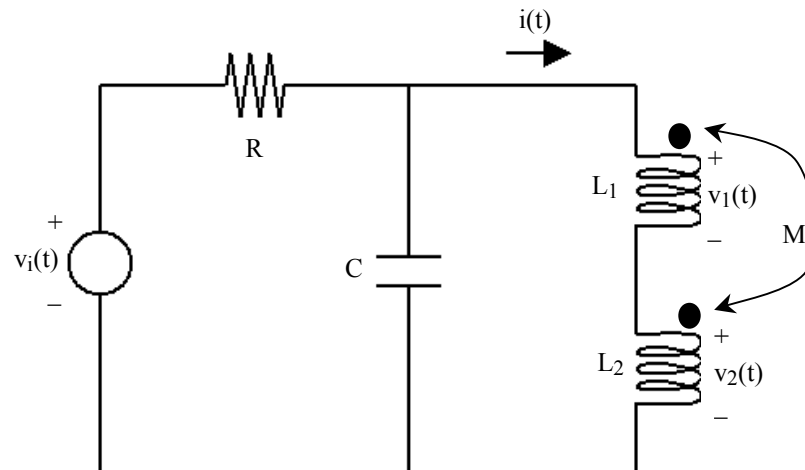


## Examen de Sistemas Lineales 1

12 de diciembre del 2007

Se recuerda que para aprobar la prueba es necesario tener al menos un ejercicio completo. Se sugiere justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente.

### Ejercicio 1

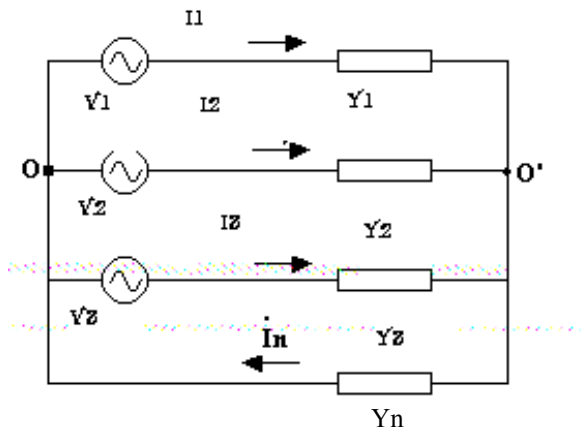


Se considera el circuito de la figura, alimentado por una fuente sinusoidal  $v_i(t) = A \cdot \cos(\omega t)$ ,  $A$  y  $\omega > 0$ .

- a) Hallar la transferencia en régimen sinusoidal  $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$  siendo  $V_o(j\omega)$  la tensión en régimen sinusoidal en bornes de la inductancia  $L_2$ .
- b) Verificar que si el transformador es perfecto y se cumplen las siguientes relaciones:  $L_1 = L$ ;  $L_2 = 9L$ ;  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ ;  $\frac{R}{L} = \frac{16}{RC}$ , entonces la transferencia queda de la forma

$$H(j\omega) = \frac{3}{4} \cdot \frac{\omega_0 \cdot (j\omega)}{(j\omega)^2 + (j\omega)\omega_0 + \omega_0^2}$$

- c) i) Deducir los Diagramas de Bode asintóticos de  $H(j\omega)$ , explicando su construcción. Bosquejar los Diagramas reales.
- ii) Calcular la distancia exacta entre del Diagrama de Bode real de módulo y el asintótico a una octava por encima de  $\omega_0$ .
- d) i) Hallar al menos una frecuencia de trabajo para la cual la salida en régimen del sistema esté en fase con la entrada. Justificar.
- ii) Hallar al menos una frecuencia de trabajo para la cual la salida en régimen del sistema presente un atraso o adelanto respecto de la entrada de  $\pi/4$ . Justificar.

