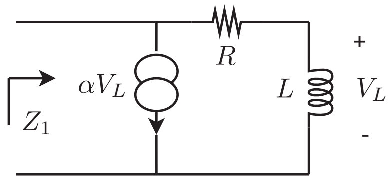
Sistemas Lineales 1

Examen de febrero de 2012

Se recuerda que para aprobar esta parte de la prueba es necesario tener al menos un ejercicio completo. Se sugiere justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente. Realice problemas distintos en hojas separadas.

Problema 1

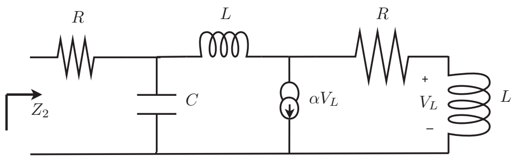
a) Considere el siguiente circuito:



I) ¿Qué unidades ha de tener α?

II) Calcule la impedancia vista $Z_1(j\omega)$. Exprese su resultado sólo en función de: R, L, α y términos en $(j\omega)$.

b) Ahora considere el siguiente circuito. Calcule la impedancia vista $Z_2(j\omega)$ utilizando el resultado de la parte anterior. Exprese su resultado sólo en términos de: R, L, α, C y términos en $(j\omega)$.



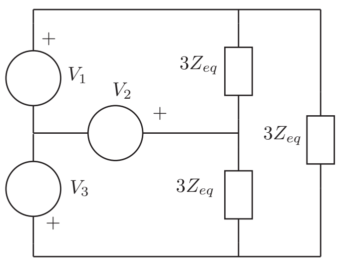
El circuito anterior se conecta a una fuente sinusoidal $v_i(t) = 230V\sqrt{2}\cos(\omega t)$. De aquí en adelante consideraremos que: $\alpha = 0{,}5$ (con sus unidades correspondientes), $R = 8\Omega, C = 3\mu F, L = 60mHy$ y $\omega = 100\pi rad/s$.

c) I) Realice un diagrama fasorial en el cual se incluyan: la tensión y la corriente de la fuente, la tensión y la corriente del condensador y la corriente por la bobina de la izquierda. Tome como origen de fases el fasor asociado a la fuente de tensión.

II) Calcule la potencia aparente que entrega la fuente.

III) Se desea compensar el factor de potencia (llevarlo a la unidad). Indique qué componente colocaría, su valor y su forma de conexión.

f) Considere el sistema trifásico de la figura, donde $Z_{eq} = Z_2(j\omega)$ a la frecuencia de trabajo y con los valores de los parámetros ya indicados. En este sistema trifásico, se tiene que: $v_1(t) = 230V\sqrt{2}\cos(\omega t), v_2(t) = 230V\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}rad), v_3(t) = 230V\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{4\pi}{3}rad)$. Calcule el valor de la corrientes de líneas y compense la potencia reactiva consumida por el circuito, conectando componentes en triángulo, sin alterar la potencia activa consumida. Indique qué componentes y de qué valor se deben colocar.



Problema 2

Figura 1:

Considere los circuitos en régimen de la figura 4.

a) Demuestre que si $I_L(j\omega) = I_L^*(j\omega)\ \forall\omega \in \mathtt{R}$, entonces: $V^*(j\omega) = \frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)+Z_2(j\omega)}V(j\omega)$ y $Z^*(j\omega) = \frac{Z_1(j\omega)Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)+Z_2(j\omega)} = Z_1(j\omega)//Z_2(j\omega)$.

b) Considere ahora el circuito de la figura 2, funcionando en régimen sinusoidal, en el que se cumplen las siguientes relaciones: $R_1C = \frac{1}{10\omega_0}$, $R_{eq}C = \frac{1}{101\omega_0}$, $R_{eq} = R_1//R_2$, $\frac{R_1}{L} = 10\omega_0$, $\omega_0 = 1\frac{\text{rad}}{\text{seg}}$.

   I) Utilizando la parte anterior, demuestre que el circuito de la figura 2 es equivalente al circuito de la figura 3. Determine el fasor V^* para este caso.

