Práctico 7 (resultados)

Reportar al foro cualquier error que crea que exista en éstos resultados.

Ejercicio 1

a) $10log1 = 0dB$ $10log\sqrt{2} = 1{,}505dB$ $10log2 = 3{,}01dB$ $10log10 = 1dB$

$10log10^6 = 60dB$

b) $10log2 = 3{,}01dB$ $10log4 = 10log2^2 = 20log2 = 6{,}02dB$

$10log2\sqrt{2} = 10(log2 + log\sqrt{2}) = 3{,}01 + 1{,}505 = 4{,}515dB$

$10log20 = 10(log2 + log10) = 13{,}01dB$

$10(log2 + 6log10) = 63{,}01dB$

c) No se puede usar la parte a) para calcular las mismas cantidades a las que se les suma 10 (a excepción del cuarto caso). Por lo tanto el cálculo puede hacerse utilizando la calculadora como en la parte a).

$10log11 = 10{,}414dB$ $10log12 = 10{,}792dB$

$10log(\sqrt{2} + 10) = 10{,}574dB$ $10log20 = 10(log2 + log10) = 13{,}01dB$

$10log(10 + 10^6) = 60dB$

Ejercicio 2

a) 1 semitono es $\frac{1}{12}$ octavas y $log2^{\frac{1}{12}}$ décadas es un semitono.

b) Para el cálculo en octavas tomar el logaritmo en base 2 y para el cálculo en décadas el logaritmo en base 10. Además, en el logaritmando va siempre el cociente entre la máxima frecuencia y la mínima frecuencia.

Para el piano convencional: 7.25 octavas y 2.182 décadas.

Para la guitarra: 3.083 octavas y 0.928 décadas.

Para la voz de soprano: 2 octavas y 0.602 décadas.

Para la voz de tenor: 1.583 octavas y 0.477 décadas.

Ejercicio 3

a)

$\frac{1}{1+j} = \frac{1}{\sqrt{2}} < -\frac{\pi}{4}$

$\frac{\omega_0}{\omega_0+j\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} < -\frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{1+j/10} = \frac{10}{\sqrt{101}} < -Arctg(\frac{1}{10})$

$\frac{1}{1+2j} = \frac{1}{\sqrt{5}} < -Arctg(2)$

$\frac{1}{1+j/2} = \frac{2}{\sqrt{5}} < -Arctg(\frac{1}{2})$

b)

La demostración radica en escribir el complejo z de la forma módulo y argumento y utilizar la conocida Fórmula de Euler.

$Re(\frac{1}{1+j}e^{j\omega_o t}) = \frac{1}{\sqrt{2}}cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{4})$

$Re(\frac{\omega_0}{\omega_0+j\omega}e^{j\omega_o t}) = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2+\omega^2}}cos(\omega_0 t - Arctg(\frac{\omega}{\omega_0}))$

c)

i) $12\sqrt{\frac{1+\omega^2}{(\omega^2+1/4)(\omega^2+100)}}cos(\omega_0 t + \phi))$

donde $\phi = 2k\pi + Arctg(\omega) - Arctg(2\omega) + Arctg(\frac{\omega}{10})$ con k entero