**Ejercicio 2**

$$\text{Datos } \begin{cases} v_1 = 220 * \sqrt{2} \cos(2\pi 50 * t) \\ v_2 = 220 * \sqrt{2} \cos(2\pi 50 * t + \frac{2\pi}{3}) \\ v_3 = 220 * \sqrt{2} \cos(2\pi 50 * t + \frac{4\pi}{3}) \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 0,02\Omega^{-1} \\ y_2 = 0,02\Omega^{-1} \\ y_3 = 0,01\Omega^{-1} \\ y_n = 0,03\Omega^{-1} \end{cases}$$

Dado el siguiente circuito se pide:

- Calcular el voltaje O' (tomando O como referencia) (sugerencia: aplique nudos en ese punto)
- Calcular I1, I2, I3 e In y ubicarlas en un diagrama fasorial
- Calcule las potencias activa y reactiva entregada por las fuentes
- ¿Qué carga monofásica agregaría en paralelo a una fase de manera de balancear la carga trifásica? Para ese caso, re-calcule la tensión en O'.

## Examen de Sistemas Lineales 1

12 de diciembre del 2007

Se recuerda que para aprobar la prueba es necesario tener al menos dos preguntas completas. Se deberá justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Asimismo se pide justificar debidamente las afirmaciones realizadas. Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente. Si tiene dudas respecto a si debe probar o no determinado resultado o propiedad que utiliza, consulte al docente. Fuera de este tipo de consultas, sólo se responderán dudas sobre la letra.

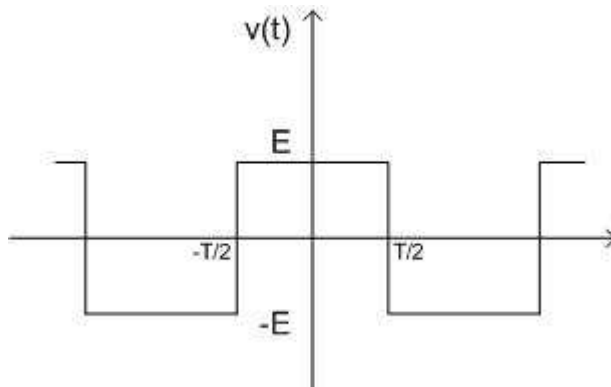
### Pregunta 1

- Encontrar una relación entre la Transformada de Fourier y la Serie de Fourier de una distribución periódica.
- Si  $f$  y  $g$  son funciones periódicas, dar una expresión de  $c_n(fg)$  a partir de  $\{c_m(f)\}$  y  $\{c_m(g)\}$ . (Sugerencia: recordar la prueba del teorema de Parseval).
- Utilizando la parte **b)**, hallar la Serie de Fourier de  $h(x) = \sin(x)\cos(x)$ . (Sugerencia: Verificar primero el periodo de  $h(x)$ )

### Pregunta 2

Dada una función periódica  $f(x)$ ,

- Cómo se define el valor eficaz  $f_{\text{rms}}$ .
- Si  $f(x)$  se expresa como serie de Fourier de exponenciales,  $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega x}$ .  
Enunciar el teorema de Parseval.
- Se considera la forma de onda cuadrada de la figura, de amplitud  $E$ , cuya Serie de Fourier se recuerda:



$$v(t) = \frac{2E}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right) e^{jn\omega t}$$