   II) Determine la transferencia en régimen sinusoidal del sistema $H(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{Vo(j\omega)}$.

   III) Realice los diagramas de Bode asintóticos de fase y amplitud de $H(j\omega)$ y bosqueje los reales.

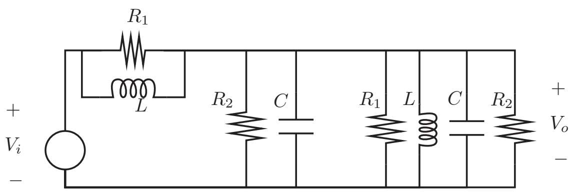


Figura 2:

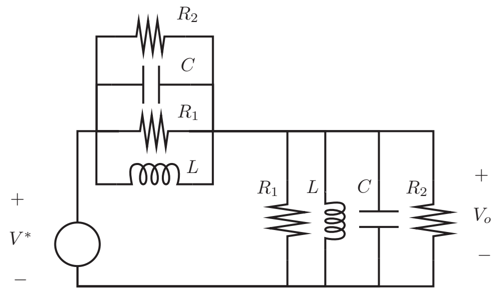


Figura 3:

c) Considere la señal de entrada $v_i(t) = 1Vcos(\omega_0 t) + 0,5Vcos(10\omega_0 t) + 0,25Vcos(100\omega_0 t)$.

   I) Calcule la distorsión armónica de $v_i(t)$, la entrada del circuito.

   II) Calcule la distorsión armónica de $v_o(t)$, la respuesta en régimen del circuito.

(Recuerde que para una señal periódica $u(t)$, real y de valor medio nulo se define la *distorsión armónica* de la siguiente forma: $\text{THD}(u) = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{+\infty}|c_n(u)|^2}}{V_1}$, siendo $\{c_n(u)\}$ los coeficientes de Fourier de la señal y V_1 el valor eficaz del primer armónico de $u(t)$.)

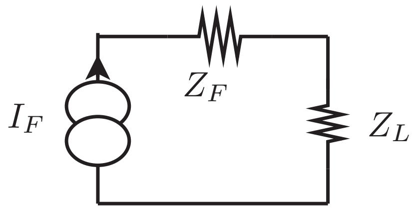
Sistemas Lineales 1

Examen de febrero de 2012

Se recuerda que para aprobar la prueba es necesario tener al menos dos preguntas completas. Se deberá justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Asimismo se pide justificar debidamente las afirmaciones realizadas. Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente. Si tiene dudas respecto a si debe probar o no determinado resultado o propiedad que utiliza, consulte al docente. Fuera de este tipo de consultas, sólo se responderán dudas sobre la letra.

Pregunta 1

Considere el circuito de la figura, funcionando en régimen sinusoidal, a una frecuencia conocida. La fuente de corriente es ideal, sinusoidal, de valor eficaz I_F. La impedancia Z_F es fija y conocida. De la impedancia $Z_L = R_L + jX_L$ se sabe que $R_L \geq 0$, X_L es real, y $|Z_L| = K$ (constante conocida). Se pide hallar R_L y X_L de forma tal que maximicen la potencia activa consumida por la impedancia Z_L.



Pregunta 2

Un sistema lineal presenta la siguiente transferencia en régimen sinusoidal:

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

siendo $\omega_n > 0$ y $0 \leq \zeta^2 \leq 1$. El sistema trabaja a la pulsación $\frac{\omega_n}{2}$.

(a) Mostrar que para todo valor de ζ, la ganancia que introduce el sistema está acotada. Hallar una cota y expresarla en dB.

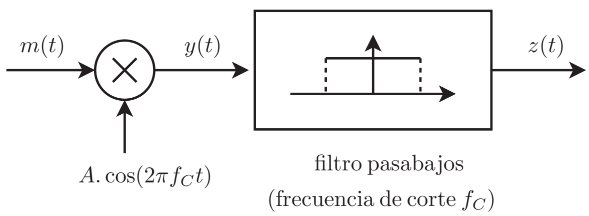
(b) Hallar el valor de ζ que debe colocarse para que el sistema introduzca una ganancia de 2dB.

