Práctico 4 (resultados)

Reportar al foro cualquier error que crea que exista en éstos resultados.

Ejercicio 1

a) El resultado es el número 9

b) El resultado es la distribución asociada a la función $(t-3)^2$

c) El resultado es la distribución $9.\delta(t-3)$

d) El resultado es la distribución nula

e) El resultado es la distribución asociada a la función $cos(t)$

f) El resultado es el número -1

g) El resultado es la distribución $-\delta(t)$

Ejercicio 2

a)

$$f(t)*h(t)=\begin{cases} A_1A_2(t+2\tau) & -2\tau\leq t\leq 0 \\ A_1A_2(2\tau-t) & 0\leq t\leq 2\tau \\ 0 & \textit{en otro caso} \end{cases}$$

Si los anchos de los pulsos fueran distintos el resultado sería el siguiente:

$$f(t)*h(t)=\begin{cases} A_1A_2(t+\tau_1+\tau_2) & -(\tau_1+\tau_2)\leq t\leq \tau_2-\tau_1 \\ A_1A_2(\tau_1+\tau_2-t) & \tau_1-\tau_2\leq t\leq \tau_1+\tau_2 \\ 2A_1A_2\tau_2 & \tau_2-\tau_1\leq t\leq \tau_1-\tau_2 \end{cases}$$

Notas: la función anterior vale 0 en los restantes casos y considerar que: $\tau_1 \geq \tau_2$.

b)

$$h(t)*h(t)*h(t)=\begin{cases} \frac{1}{2}A_1^3(t+3\tau)^2 & -3\tau\leq t\leq -\tau \\ A_1^3(\sqrt{3}\tau+t)(\sqrt{3}\tau-t) & -\tau\leq t\leq \tau \\ \frac{1}{2}A_1^3(t-3\tau)^2 & \tau\leq t\leq 3\tau \end{cases}$$

c)

$$f(t)*Y(t)e^{-at}=\begin{cases} \frac{A_1}{a}(1-e^{-a(t+\tau)}) & -\tau\leq t\leq \tau \\ \frac{A_1}{a}(e^{-a(t-\tau)}-e^{-a(t+\tau)}) & \tau\leq t \\ 0 & \textit{en otro caso} \end{cases}$$

Ejercicio 3

a.

Consultar el Teorema 3.5. de la página 65 del capítulo 3 de las notas del curso.

b.

I. Aquí se cumplen las hipótesis del teorema de la regularizada y por lo tanto es aplicable dicho teorema.

II. Aquí no se cumplen las hipótesis del teorema de la regularizada (dado que Y no es infinitamente derivable) y por lo tanto no es aplicable dicho teorema.

III. Aquí se cumplen las hipótesis del teorema de la regularizada y por lo tanto es aplicable dicho teorema.

IV. Aquí no se cumplen las hipótesis del teorema de la regularizada (dado que Y no es infinitamente derivable) y por lo tanto no es aplicable dicho teorema.

c.

I. 2a

II.

$$\begin{cases} t+a & -a \leq t \leq a \\ 2a & t \geq a \end{cases}$$

III. 1

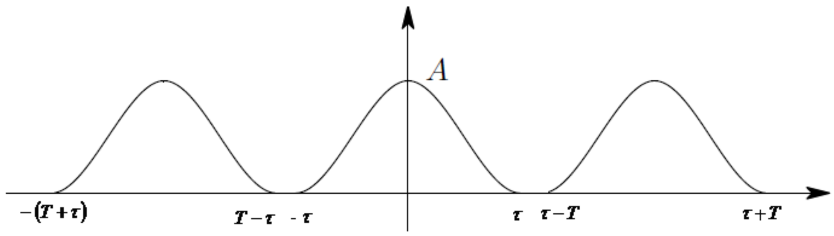
IV. Y(t)

Ejercicio 4

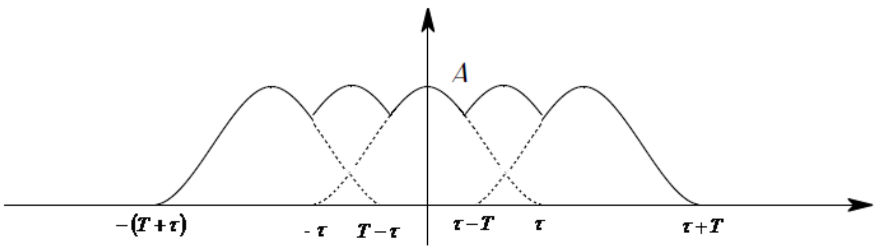
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) * f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t-nT)$

Si $2\tau \leq T$ entonces no hay solapamiento y en caso contrario si.

Cuando no hay solapamiento el resultado gráfico es el siguiente:



Cuando hay solapamiento el resultado gráfico es el siguiente:



Ejercicio 5

a) $(e^{3t} - e^{2t})Y(t)$

b) Ver ejemplo 3.8 de la página 72 del capítulo 3 de las notas del curso.

