Práctico 3 (resultados)

Reportar al foro cualquier error que crea que exista en éstos resultados.

Ejercicio 1

Consultar la Proposición 2.4 del capítulo 2 (página 50) de las notas del curso.

Ejercicio 2

Consultar el Ejemplo 2.18 del capítulo 2 (página 50) de las notas del curso.

Ejercicio 3

a.

$$T^m(t) = \begin{cases} Y(t) - Y(-t) & m = 1 \\ 2\delta^{(m-2)}(t) & m \geq 2 \end{cases}$$

b. $\delta(t)$

c. $\delta(t)$

d. $\delta(t)$

Ejercicio 4

a.

$2\sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta^{(m-1)}(t - (2k-1)\frac{\pi}{2})$ $m \in \mathbb{N}$ y $m \geq 1$

b. No es tan sencillo dar una expresión simple como en la parte a). Con calcular algunas derivadas (la primera y la segunda) es suficiente.

Ejercicio 5

$(Y(t) - Y(-t))cos(t) - |t|sen(t)$

$2\delta(\mathrm{t}) - 2(Y(t) - Y(-t))sen(t) - |t|cos(t)$

$2\delta'(\mathrm{t}) - 3(Y(t) - Y(-t))cos(t) + |t|sen(t)$

$2\delta''(\mathrm{t}) - 6\delta(\mathrm{t}) + 4(Y(t) - Y(-t))sen(t) + |t|cos(t)$

Ejercicio 6

a)

i- $\{0\}$
ii- $\{\mathrm{a}\}$
iii- $[0, +\infty]$

iv- $[0, a]$

b)

i. $sop(T)$ U $sop(S)$

ii. $sop(T+S) \subset sop(T) + sop(S)$

Ejercicio 7

a) No está bien definida $< T, \varphi >$

b) No está bien definida $< T, \varphi >$

c) Está bien definida $< T, \varphi >$

d) Está bien definida $< T, \varphi >$

e) No está bien definida $< T, \varphi >$

f) Está bien definida $< T, \varphi >$

Ejercicio 8

$F(t) = Y(t)e^{-t}$

Ejercicio 9

a

$y(t) = \frac{1}{\omega_0} sen(\omega_0 t))Y(t)$

b

$y(t) = cos(\omega_0 t)Y(t)$

c

$y(t) = \delta(t) - \omega_0 sen(\omega_0 t)Y(t)$

d

$y(t) = (cos(\omega_0 t) - \omega_0 sen(\omega_0 t) + \frac{1}{\omega_0} sen(\omega_0 t))Y(t) + \delta(t)$

Ejercicio 10

a

Consultar la Definición 2.11 del capítulo 2 (página 52) de las notas del curso.

c $\delta(t)$

d $\delta^{'}(t)$

Ejercicio 11

Consultar la sección 2.8 del capítulo 2 (página 49) de las notas del curso.

Ejercicio 12

a) La verificación de que $\delta(t)$ puede actuar sobre toda función definida en 0 es consecuencia directa de su definición. La otra demostración consiste en probar que $< T, \varphi >$ está bien definida.

b) La verificación puede hacerse como sigue: considere que $T = T_\varphi + \sum_k c_k \delta(t)$. Aplicando la linealidad de las distribuciones bajo consideración, el hecho de que la delta aplicada a una función es igual a una delta por el valor de la función en el origen, y recordando la definición de momento de inercia se tiene el resultado deseado.