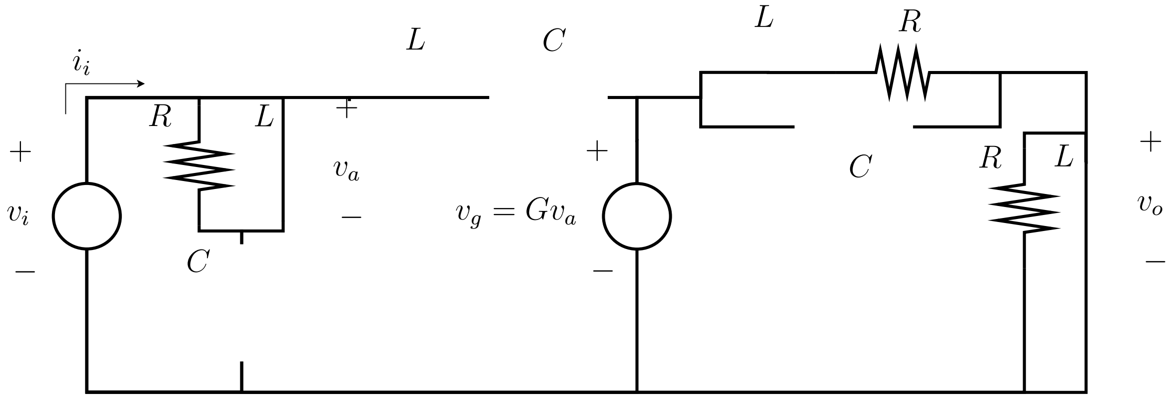


Figura 3:

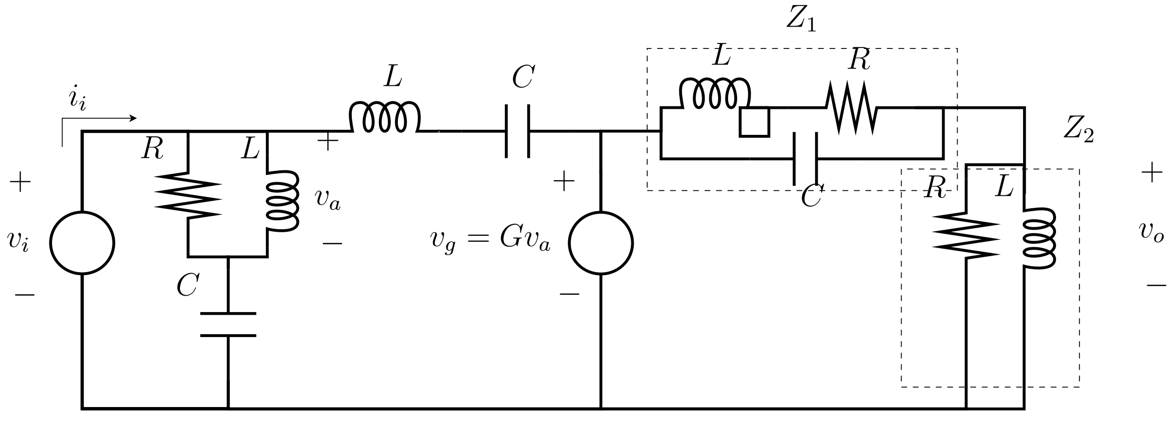


Figura 4:

c) **Incorrecto** La transferencia presentada presenta problemas dimensionales. Si bien cada término de la misma no posee inconsistencias dimensionales, la transferencia debe ser adimensionada ya que es el cociente de dos fasores asociados a variables de la misma magnitud (tensiones). Ésta posee las mismas dimensiones que $\frac{1}{w^3}$.