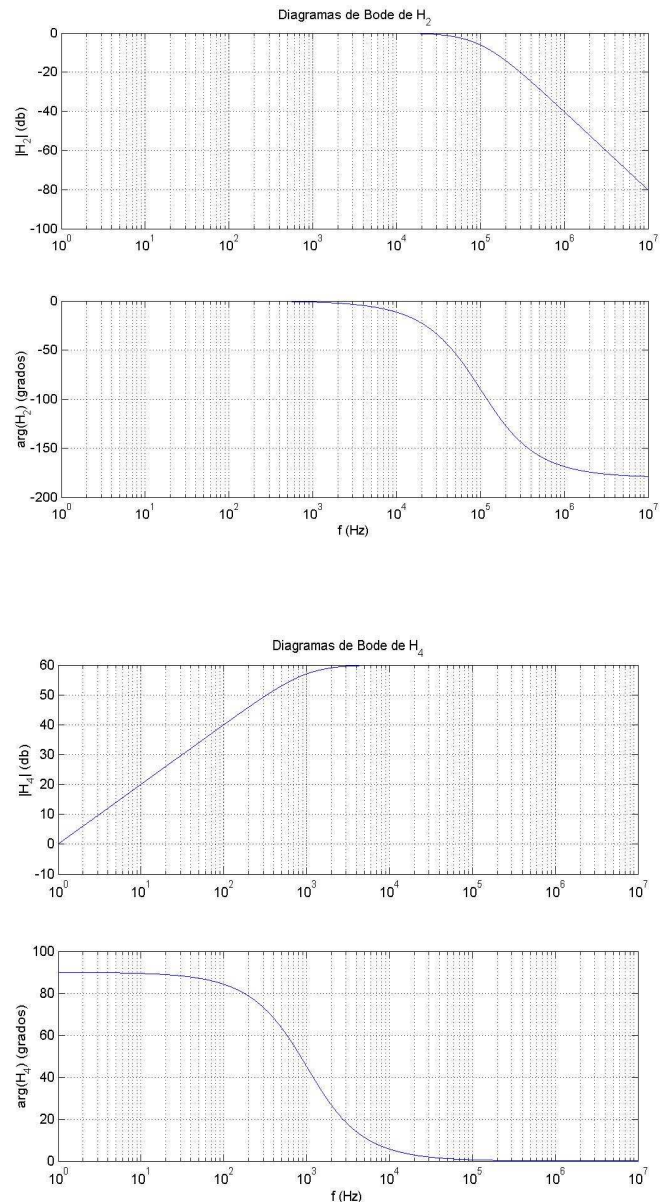
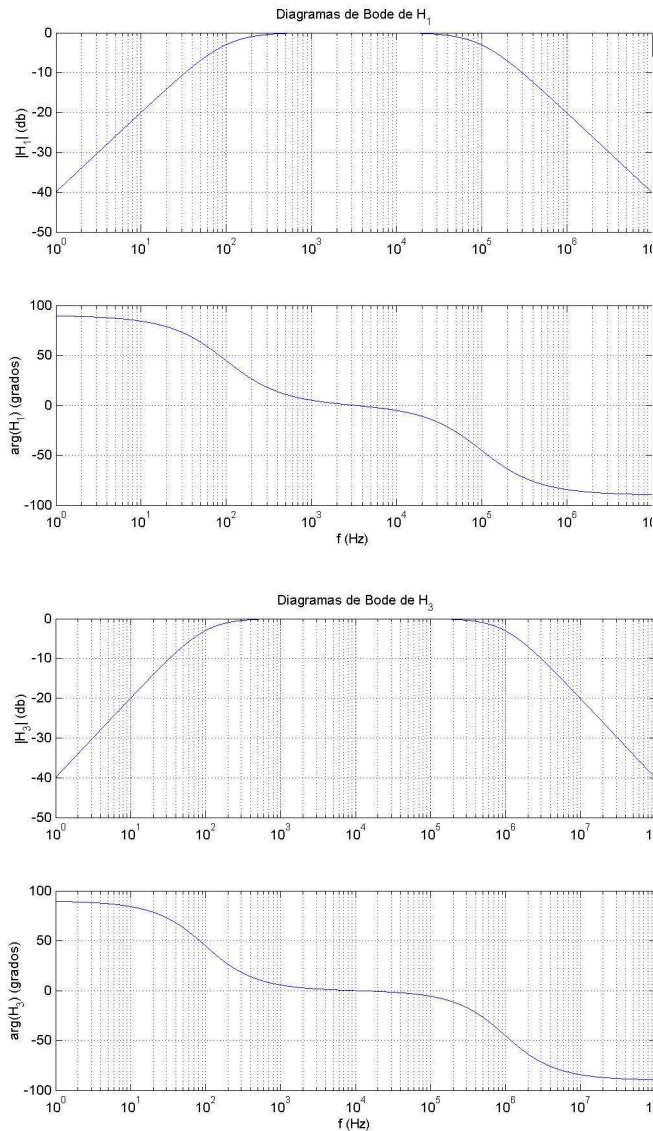
Aplicando Parseval, calcular la suma de la serie:  $1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ .

### Pregunta 3

- Definir precisamente el concepto de **fasor**.
- Deducir las *impedancias complejas* asociadas a las componentes básicas de un circuito eléctrico -resistencia, condensador y bobina- funcionando en régimen sinusoidal.
- Definir la *potencia instantánea* y a partir de ella la *potencia media* de una componente en régimen sinusoidal.
- Deducir una expresión fasorial para la potencia media.

## **Pregunta 4**

Se dispone de cuatro sistemas lineales, descritos por los Diagramas de Bode que se muestran a continuación:

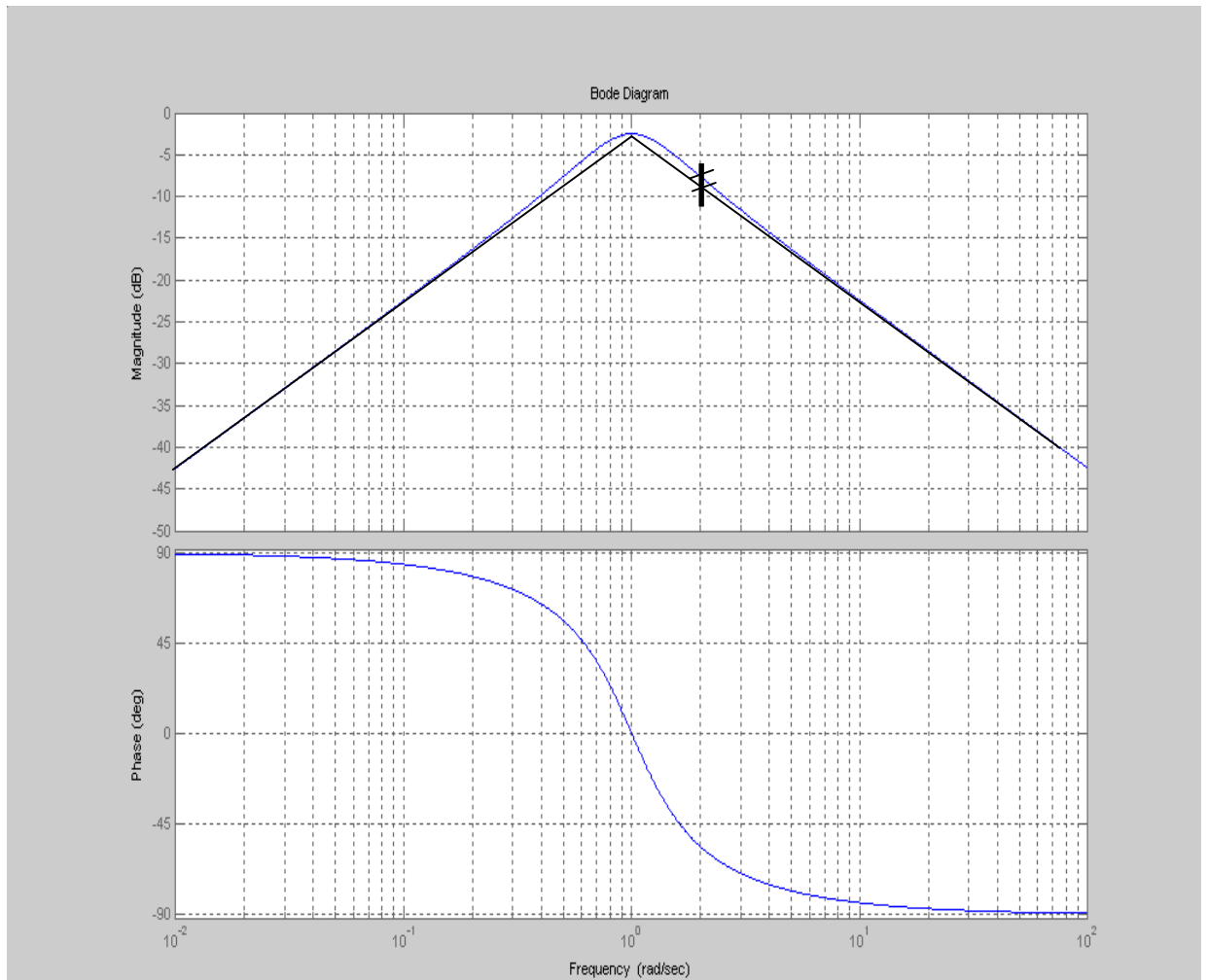


- ¿Qué sistema/s permite/n eliminar en régimen el valor medio si se le inyecta una señal periódica?
- ¿Si se trabaja con una señal sinusoidal de 100 kHz, qué sistema/s utilizaría para obtener en régimen una salida prácticamente de igual amplitud y fase que la entrada?