Pregunta 3

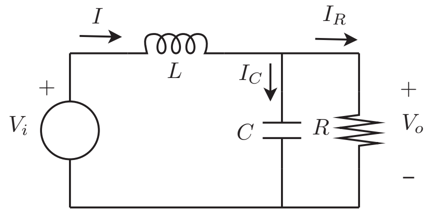
(a) Enuncie la Identidad de Parseval para señales periódicas.

(b) Enuncie la Identidad de Parseval para señales de energía finita.

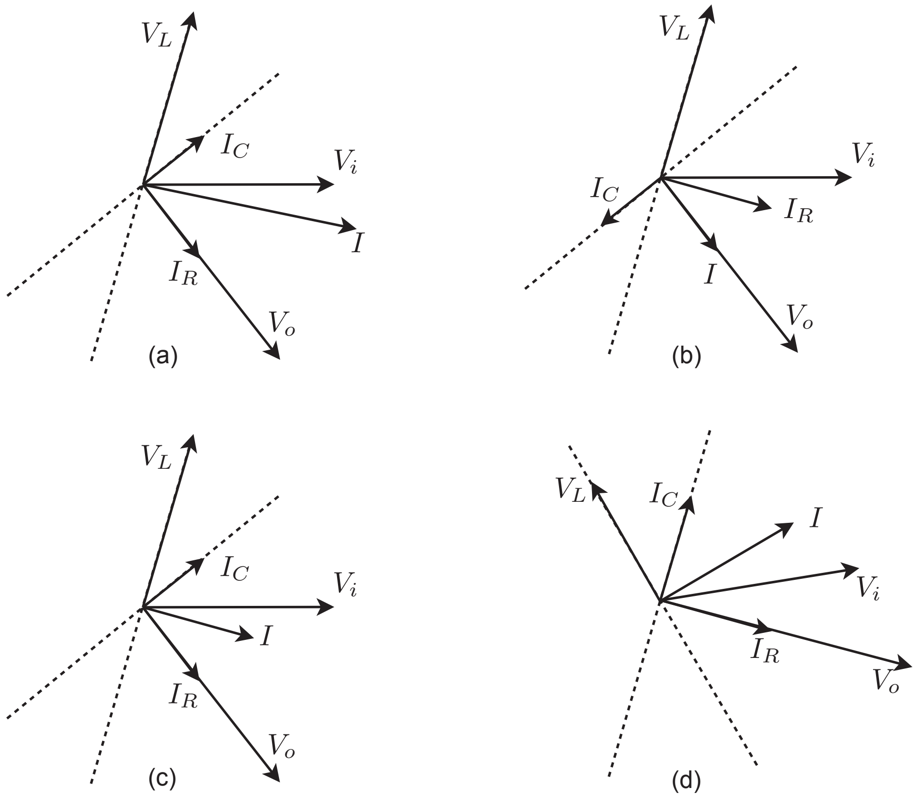
(c) Considere el sistema de modulación de banda lateral única (SSB) de la figura. Sabiendo que la señal m es de energía finita, indique la relación **exacta** entre la energía de la señal m y la de las señales y y z.



Pregunta 4



Indicar cuál o cuáles de los siguientes diagramas fasoriales corresponde al circuito en régimen sinusoidal de la figura, sabiendo que la la fuente ve una carga inductiva. Para cada diagrama, explicar por qué corresponde o no corresponde.



Sistemas Lineales 1

Examen de Febrero 2012

Solución

Ejercicio 1

a)

i) Las unidades de α han de ser mho.

ii) Planteando KCL: $i = \alpha V_L + \frac{V_i - V_L}{R}$, siendo i la corriente entrante al nudo.

