Examen de Sistemas Lineales 1
14 de agosto del 2003

Se recuerda que para aprobar la prueba es necesario tener al menos un ejercicio completo. Se sugiere justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente.

Ejercicio 1

Dado el circuito de la figura 1, en donde:

$w = 100p$

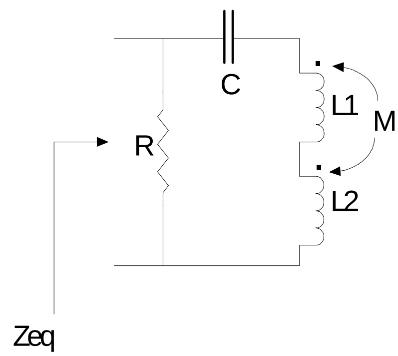
$R = 10\Omega$

$C = 100mf$

$L_1 = 100mHy$

$L_2 = 150mHy$

$M = 50mHy$



a) Hallar Z_{eq} en función de los parametros del circuito. (Verificar numéricamente $Z_{eq} \approx 9{,}92\angle 7{,}3\ \Omega$). **Sugerencia**: No realice las cuentas con los valores en una primera instancia.

b) Se conecta una fuente sinusoidal $v(t) = 220\sqrt{2}sen(100pt)$ a Z_{eq}.

i) Hallar I_R (fasor de corriente por la resistencia R), I (fasor de corriente por la Z_{eq}).

ii) Realizar un diagrama fasorial que involucre a los fasores V (fasor de tensión de entrada), I e I_R.

iii) Basándose en argumentos geométricos hallar (modulo y fase) el fasor I_L (fasor de corriente por las bobinas) y dibujarlo en el diagrama fasorial anterior. **Justificar.**

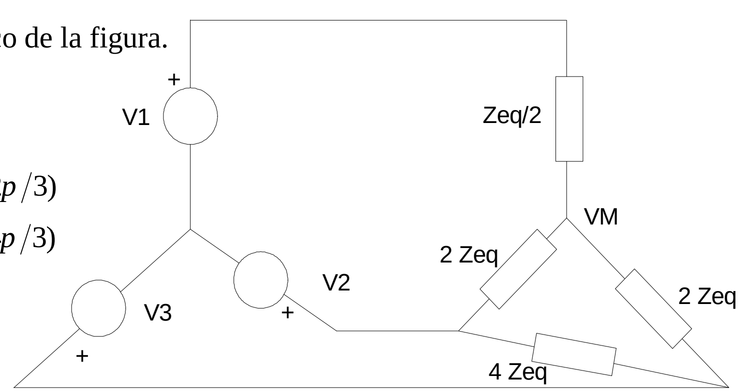
iv) Calcular la potencia activa y reactiva que se consume a la fuente de entrada.

c) Dado el circuito trifásico de la figura.

$v_1(t) = 220\sqrt{2}sen(100pt)$

$v_2(t) = 220\sqrt{2}sen(100pt + 2p/3)$

$v_3(t) = 220\sqrt{2}sen(100pt + 4p/3)$



i) Hallar V_M (indicado en la figura, medido al neutro de las fuentes) y $v_M(t)$ (expresión temporal).

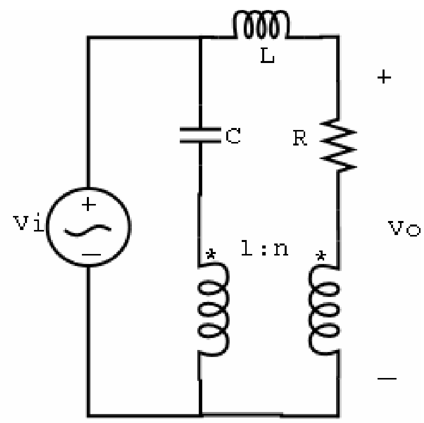
ii) Realizar un diagrama fasorial que involucre a los favores de tensión de las fuentes, V_1, V_2, V_3 y a los fasores de correintes de línea, I_1, I_2 e I_3

iii) Hallar la potencia activa y reactiva consumidas al sistema de fuentes.

iv) Compensar el factor de potencia de modo tal que no se altere la potencia activa consumida a las fuentes, indicar qué elementos colocar, en dónde y sus valores correspondientes.