d) **Incorrecto** Considerando la sucesión de distribuciones asociada a las tensiones v_i^n, $T_{v_i^n}$, se cumple que $\lim_{n\to+\infty} T_{v_i^n} = 4\delta(t-1)$.
$\langle T_{v_i^n}(t), \varphi(t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v_i^n(\tau)\varphi(\tau)d\tau = \int_{-\frac{1}{n}}^{\frac{1}{n}} \varphi(\tau)d\tau + 2n\int_{1-\frac{1}{n}}^{1+\frac{1}{n}} \varphi(\tau)d\tau = \frac{2}{n}\varphi(\theta_1^n) + 2n\left(\frac{2}{n}\right)\varphi(\theta_2^n)$ $\theta_1^n \in [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$ $\theta_2^n \in [1-\frac{1}{n}, 1+\frac{1}{n}] \Rightarrow \langle T_{v_i^n}(t), \varphi(t)\rangle \to 4\varphi(1)$ $\forall \varphi \in \mathcal{D} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} T_{v_i^n} = 4\delta(t-1)$.
Como es un sistema LTI, se cumple que $v_o^n = h * v_i^n$ siendo $h(t)$ la respuesta al impulso del sistema.
Entonces: $\lim_{n\to+\infty} v_o^n = \lim_{n\to+\infty} h * v_i^n = h * 4\delta(t-1) = 4h(t-1)$.

Problema 3

a) La impedancia Z_2 puede ser pasada del lado derecho al lado izquierdo del transformador ideal de relación de vueltas $N_1 : N_2$. Dicha impedancia vista se puede expresar como: $(\frac{N_1}{N_2})^2 Z_2$. Ahora, podemos ver que el autotrafo tiene una carga cuya impedancia vale: $Z_1 + (\frac{N_1}{N_2})^2 Z_2$. Luego, la impedancia vista por el autotrafo de relación de vueltas $N_S : N_P$ puede expresarse como sigue: $Z_V = (\frac{N_P}{N_P+N_S})^2(Z_1 + (\frac{N_1}{N_2})^2 Z_2)$. Ésta última es la impedancia vista pedida.

Algunos **errores** bastante frecuentes en ésta parte fueron los siguientes:

*Mal planteo de ley de mallas y ley de Ohm.

*Llegar a una impedancia vista que sólo dependa de Z_1 o Z_2. Si bien el resultado dimensionalmente era válido, no tenía en cuenta la topología del circuito. Para fijar ideas, supongamos que $Z_1 = \infty$ y el resultado arribado sólo depende de Z_2, entonces, dicho resultado daría un valor finito de impedancia vista, cuando en realidad no podría serlo, dado que al ser $Z_1 = \infty$ la impedancia vista deberíar ser ∞.

*Otro error frecuente fue llegar a un resultado de la siguiente forma:

$$Z = ((\tfrac{N_1}{N_2})^2 Z_2 - Z_1)(\tfrac{N_P}{N_P+N_S})^2$$

Analicemos dicho resultado: ¿qué ocurriría si $Z_2 = 0$ y $Z_1 = R$? Tendríamos una impedancia vista que se puede expresar de la siguiente forma:

$$Z = -(\tfrac{N_1}{N_2})^2 R(\tfrac{N_P}{N_P+N_S})^2$$

Esto implicaría que la impedancia vista por la fuente sería una resistencia de valor negativo, lo cuál claramente no puede ser cierto dado que el circuito está formado por elementos pasivos (no activos). Recordar que un elemento activo es aquel que es capaz de excitar un circuito o de realizar ganancias o control del mismo. Fundamentalmente son los generadores eléctricos y ciertos componentes semiconductores. Estos últimos, en general, tienen un comportamiento no lineal, esto es, la relación entre la tensión aplicada y la corriente demandada no es lineal. Algunos elementos activos son: amplificadores operacionales, diodos, tiristores, transistores, etcétera.

*Otro error muy común fue el de expresar la impedancia vista por el transformador de relación de vueltas $N_1 : N_2$ de la siguiente forma:

$$(\frac{N_1}{N_1+N_2})^2 Z_2$$

Este resultado es incorrecto, y para llegar al resultado correcto alcanza con plantear las ecuaciones de un trasnformador ideal, definición de impedancia vista y ley de Ohm. Haciendo éstos cálculos se puede llegar al resultado correcto:

$$(\frac{N_1}{N_2})^2 Z_2$$

Moraleja: no exponer resultados de los cuales no se está completamente convencido de que sea el correcto y ante la duda recordar que siempre se pueden deducirlos.

