

# Sistemas Lineales 1 - Práctico 11

## Práctico integrador

1<sup>er</sup> semestre 2018

El objetivo de esta hoja de ejercicios es presentar una serie de problemas que refieren a diversos temas vistos a lo largo del curso, como forma de que el alumno pueda evaluar cuán cómodamente pasa de un ejercicio a otro, lo cual está relacionado con el grado de dominio de los distintos temas.

1.- (Examen Agosto de 2005, parte teórica)

- Enuncie y demuestre el Teorema de Blondell para cargas en estrella.
- Indique en cuáles de los sistemas trifásicos de la figura 1 valen las hipótesis de Blondell. Justificar.
- Indique en cuáles de los siguientes sistemas trifásicos vale la tesis de Blondell. Justificar.

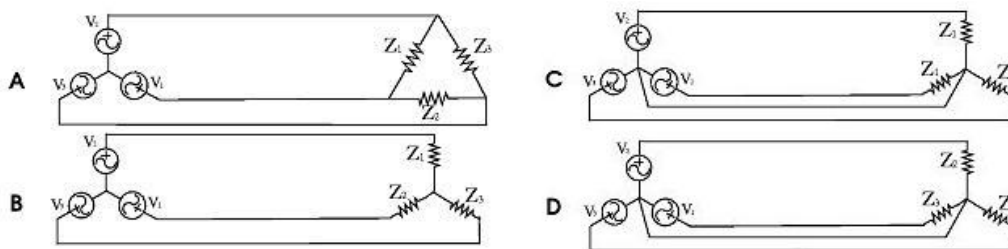


Figura 1: Circuitos trifásicos.

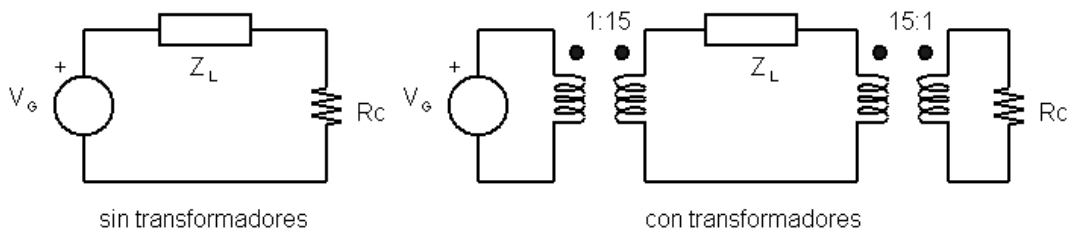


Figura 2: Esquemas de conexión con y sin transformador.

2.-Un generador monofásico de  $8kV$  alimenta una carga  $R_C$  a través de una línea de transmisión de impedancia  $Z_L$  (modelada como la serie de  $R_L$  y  $L_L$ ). Para las dos conexiones que aparecen en la figura 2, se pide:

a) Hallar  $H(j\omega) = \frac{V_C(j\omega)}{V_G(j\omega)}$ .

Para  $f = 50Hz$ ,

- b) Dar la relación, en porcentaje, entre la potencia perdida (disipada en la línea) y la potencia total (entregada por la fuente).  
 c) Observar la relación entre la transferencia de la línea y la potencia útil entregada a la carga.

Datos:  $V_G = 8kV\angle 0^\circ$ ,  $R_C = 15\Omega$ ,  $R_L = 0.25\Omega$ ,  $L_L = 60mHy$ .  
 (Los transformadores son ideales)

3.-Frente a una excitación sinusoidal, una carga lineal responde en régimen con una senoide de la misma frecuencia, con una eventual atenuación en la amplitud y un desfase. Si la carga es no lineal, se produce la aparición de armónicos (distorsión no lineal). Este fenómeno, muy frecuente en la actualidad debido, por ejemplo, a los circuitos de rectificación presentes a la entrada de una computadora, dificulta el procedimiento de compensación de potencia reactiva. El presente ejercicio muestra que ante la aparición de armónicos, la compensación de reactiva a la frecuencia fundamental no soluciona el problema.

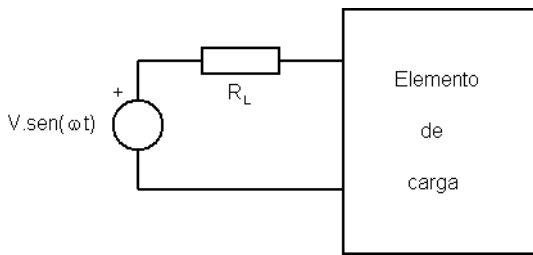


Figura 3: Circuito con carga no lineal.

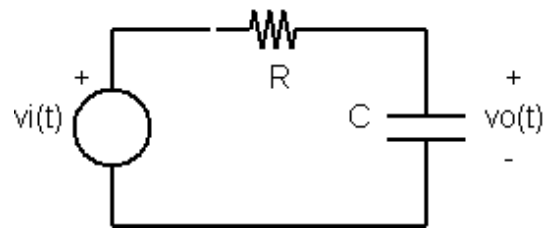


Figura 4: Circuito RC.