Ejercicio 2

a) En el circuito de la figura calcular la transferencia $H(j\omega) = \dfrac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$.



b) Realizar los diagramas asintóticos de Bode de H(jω) sabiendo que:
n = 1000; L = 1 mHy; C = 1 μF; R = 110 kΩ

$$\left[H(jw) = 1000.\frac{(jw)^2 + 110\times10^3.(jw) + 10^{12}}{(jw)^2 + 110\times10^6.(jw) + 10^{15}} \right]$$

También bosquejar los diagramas reales

c) Calcular H(jω) para ω = 10^6, 10^7 y 10^8 rad/s.
Expresar los módulos en decibeles y especificar los argumentos.

d) Calcular las frecuencias angulares ω a las cuales, si la entrada al circuito es 1V.cos(ωt) la salida es A.sen(ωt) con A real. Calcular A para esas frecuencias.

Examen de Sistemas Lineales 1

14 de agosto del 2003

Se recuerda que para aprobar la prueba es necesario tener al menos dos preguntas completas. Se sugiere justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Se pide justificar debidamente las afirmaciones realizadas. Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente. Si tiene dudas respecto a si debe probar o no determinado resultado o propiedad que utiliza, consulte al docente. Fuera de este tipo de consultas, sólo se responderán dudas sobre la letra.

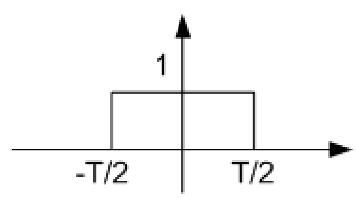
Pregunta 1

Un emisor pretende enviar un mensaje a un receptor. La idea es mandar una señal periódica de 1W de potencia media. El mensaje será recibido correctamente si el emisor detecta una señal periódica de al menos 0.75W de potencia media. Se elige un canal de comunicación cuyo comportamiento en frecuencia es de tipo pasabajos ideal, de ancho de banda ω_C *rad/s.* El emisor dispone de un banco de señales que pueden ser enviadas, cada una con un periodo diferente. Describir clara, justificada y detalladamente un procedimiento a seguir para establecer qué señales del banco pueden ser enviadas a través del canal seleccionado, tal que sean recibidas correctamente.

Pregunta 2

a) Enunciar y demostrar el Teorema de Blondell.
b) ¿Se puede aplicar el Teorema si la carga es un triángulo con 3 impedancias diferentes. Justificar.
c) Describir el Método de los dos vatímetros para medir potencia trifásica.

Pregunta 3



a) Calcular y dibujar la TF *G(f)* del pulso unitario:

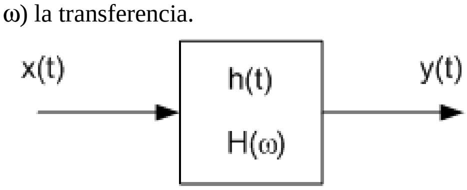
b) Calcular *G(0)*.

c) Calcular $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}(p\ f\,T)}{p\ f} df$.

d) A partir de a) ó de b) y c), deducir el $\lim_{T\to\infty} \frac{\text{sen}(p\,T\,x)}{p\ x}$ en *D*'.

Pregunta 4

En el sistema lineal de la figura, h(t) es la respuesta al impulso, y H(ω) la transferencia.

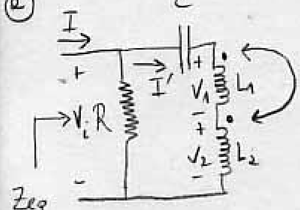


a) Si la entrada es x(t), ¿qué forma debe tener la salida y(t) para afirmar que el sistema no distorsiona?
b) Deducir qué condiciones debe cumplir la transferencia H(ω), en módulo y fase, para que el sistema no distorsione.
c) ¿En qué se manifiesta la propiedad de que el sistema es causal?
d) Indicar qué tipo de distorsión produce una transferencia G(ω) = $Ke^{-j\frac{p}{2}}$.
e) Describir en qué consiste la distorsión por intermodulación.
f) Indicar si es esperable que un preamplificador produzca distorsión por intermodulación. Justificar.