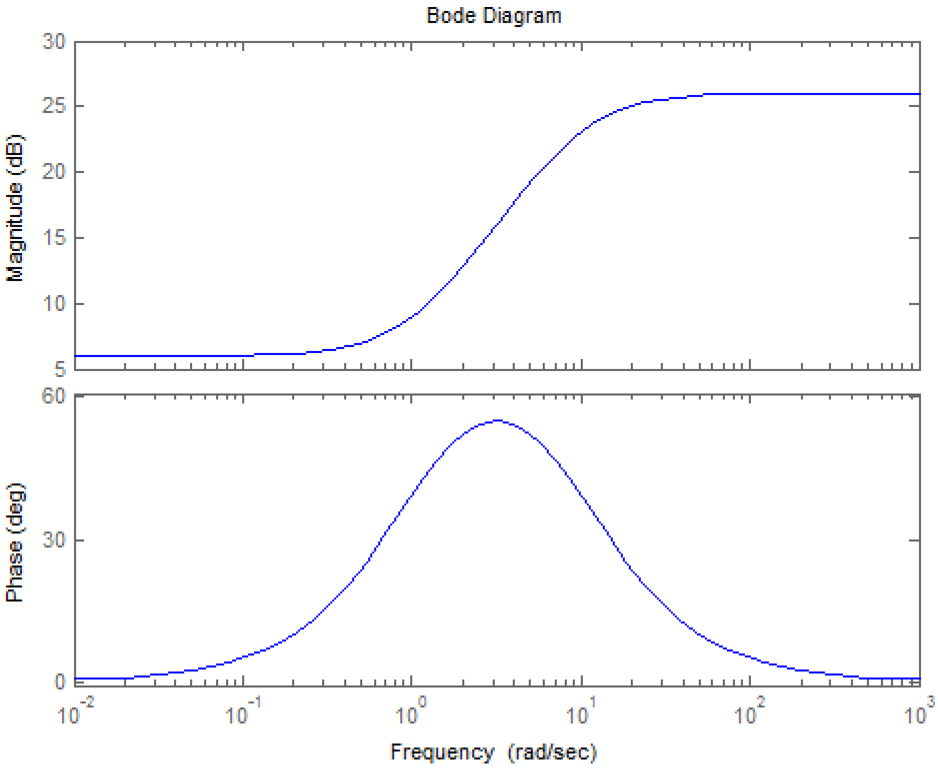
ii) $\omega_c = \sqrt{\frac{43{,}75+\sqrt{2390{,}0625}}{2}} \quad < H(j\omega_c) = 30{,}081^o$

iii) $\omega_G = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Ejercicio 4

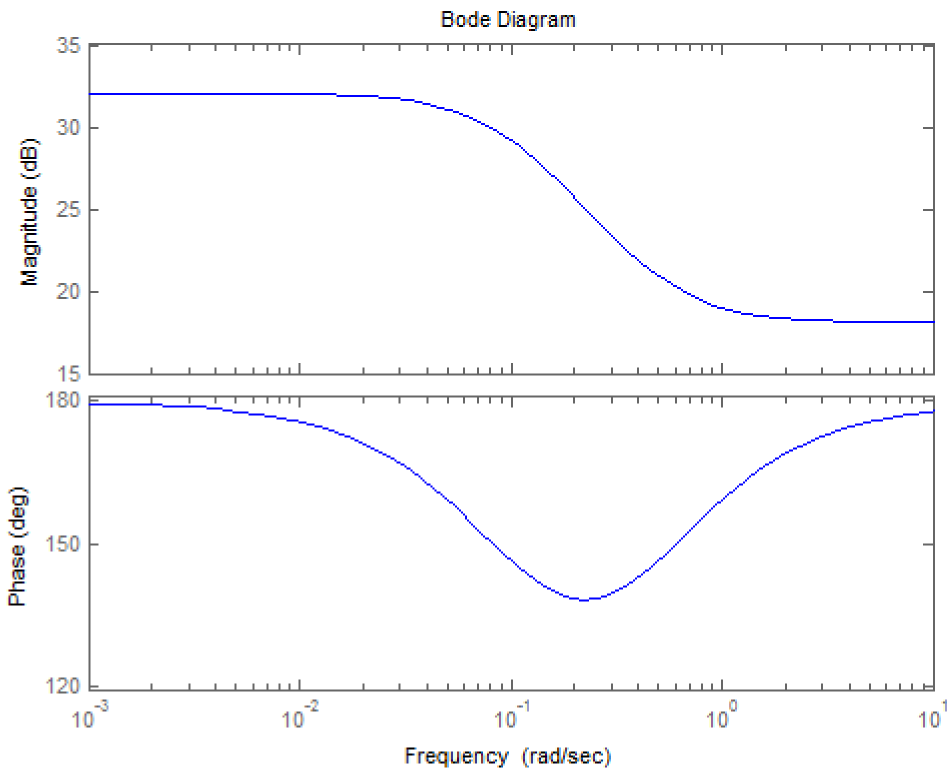
Observación inicial: recuerde que multiplos de 2π (360^o) representan los mismos reultados. A modo de ejemplo, decir que la fase vale -180^o equivale a decir que vale 180^o.