También se complicaron innecesariamente al considerar las ecuaciones de un transformador real (trabajar con las inductancias y la mutua) y luego utilizar las relaciones que impone un transformador ideal. ¿Por qué no plantear directamente las relaciones de un transformador ideal?

b) Trabajamos en valores eficaces. Primero que nada notemos que el fasor asociado a la fuente de tensión es el siguiente: $V_i e^{-j\frac{\pi}{4}}$, donde $V_i = 230V$. Utilizando el resultado de la parte a) podemos ver que $Z_1 = R_1 // \frac{1}{j\omega C_1}$ y $Z_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$. Por lo tanto, el fasor de corriente asociado a la fuente de corriente que manda la fuente de tensión se puede calcular mediante la ley de Ohm a partir de la impedancia vista hallada: $I = \frac{V_i}{Z_V}$. En este caso tenemos que:

$$Z_V = (\frac{N_P}{N_P+N_S})^2 (R_1 // \frac{1}{j\omega C_1} + (\frac{N_1}{N_2})^2 (R_2 + \frac{1}{j\omega C_2})).$$

Haciendo un poco de álgebra se puede expresar el fasor de corriente como sigue:

$$I = 230V e^{\frac{-j\pi}{4}} (\frac{N_2}{N_1})^2 (1 + \frac{N_S}{N_P})^2 \frac{j\omega C_2(1+j\omega R_1 C_1)}{(j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + j\omega((R_1 C_1 + R_2 C_2) + (\frac{N_2}{N_1})^2 R_1 C_2) + 1}$$

Algunos de los **errores** más comunes en esta parte fueron los siguientes:

*Expresar mal el fasor de tensión. Por definición el fasor de tensión (en valores eficaces) debe ser aquel número complejo V_i (independiente del tiempo) tal que cumple:

$$v_{in}(t) = Im(\sqrt{2} V_i e^{j\omega t}) = 230V\sqrt{2} sen(\omega t - \pi/4)$$

Por lo tanto el fasor asociado en valores eficaces queda: $V_i = 230V e^{-j\pi/4}$

O también en su forma de cosenos:

$v_{in}(t) = Re(\sqrt{2}V_i e^{j\omega t}) = 230V\sqrt{2}cos(\omega t - 3\pi/4)$

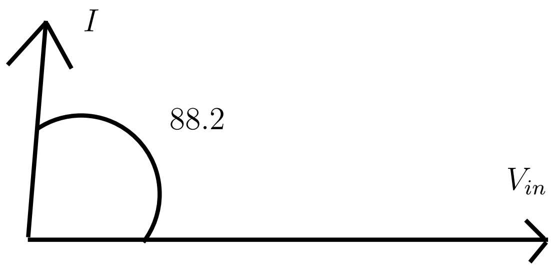
En este caso el fasor asociado en valores eficaces es: $V_i = 230Ve^{-3j\pi/4}$

Acá hubieron resultados muy variantes que difieren de los ya indicados.

c) Sustituyendo los valores de los parámetros dados tenemos que el fasor asociado a la fuente de corriente se puede expresar como sigue:

$$I = 1.444A < 43.2$$

Por lo tanto, el diagrama fasorial pedido queda como sigue:



La expresión temporal de la corriente queda como sigue:

$$i(t) = 1.444A\sqrt{2}sen(\omega t + 0.754rad)$$

Uno de los **errores** más comunes en esta parte fue el siguiente:

*El fasor asociado a la fuente que entrega la fuente de tensión les quedó atrasado respecto al fasor asociado a dicha fuente. Esto estaría indicando que el circuito es inductivo, pero una simple mirada al circuito refleja que el mismo tiene que ser necesariamente capacitivo, dado que está formado por resistencias y condensadores, y otros elementos pasivos (como ser los transformadores ideales). Si hubiesen elementos activos (como los ya mencionados) no se podría concluir lo anterior, pero éste no es el caso.

d) La potencia aparente del circuito se puede expresar como sigue:

$S = VI^* = (230V < -45)(1.444A < -43.2) = (10.432 - j331.956)V.A$

Notemos que la parte imaginaria de S es negativa. Esto implica que la fuente está consumiendo reactiva del circuito. Por lo tanto el circuito es capacitivo. Otra forma de abordar a éste resultado es a partir del diagrama fasorial de la parte anterior; en éste la corriente está adelantada respecto al fasor de tensión, lo cual evidencia que el circuito se comporta como una impedancia capacitiva.