SISTEMAS LINEALES 1: AGOSTO 2003 (1)

Ejercicio 1:

a)



$\omega = 100\pi$, $R = 10\Omega$, $C = 100\mu F$

$L_1 = 100mHy$, $L_2 = 150mHy$, $M = 50mHy$

Planteando el nudo de entrada: $I = \frac{V_i}{R} + I'$

Planteando la ecuación de mallas: $V_i = \frac{I'}{Cj\omega} + V_1 + V_2 = \frac{I'}{Cj\omega} + L_1 j\omega I' + L_2 j\omega I' + 2M j\omega I'$

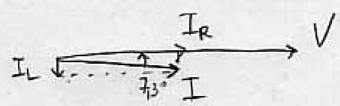
Eliminando I' y operando: $RI = V_i\left[1 + \frac{RCj\omega}{C(L_1+L_2+2M)(j\omega)^2+1}\right]$

$Z_{eq} = \frac{V_i}{I} \Rightarrow \boxed{Z_{eq} = \frac{R[C(L_1+L_2+2M)(j\omega)^2+1]}{C(L_1+L_2+2M)(j\omega)^2+RCj\omega+1}}$ Evaluando: $\boxed{Z_V = (9{,}83 + j1{,}26\Omega) = 9{,}92\Omega\angle 7{,}3°}$

b) i) $I_R = \frac{V}{R}$ con $V = 220V\angle 0°$ $\Rightarrow \boxed{I_R = 22A\angle 0°}$

$I = \frac{V}{Z_{eq}} \Rightarrow \boxed{I = (22 - j2{,}82)A = 22{,}2A\angle -7{,}3°}$

ii)



iii) Los elementos de dicha rama son puramente inductivos y capacitivos por lo cual la corriente I_L debe estar en cuadratura con la fuente. Por otro lado como $I = I_R + I_L$ e I_R está en fase con el fasor de la fuente e I_L en cuadratura se tiene que si:

$I = a + bj \Rightarrow a = |I_R|$, $b = |I_L|$

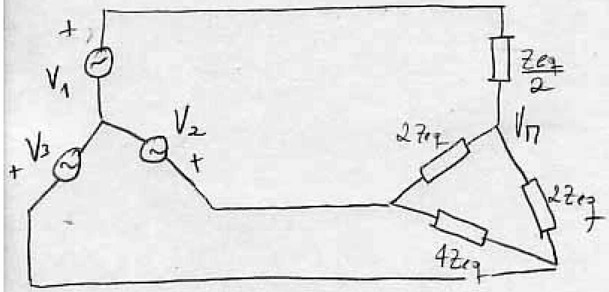
La fase de $\boxed{I_L \text{ es } -90°}$ y su módulo se obtiene por Pitágoras: $|I|^2 = |I_R|^2 + |I_L|^2$

$\Rightarrow \boxed{|I_L| = 2{,}82A}$

iv) $P = Re[V\bar{I}] \Rightarrow \boxed{P = 4{,}84KW}$

$Q = Im[V\bar{I}] \Rightarrow \boxed{Q = 619Var}$

(2)

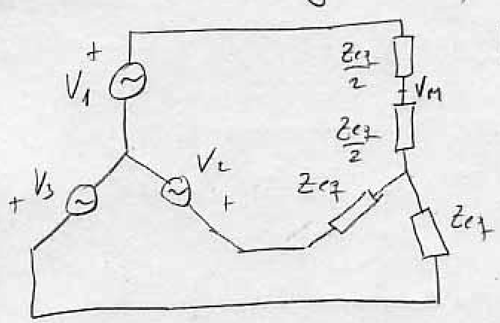


$v_1(t) = 220\sqrt{2}\,\sin(100\pi t)$
$v_2(t) = 220\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3})$
$v_3(t) = 220\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + \frac{4\pi}{3})$

(i) Transfiguro el triángulo a estrella $\Rightarrow Z_1 = \dfrac{4Z_{eq}^2}{8Z_{eq}} = \dfrac{Z_{eq}}{2}$

$Z_2 = Z_3 = \dfrac{8Z_{eq}^2}{8Z_{eq}} = Z_{eq}$

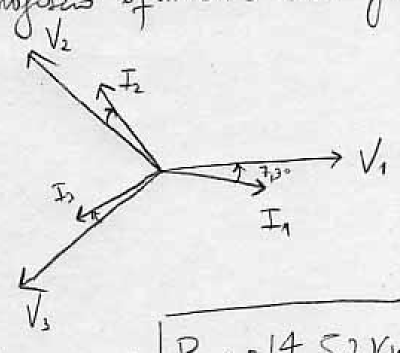
Por lo tanto el sistema trifásico es equivalente a :



Del divisor de tensiones tenemos que $\boxed{V_n = \dfrac{V_1}{2}}$

$\Rightarrow \boxed{v_n(t) = 110\sqrt{2}\,\sin(100\pi t)}$

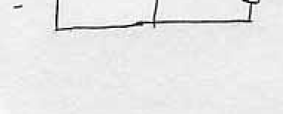
(ii) El circuito monofásico equivalente es el ya estudiado :