Ejercicio 6

a) $v_i = v_o + LC\frac{d^2v_o}{dt^2}$

b) $\delta(t) + LC\delta''(t)$

c) $\omega_0 sen(\omega_0 t)Y(t)$

d) i. $1V(1 - cos(t))Y(t)$ **ii.** $0{,}5V(sen(\omega_0 t) - \omega_0 t cos(\omega_0 t))Y(t)$

Ejercicio 7

Consultar el ejemplo 3.4.4 de la página 62 del Capítulo 3 de las notas del curso.

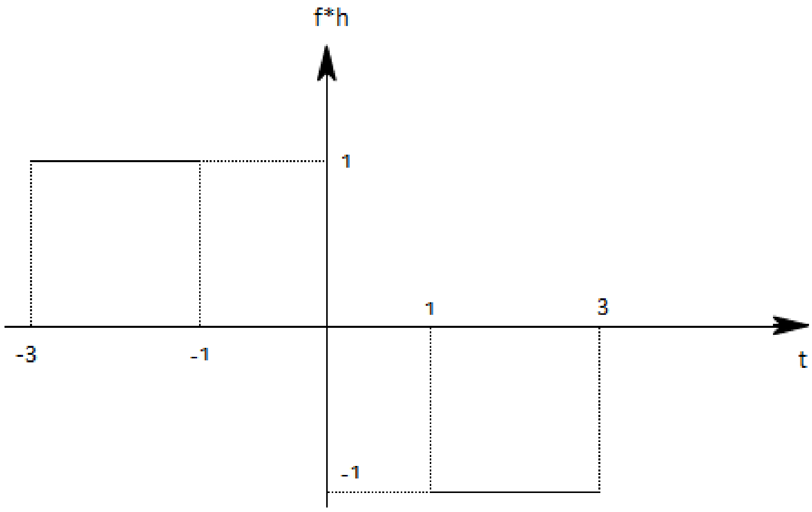
Ejercicio 8

La existencia del producto convolución está garantizada por ser S de soporte acotado. La periodicidad de dicho producto se prueba utilizando la periodicidad de T y la conmutatividad del producto convolución.

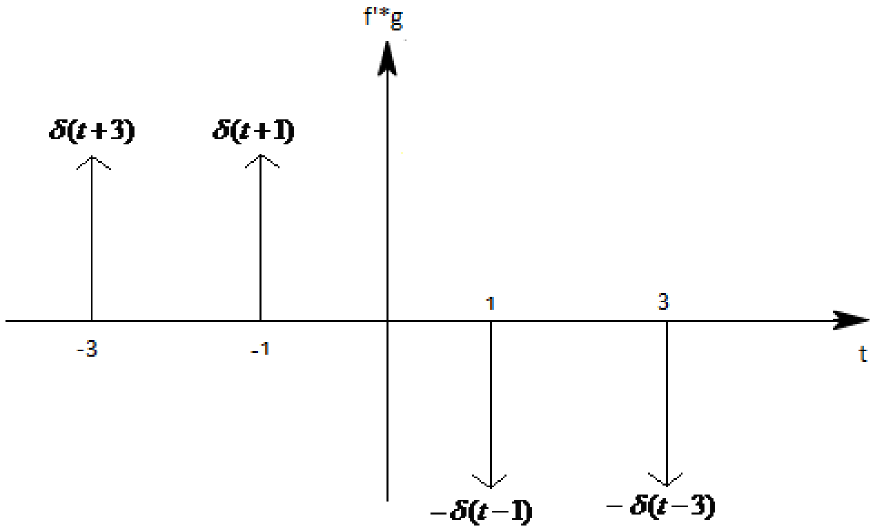
Ejercicio 9

a) $f * h = Y(t+3) - Y(t-1) - Y(t+1) + Y(t-3)$

El dibujo queda como sigue:



b) $f' * g = \delta(t+3) + \delta(t+1) - \delta(t-1)\delta(t-3)$



c) $f * g' = \delta(t+3) + \delta(t+1) - \delta(t-1)\delta(t-3)$

El dibujo es el mismo que el de la parte b).

d) $g * u = 2u$

El dibujo es el mismo que el de u dado, pero con amplitud dos en vez de uno.

e) h*u es la distribución nula

La igualdad de los resultados b) y c) está dada por la propiedad 12 del capítulo 3 de la página 67 de las notas del curso.

Ejercicio 10

a) $y(t) = \frac{1}{a}(1 - e^{-at})Y(t)$

b) $y(t) = \frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})Y(t)$

Ejercicio 11

a)

$\int_{-\infty}^{\infty} t p_T(t)\mathrm{d}t = 0$

$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 p_T(t)\mathrm{d}t = 1$

b) Utilizando los resultados mencionados en el ejercicio resulta que dicho límite tiende a N(0,1).