Algunos de los **errores** más comunes en esta parte fueron los siguientes:

*La potencia aparente les quedó con parte imaginaria negativa (evidenciando que el circuito es capacitivo) pero sin embargo, por alguna razón desconocida, terminan concluyendo que el circuito es inductivo...Siguiendo esta misma línea de razonamiento, algunos llegaron a un valor de $Q > 0$ lo cual implicaría que el circuito es inductivo (lo cual no es cierto) pero terminan afirmando que el circuito es capacitivo...

*Las unidades de potencia aparente son V.A, pero muchos indicaron que eran W e incluso algunos calcularon la potencia activa, cuando en realidad se les pedía la potencia aparente.

e) Como el circuito es capacitivo necesitamos colocar un elemento pasivo que consuma reactiva, es decir, un inductor. Para no alterar el cálculo de la potencia activa podemos conectar dicha bobina en paralelo con la fuente de tensión de entrada. La inductancia de la bobina se puede calcular a partir de la potencia reactiva consumida por el circuito: $Q = \frac{V^2}{\omega L}$. Sustituyendo: $V = 230V, Q = 331.956VAr$ y $\omega = 100\pi rad/s$, resulta que: $L = 0.507Hy$. Lo que hemos logrado con esta compensación es que la impedancia vista por la fuente sea resistiva pura. Por lo tanto, para hallar la nueva corriente, al ser la potencia activa constante y la tensión también, el valor de la resistencia vista desde la fuente es: $R = \frac{(230V)^2}{10.432W} = 5.071k\Omega$. Entonces el fasor de corriente queda como sigue: $I = \frac{230V}{5.071k\Omega} = 45.366mA$

Con las ideas anteriores el nuevo diagrama fasorial queda como sigue:

Observación: no importa la relación de tamaño que se haya dibujado entre los fasores de tensión y corriente dado que son magnitudes que no son comparables. Si hubiesen más fasores de tensión y/o corriente si deberíamos haberlos dibujado en un escala apropiada según sus módulos; aunque éste no es el caso.

Algunos de los **errores** más comunes en esta parte fueron los siguientes:

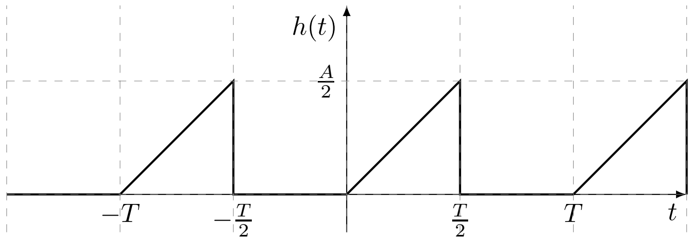
*Colocar una bobina para compensar cuando en realidad se había indicado que el circuito es inductivo; y también su dual, colocar un condensador para compensar cuando el circuito les quedó capacitivo.

*Algunos realizaron la compensación serie, no cumpliendo el hecho de mantener la potencia activa constante.

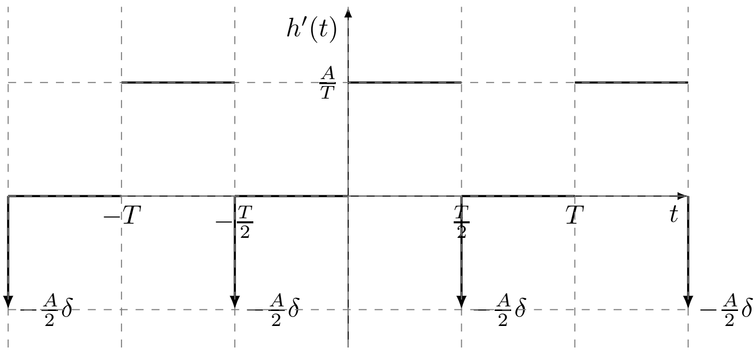
*NINGUNO calculó el módulo del fasor asociado a la corriente luego de la compensación, si bien éste no fue un detalle importante, pero es algo que debe calcularse a la hora de realizar un diagrama fasorial, es decir, debemos conocer los módulos y fases de todos los fasores.