**Justificar claramente cada respuesta.**

**Problema 1**

$$\text{a) } H(j\omega) = \frac{L_2 + M}{[L_1 + L_2 + M]RC} \cdot \frac{(j\omega)}{(j\omega)^2 + (j\omega) \cdot \frac{1}{RC} + \frac{1}{[L_1 + L_2 + M]C}}$$

**b)**

**ii)** Distancia a  $2\omega_0 = 0.0902$  db

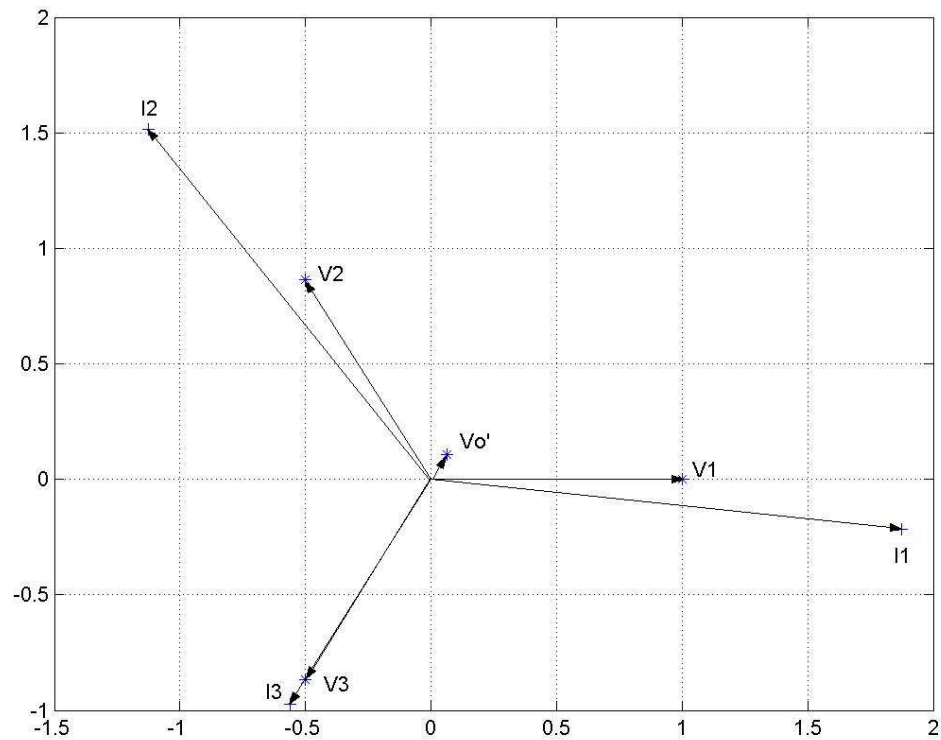
**c) i)**  $2\omega_0 \Rightarrow$  sale del cálculo directo de la transferencia en ese punto, necesario para determinar la evolución de la fase.

**ii)**  $0.6180 \omega_0 \Rightarrow$  sale de imponer argumento de  $\pi/4$  o  $3\pi/4$  al denominador de la transferencia (igualdades de los valores absolutos de las partes reales e imaginarias).

**Problema 2**

a) 
$$V_{O'} = V_1 \cdot \left[ \frac{Y_1 + Y_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + Y_3 e^{j\frac{4\pi}{3}}}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \right],$$

b)



c)  $P_1 = \text{Re}[V_1 \overline{I_1}], P_2 = \text{Re}[V_2 \overline{I_2}], P_3 = \text{Re}[V_3 \overline{I_3}]$  (usando los valores eficaces)

d) Se debería colocar una carga en paralelo con  $Y_3$ , de manera de igualar las cargas de las tres fases. En ese caso, la tensión en  $O'$  se iguala con la tensión en  $O$ .