Quien disponga de alguna versión de Matlab puede obtener los diagramas de Bode reales. A modo de ejemplo, el diagrama de bode real de la transferencia: $\frac{2(j\omega+1)}{0{,}1j\omega+1}$ se puede obtener ejecutando las siguiente sentencia en línea de comandos en Matlab: bode([2 2], [0.1 1]). Así, el resultado que debería obtener debe ser el siguiente:



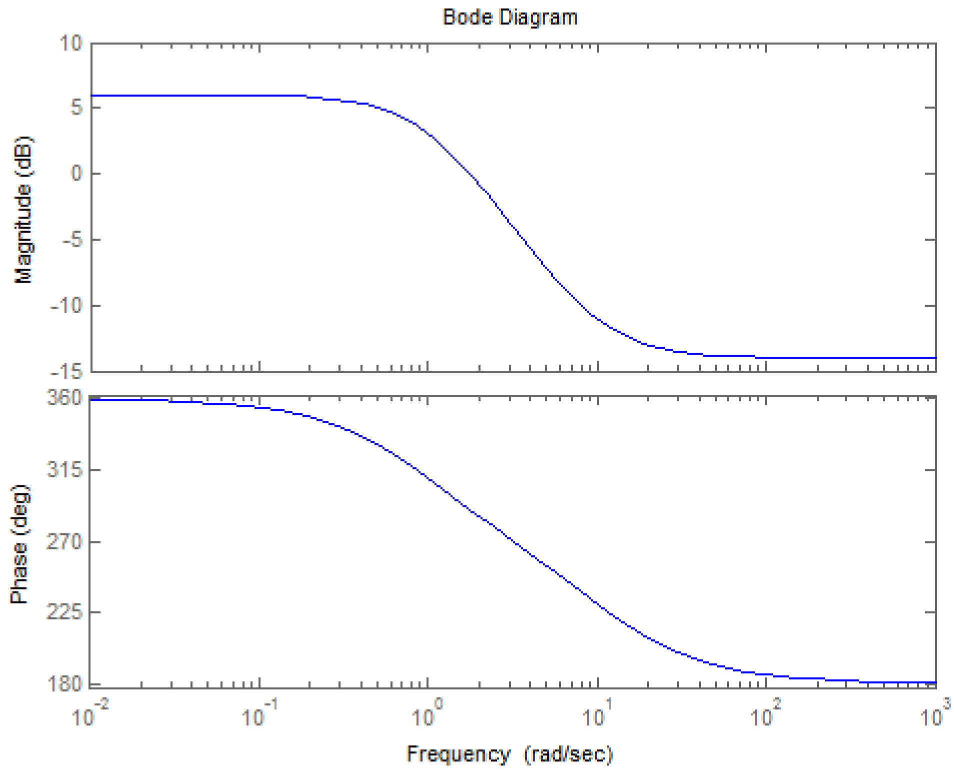
A continuación comentamos como queda el diagrama de Bode asintótico: para frecuencias menores a 1rad/s es constante de valor 20log2dB y con fase 0º, luego crece a 20dB/dec en el rango de frecuencias que van de 1rad/s a 10rad/s y fase 90º, luego, para frecuencias mayores a 10rad/s, permanece constante a 20log20dB y fase 0º. Recordar que el diagrama de Bode asintótico del módulo es siempre una función continua.

Para la transferencia $\frac{-4(2j\omega+1)}{0{,}1+j\omega}$ el diagrama de Bode real queda como sigue:



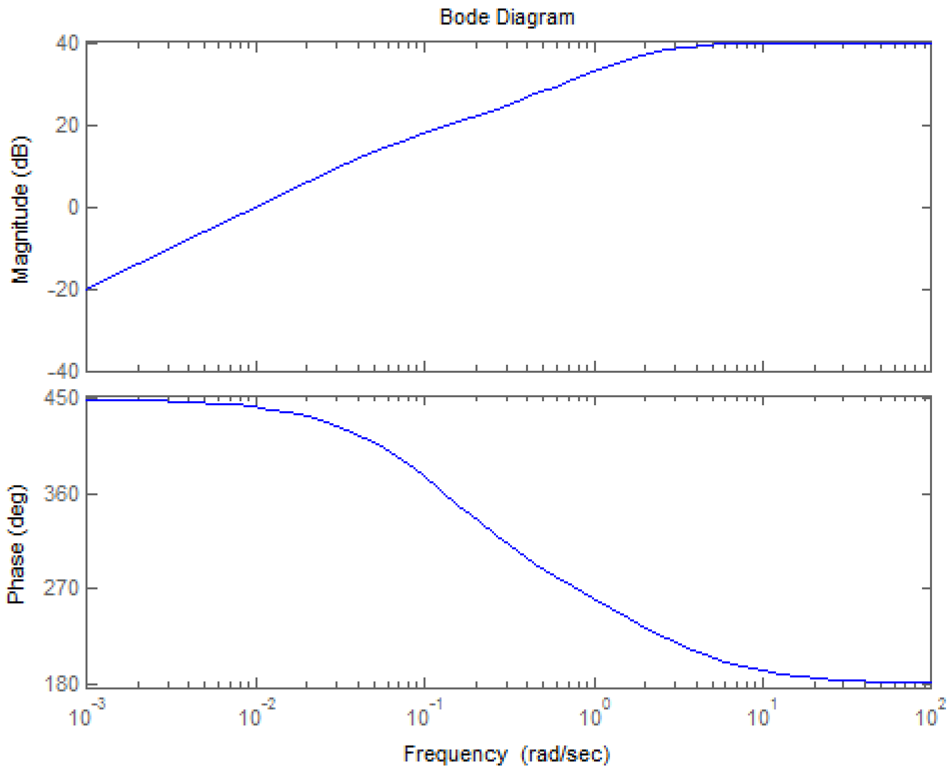
A continuación comentamos como queda el diagrama de Bode asintótico: para frecuencias menores a 0.1rad/s es constante de valor 20log4dB y con fase -180^o, luego decrece a -20dB/dec en el rango de frecuencias que van de 0.1rad/s a 0.5rad/s y fase -270^o, luego , para frecuencias mayores a 0.5rad/s, permanece constante a 20log8dB y fase -180^o. Recordar que el diagrama de Bode asintótico del módulo es siempre una función continua.

Para la transferencia $\frac{-2(0,1j\omega-1)}{j\omega+1}$ el diagrama de Bode real queda como sigue:



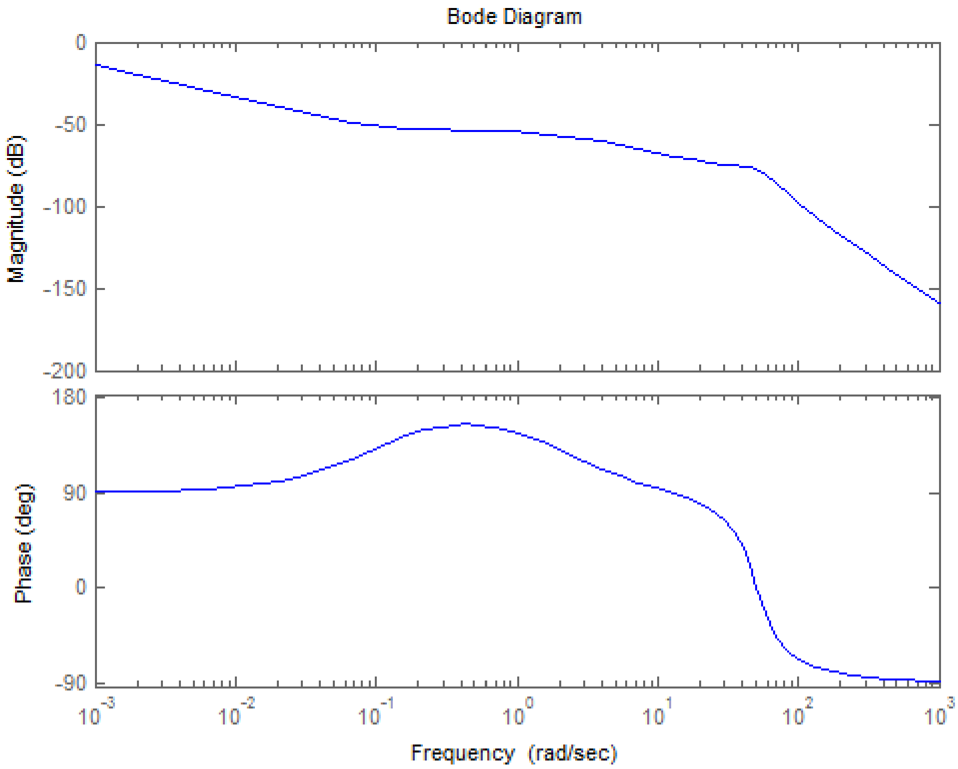
A continuación comentamos como queda el diagrama de Bode asintótico: para frecuencias menores a 1rad/s es constante de valor 20log2dB y con fase 0º, luego decrece a -20dB/dec en el rango de frecuencias que van de 1rad/s a 10rad/s y fase -90º, luego , para frecuencias mayores a 10rad/s, permanece constante a 20log0.2dB y fase -180º. Recordar que el diagrama de Bode asintótico del módulo es siempre una función continua.