Por divisor de tensión: $V_L = \frac{j\omega L}{R+j\omega L} V_i$

Operando con las dos ecuaciones anteriores resulta que: $Z_1(j\omega) = \frac{R+j\omega L}{1+\alpha j\omega L}$.

b)

Utilizando el resultado de la parte anterior resulta que:

$Z_2(j\omega) = (j\omega L + Z_1(j\omega))||\frac{1}{j\omega C} + R$

Por lo tanto:

$Z_2(j\omega) = \frac{\alpha L^2 CR(j\omega)^3 + (2RC+\alpha L)L(j\omega)^2 + (2L+\alpha RL+R^2C)(j\omega)+2R}{\alpha L^2 C(j\omega)3+2LC(j\omega)^2+(RC+\alpha L)(j\omega)+1}$

c)

i) Calculamos la impedancia hallada en la parte anterior:

$Z_2(j\omega) = 21{,}126\Omega < 61{,}3^o$.

Entonces, la corriente que manda la fuente de tensión es:

$I_F = \frac{V_i}{Z_2(j\omega)} = 10{,}887A < -61{,}3^o$

Por diferencia de tensiones podemos calcular la tensión en bornes del condensadore:

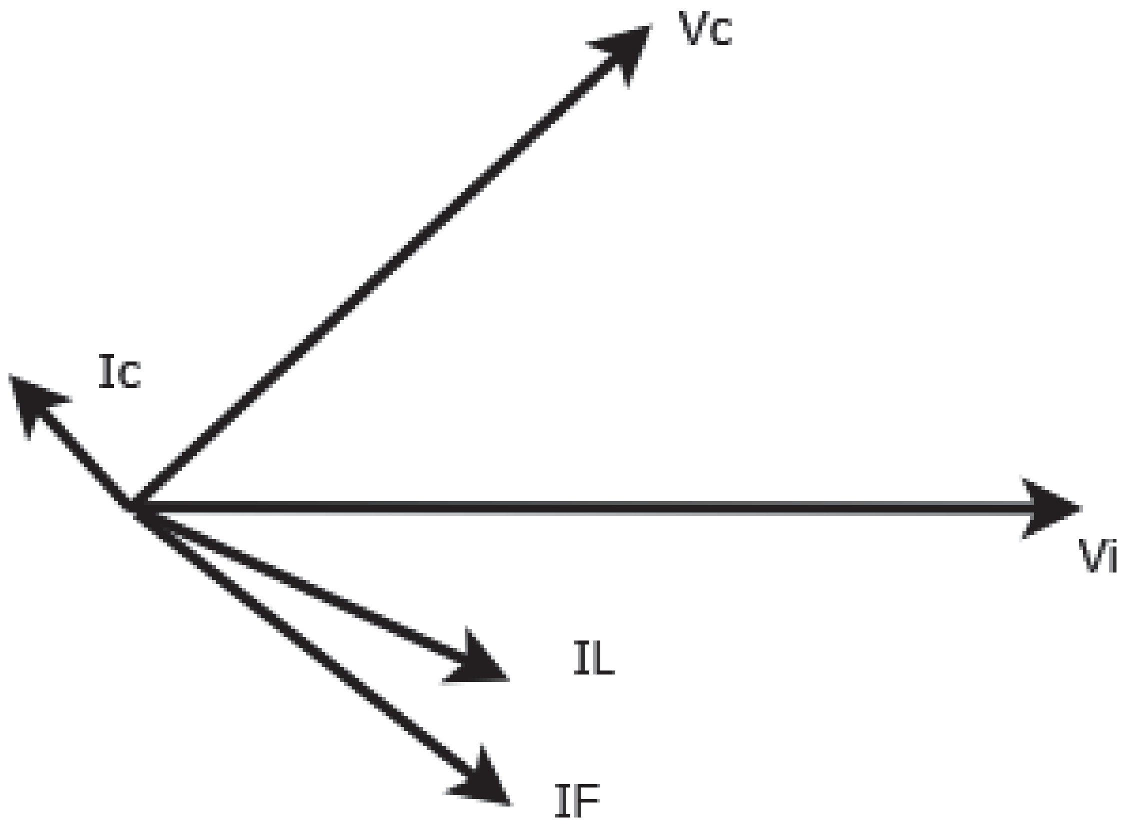
$V_C = V_i - RI_F = 203{,}118V < 22{,}1^o$