(iii) $P_{TRI} = 3\,P_{mono} \Rightarrow \boxed{P_{TRI} = 14{,}52\,KW}$

$Q_{TRI} = 3\,Q_{mono} \Rightarrow \boxed{Q_{TRI} = 1{,}86\,KVar}$

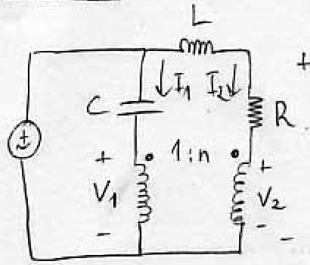
(iv) Coloco un banco de condensadores en estrella. El equivalente monofásico resulta:



$\Rightarrow Q_c + Q_{TRI} = 0$
$\Rightarrow -3\,C\omega|V_i|^2 = -Q_{TRI} \Rightarrow C = \dfrac{Q}{3\omega|V_i|^2} \Rightarrow \boxed{C = 41\mu F}$

Ejercicio 2: 3

a)



Igualando la corriente por la bobina y la resistencia:

$$\frac{V_i - V_o}{Ls} = \frac{V_o - V_2}{R} \Rightarrow V_2 = V_o\left(\frac{R+Lj\omega}{Lj\omega}\right) - V_i \frac{R}{Lj\omega}$$

Las corrientes por el transformador ideal son:

$$I_1 = (V_i - V_1)Cj\omega, \quad I_2 = \frac{V_o - V_2}{R}$$

De las relaciones de transformador ideal:

$$I_1 = -nI_2 \Rightarrow (V_i - V_1)Cj\omega = n\left(\frac{V_2 - V_o}{R}\right)$$

$$nV_1 = V_2 \Rightarrow \left(V_i - \frac{V_2}{n}\right)Cj\omega = n\left(\frac{V_2 - V_o}{R}\right) \Rightarrow nV_i + \frac{n^2}{RCj\omega}V_o = V_2\,\frac{(RCj\omega + n^2)}{RCj\omega}$$

Eliminando V_2 y operando: $V_i\left[n + \frac{R(RCj\omega + n^2)}{RLC(j\omega)^2}\right] = V_o\left[\frac{(Lj\omega + R)(RCj\omega + n^2)}{RLC(j\omega)^2} - \frac{n^2}{RCj\omega}\right]$

$$\Rightarrow \boxed{H(j\omega) = n\,\frac{(j\omega)^2 + \frac{R}{nL}j\omega + \frac{n}{LC}}{(j\omega)^2 + \frac{R}{L}s + \frac{n^2}{LC}}}$$

b) $n = 1000$, $L = 1\,mHy$, $C = 1\,uF$, $R = 110\,K\Omega \Rightarrow \frac{R}{nL} = 110 \times 10^3$, $\frac{n}{LC} = 10^{12}$

$$\frac{R}{L} = 110\times 10^6, \quad \frac{n^2}{LC} = 10^{15} \Rightarrow H(j\omega) = 1000\,\frac{(j\omega)^2 + 110\times10^3 j\omega + 10^{12}}{(j\omega)^2 + 110\times10^6 j\omega + 10^{15}}$$

Tiene ceros complejos conjugados con $\boxed{\omega_n = 10^6}$ y $2\xi 10^6 = 110\times10^3 \Rightarrow \boxed{\xi = \frac{11}{200}}$

Polos en $-10^7, -10^8 \Rightarrow H(j\omega) = 1000\,\frac{(j\omega)^2 + 110\times10^3 j\omega + 10^{12}}{(j\omega + 10^7)(j\omega + 10^8)}$