Problema 4

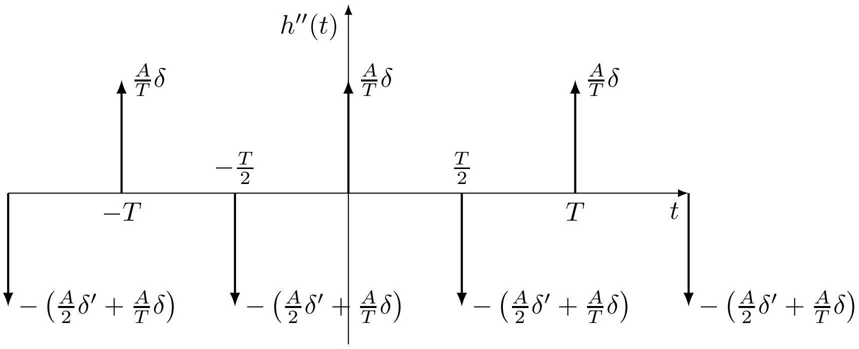
I. Dibujamos $h(t)$:



Cuando derivamos una vez como distribución obtenemos la siguiente figura:



Al derivar nuevamente obtenemos:



II. Primero hallamos los coeficientes de Fourier de h'', sea T la distribución de $\mathcal{D}(\Gamma)$ asociada a h''

$$
\begin{aligned}
c_n(h'') &= \frac{1}{T}\left\langle T(s), e^{-jn\omega s}\right\rangle \\
&= -\frac{A}{2T}\left\langle \delta'\left(s+\frac{T}{2}\right), e^{-jn\omega s}\right\rangle + \frac{A}{T^2}\left\langle \delta(s) - \delta\left(s+\frac{T}{2}\right), e^{-jn\omega s}\right\rangle \\
&= -\frac{A}{2T}\left(jn\omega\right) e^{-jn\omega\left(-\frac{T}{2}\right)} + \frac{A}{T^2}\left(1 - e^{-jn\omega\left(-\frac{T}{2}\right)}\right) \\
&= \frac{A}{T^2}\left(-(jn\pi)e^{jn\pi} + 1 - e^{jn\pi}\right) = \frac{A}{T^2}\left[-(jn\pi)(-1)^n + 1 - (-1)^n\right] \\
&= \frac{A}{T^2}\begin{cases} -jn\pi & \text{, si } n \text{ es par} \\ jn\pi + 2 & \text{, si } n \text{ es impar} \end{cases}
\end{aligned}
$$

Ahora usamos la propiedad de los coeficientes de Fourier de la derivada $c_n(h'') = -n^2\omega^2 c_n(h)$. Por lo tanto para $n \neq 0$: $c_n(h) = -\frac{T^2}{4\pi^2 n^2} c_n(h'')$

$$\boxed{c_n(h) = A \begin{cases} \frac{j}{4n\pi} & \text{, si } n \text{ es par y } n \neq 0 \\ \frac{1}{2n^2\pi^2} - \frac{j}{4n\pi} & \text{, si } n \text{ es impar} \end{cases}}$$

El coeficiente c_0 es sencillo, es el área bajo la curva divido T: $\boxed{c_0 = \dfrac{A}{8}}$

III.

$$\begin{aligned} c_n(g) &= \int_0^T f(-t)e^{-jn\omega t}dt \overset{\binom{u=-t}{du=-dt}}{=} -\int_0^{-T} f(u)e^{jn\omega u}du \\ &= \int_{-T}^0 f(u)e^{jn\omega u}du \overset{f \text{ es real}}{=} \overline{\int_{-T}^0 f(u)e^{-jn\omega u}du} \\ &= \boxed{\overline{c_n(f)}} \end{aligned}$$

IV. Podemos observar que $w(t) = h(t) + h(-t)$ por lo tanto:

$$\begin{aligned} c_n(w) &= c_n(h) + \overline{c_n(h)} = 2\Re\left(c_n(h)\right) \\ &\boxed{= \begin{cases} 0 & , n \neq 0, n \text{ par} \\ \frac{1}{n^2\pi^2} & , n \text{ impar} \end{cases}} \end{aligned}$$

Además $\boxed{c_0(w) = 2c_0(h) = \dfrac{A}{4}}$