La corriente por el condensador es:

$I_C = V_C j\omega C = 0{,}191A < 112{,}1^o$

Finalmente, la corriente por la bobina de la izquierda es:

$I_L = I_C + I_F = 10{,}697A < -61{,}2^o$



ii) La potencia aparente que entrega la fuente es:

$S = VI_F^* = (1201{,}794 + 2196{,}76)VA$

iii) Colocaría un condensador en paralelo con la fuente de tensión que entregue la reactiva $Q = 2196{,}76VAR$ que está consumiendo el circuito. Por lo tanto, el valor del condensador debe verificar lo siguiente:

$C = \frac{Q}{V_i^2\omega} = \frac{2196{,}76VAR}{(230V)^2 100\pi rad/s} = 132{,}183\mu F$

d) Por ser el sistema equilibrado y perfecto podemos trabajar con el equivalente monofásico trabajado hasta el momento. Por lo tanto, las corrientes de líneas quedan como siguen:

$i_1(t) = 10{,}887A\sqrt{2}cos(\omega t - 1{,}07rad)$

$i_2(t) = 10{,}887A\sqrt{2}cos(\omega t - 1{,}07rad + \frac{2\pi}{3})$

$i_3(t) = 10{,}887A\sqrt{2}cos(\omega t - 1{,}07rad + \frac{4\pi}{3})$

Como se pide conectar en triángulo y sin alterar la potencia activa consumida, colocamos un banco de condensadores de capacidad C'. Como la conexión es en triángulo, su impedancia es tres veces mayor que la del equivalente estrella. Por lo tanto C'=C/3 y C es el valor de la parte anterior: $C' = 44{,}061 \mu F$.

Solución

Problema 1

Problema 2

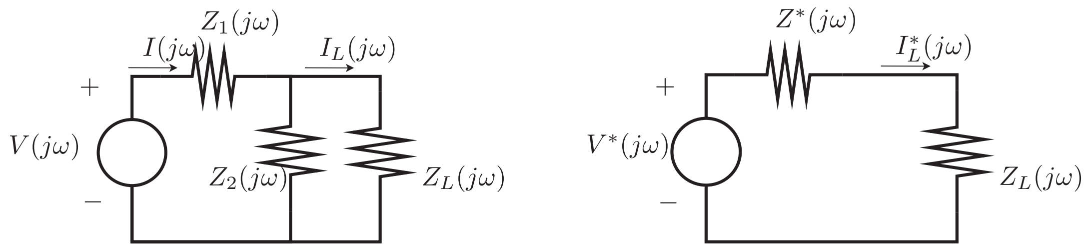


Figura 4:

I) $I = \dfrac{V}{Z_1 + Z_1//Z_L} \Rightarrow I_L = \dfrac{Z_2}{Z_2 + Z_L} I = \dfrac{Z_2 V}{Z_L(Z_1 + Z_2) + Z_1 Z_2} = \dfrac{\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} V}{Z_L + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}}.$

$$I_L^* = \frac{V^*}{Z_L + Z^*} = I_L = \frac{\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} V}{Z_L + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2}} \Rightarrow \begin{cases} V^* = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} V \\ Z^* = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2} \end{cases}.$$

II) *a*) Tomando las impedancias Z_1 y Z_2 como las impedancias asociadas a cada uno de los cuadros de la figura 5, se puede utilizar el resultado de la parte anterior en forma conveniente.

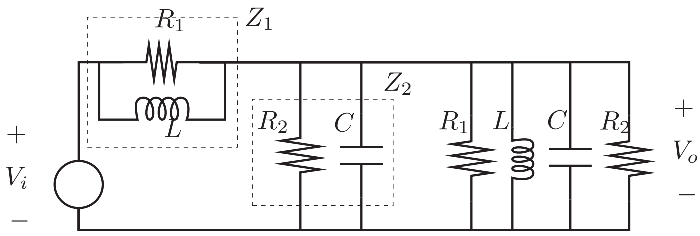


Figura 5:

Obteniéndose el circuito de la figura 6.