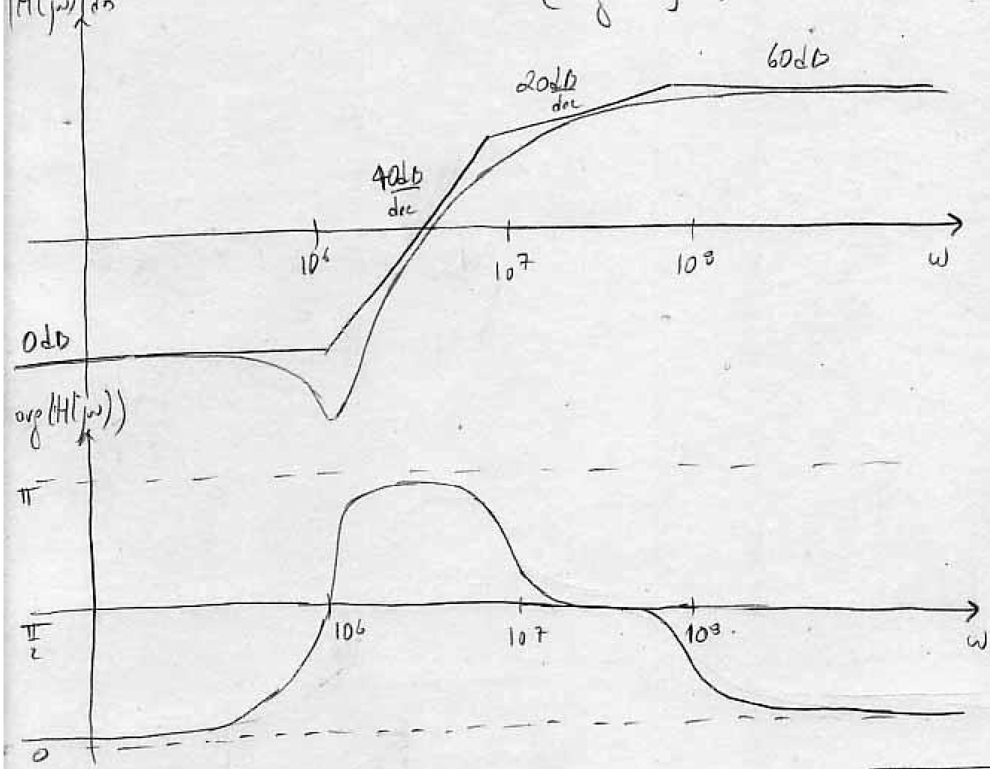
Para $\omega << 10^6 \Rightarrow H(j\omega) \simeq 1 \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \simeq 0\,dB \\ arg(H(j\omega)) \simeq 0 \end{cases}$

Para $10^6 << \omega << 10^7 \Rightarrow H(j\omega) \simeq \frac{(j\omega)^2}{10^{12}} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \simeq -240\,dB + 40\log\omega\,dB \\ arg(H(j\omega)) \simeq \pi \end{cases}$

Para $10^7 << \omega << 10^8 \Rightarrow H(j\omega) \simeq \frac{j\omega}{10^5} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \simeq -100\,dB + 20\log\omega\,dB \\ arg(H(j\omega)) \simeq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

4

Para $\omega \gg 10^8 \Rightarrow H(j\omega) \simeq 1000 \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} \simeq 60dB \\ arg(H(j\omega)) \simeq 0 \end{cases}$



ⓒ $\omega = 10^6 \Rightarrow H(j10^6) \approx \frac{1000 \times 110 \times 10^7}{10^{15}} j = 0,11j \Rightarrow \boxed{H(j10^6) = -19dB \angle \frac{\pi}{2}}$

$\omega = 10^7 \Rightarrow H(j10^7) \approx \frac{1000 \times (-10^{14})}{10^7(1+j) \times 10^8} = -\frac{100}{1+j} \Rightarrow \boxed{H(j10^7) = 37dB \angle \frac{3\pi}{4}}$

$\omega = 10^8 \Rightarrow H(j10^8) \approx \frac{1000 \times (-10^{16})}{j10^8 \cdot 10^8(1+j)} = -\frac{1000}{j(1+j)} \Rightarrow \boxed{H(j10^8) = 57dB \angle \frac{\pi}{4}}$

ⓓ $v_i(t) = 1V\cos(\omega t) \Rightarrow v_o(t) = A\sin(\omega t) = A\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Por lo tanto busco frecuencias ω a las cuales $arg(H(j\omega)) = \frac{\pi}{2}$.

Para $\boxed{\omega = 10^6 rad/s}$ ya vimos que $arg(H(j\omega)) = \frac{\pi}{2}$ y $\boxed{A = 0,11}$

La otra se que se encuentra en $10^7 rad/s$ y $10^8 rad/s$

5

Impongo: $Aj = \dfrac{1000\,(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 110\times10^6 (j\omega) + 10^{15}} = \dfrac{-10^3\omega^2}{110\times10^3 j\omega + 10^5 - \omega^2}$

$\Rightarrow A(10^{15} - \omega^2)\,j - A\,110\times10^6\omega = -10^3\omega^2$

Igualando partes imaginarias: $10^{15} = \omega^2 \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{10^{15}}\ rad/s}$

Eliminando ω en la ecuación de las partes reales podemos hallar A: $\Rightarrow \boxed{A = 287{,}5}$