Para la transferencia $\frac{200j\omega(1-5j\omega)}{(j\omega+2)(10j\omega+1)}$ el diagrama de Bode real queda como sigue:



A continuación comentamos como queda el diagrama de Bode asintótico: para frecuencias menores a 0.1rad/s crece a 20dB/dec y con fase 90^o, luego permanece constante en 20dB en el rango de frecuencias que van de 0.1rad/s a 0.2rad/s y fase 0^o, luego , para frecuencias entre 0.2rad/s y 2rad/s crece a 20dB/dec con fase -90^o y finalmente permanece constante en 40dB y fase -180^o. Recordar que el diagrama de Bode asintótico del módulo es siempre una función continua.

Para la transferencia $\frac{-5(0,1j\omega+1)}{j\omega(1+0,5j\omega)((j\omega)^2+30(j\omega)+50^2)}$ el diagrama de Bode real queda como sigue:



A continuación comentamos como queda el diagrama de Bode asintótico: para frecuencias menores a 2rad/s decrece a -20dB/dec y con fase 90º, luego decrece a -40dB/dec en el rango de frecuencias que van de 2rad/s a 10rad/s y fase 0º, luego , para frecuencias entre 10rad/s y 50rad/s decrece a -20dB/dec con fase 90º y finalmente decrece a -60dB/dec y fase -90º. Recordar que el diagrama de Bode asintótico del módulo es siempre una función continua.

Ejercicio 5

Ejercicio 6

$H(j\omega) = \frac{G_0\omega_1}{j\omega+\omega_1}$ donde: $G_0 = 0{,}133$ y $\omega_1 = 14{,}176 rad/s$.

Ejercicio 7

a) $H(j\omega) = \frac{1}{2}\frac{(j\omega)^2 R_2LC - j\omega L + R_2}{(j\omega)^2 R_2LC + j\omega L + R_2}$

b) El diagrama de Bode asintótico de módulo es constante en -20log(2)dB y la fase pasa de 0º a -360º a partir de ω_0.

c) $\omega = \omega_0$ A=0.5

d) 0

Ejercicio 8

a)

$$x = -\frac{\sqrt{117149161}}{40000} - \frac{26131}{40000} - \frac{i\cdot\sqrt{(800021678 - 52262\cdot\sqrt{117149161})}}{40000} \vee x = -\frac{\sqrt{117149161}}{40000} - \frac{26131}{40000} + \frac{i\cdot\sqrt{(800021678 - 52262\cdot\sqrt{117149161})}}{40000} \vee x = \frac{\sqrt{117149161}}{40000} - \frac{26131}{40000} - \frac{i\cdot\sqrt{(52262\cdot\sqrt{117149161} + 800021678)}}{40000} \vee x = \frac{\sqrt{117149161}}{40000} - \frac{26131}{40000} + \frac{i\cdot\sqrt{(52262\cdot\sqrt{117149161} + 800021678)}}{40000}$$

b) El diagrama de Bode asintótico tiene ganancia 0dB a bajas frecuencias (menores que 1rad/s) y decae a -80dB/dec a partir de 1rad/s. El punto de caída de 3dB se da aproximadamente a 1rad/s.

Un filtro de primer orden tiene ganancia 0dB a bajas frecuencias pero decae a -20db/dec para altas frecuencias. Se ve que el filtro de Butterworth se aproxima mejor a un filtro pasabajos ideal.