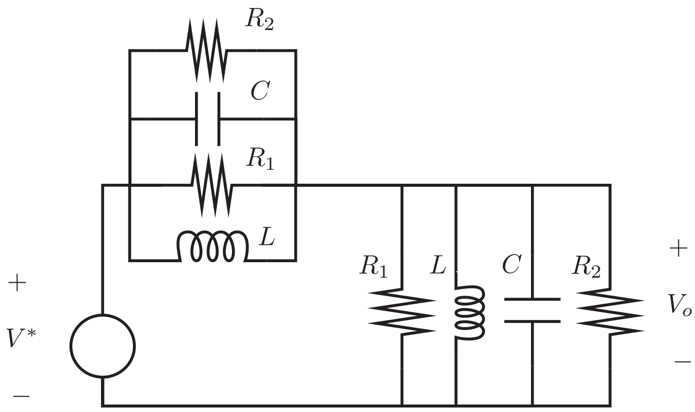


Figura 6:

Entonces: $V_o = \dfrac{1}{2} V^*$, $V^* = \dfrac{\frac{1}{j\omega C}//R_2}{\frac{1}{j\omega C}//R_2 + j\omega L//R_1} V.$

Con las relaciones dadas, la transferencia resulta:

$$\frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = H(j\omega) = 5\omega_0 \frac{(j\omega) + 10\omega_0}{(j\omega)^2 + 101\omega_0(j\omega) + 100\omega_0^2} = 5\omega_0 \frac{(j\omega) + 10\omega_0}{((j\omega) + \omega_0)((j\omega) + 100\omega_0)}$$

b) En la figura 7 se observa el diagrama de Bode de la transferencia para $\omega_0 = 1\frac{\text{rad}}{\text{seg}}$.

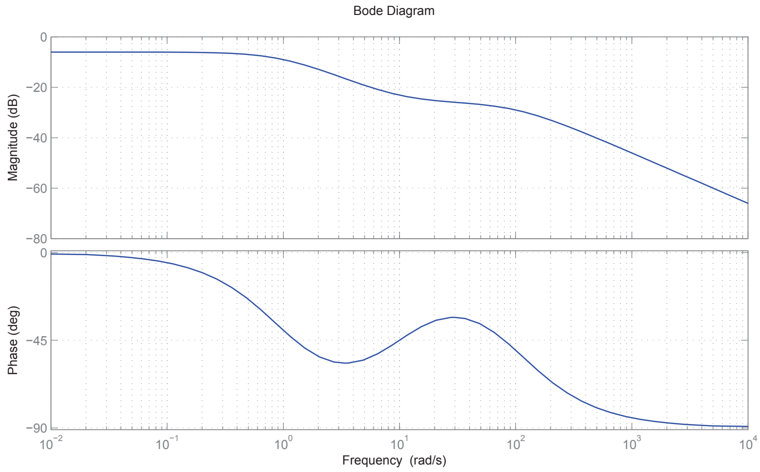


Figura 7:

III) *a*) La componente fundamental de la señal de entrada posee frecuencia ω_0 y se encuentran presentes 2 componentes armónicas de frecuencias $10\omega_0$ y $100\omega_0$.
Entonces: $\text{THD}(v_i) = \frac{1}{(1V)/\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{2}(\frac{(0{,}5V)^2}{2} + \frac{(0{,}25V)^2}{2})} \approx 0{,}40$

b) A partir del diagrama de Bode: $||H(j0)|| \approx -6dB$, $||H(j\omega_0)|| \approx -6dB - 3dB = -9dB$, $||H(j10\omega_0)|| \approx -6dB - 20dB + 3dB = -23dB$, $||H(j100\omega_0)|| \approx -6dB - 20dB - 3dB = -29dB$.
Entonces: $\text{THD}(v_o) = \dfrac{1}{(1V \times 10^{-9/20})/\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{1}{2}(\dfrac{(0{,}5V \times 10^{-23/20})^2}{2} + \dfrac{(0{,}25V \times 10^{-29/20})^2}{2})} \approx$ 0,0046