- a) i) Consideremos el circuito mostrado en la figura 3. En primer lugar, consideremos el **elemento de carga como lineal**. Tendremos entonces que

$$i(t) = I \cdot \sin(\omega t + \varphi) = a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t) \quad , \quad a_1 = I \cdot \sin(\varphi) \quad , \quad b_1 = I \cdot \cos(\varphi)$$

Pruebe que la potencia activa es:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt = \frac{V \cdot b_1}{2} = \frac{VI}{2} \cdot \cos(\varphi)$$

- ii) Si definimos la potencia reactiva  $Q$  como la asociada a la porción de corriente que no aporta a la potencia activa, resulta que

$$Q = \frac{V \cdot a_1}{2} = \frac{VI}{2} \cdot \sin(\varphi)$$

Las pérdidas en la línea tienen la forma  $R_L \cdot I_{rms}^2$ . Verifique que a igual potencia activa  $P$  y amplitud  $V$  entregada, las pérdidas de línea crecen con la potencia reactiva.

- iii) Muestre que agregando una carga capacitiva es posible compensar la potencia reactiva.

- b) Consideremos ahora el caso en que el **el elemento de carga es no lineal**. Entonces, la expresión para la corriente en régimen toma la forma general

$$i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n\omega t) + b_n \cdot \sin(n\omega t)$$

- i) Verifique que se sigue cumpliendo que

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt = \frac{V \cdot b_1}{2} = \frac{VI}{2} \cdot \cos(\varphi)$$

- ii) Mantenemos la idea de que la potencia reactiva está asociada a la porción de la corriente que no aporta a la potencia activa. Muestre que con un condensador sólo puede compensarse la potencia reactiva asociada al armónico de primer orden *en cuadratura* con la entrada.

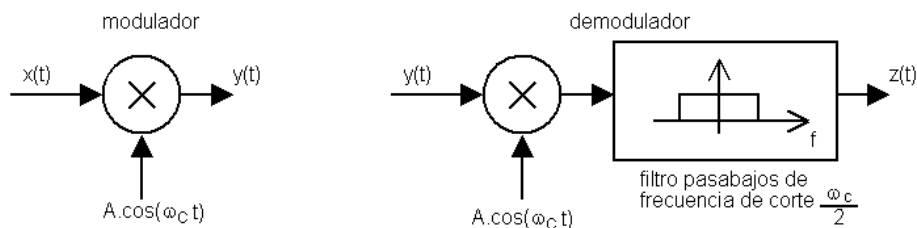


Figura 5: Modulador y demodulador AM.

4.- Considere el modulador y el demodulador de AM mostrados en la figura 5. Se sabe que  $|x(t)| \leq 1$  y que el espectro de  $x(t)$  es de banda acotada  $W$ , con  $W \ll \omega_c$ .

- Dibuje el espectro de la señal  $y(t) = x(t) \cdot A \cdot \cos(\omega_c t)$ .
- Halle la relación entre las señales  $x(t)$  y  $z(t)$ .
- Se modifica el modulador, sustituyéndolo por el esquema mostrado en la figura 6, denominado *modulador de banda lateral única* (SSB por sus siglas en inglés). Repetir nuevamente la parte anterior, hallando la nueva relación entre  $x(t)$  y  $z(t)$ .
- Explique cómo afecta la modificación realizada en el modulador.

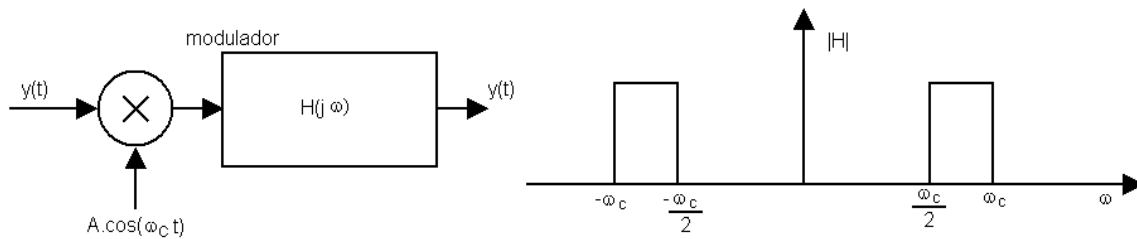


Figura 6: Modulador de banda lateral única.

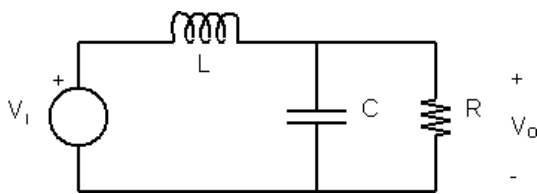


Figura 7: Filtro RLC.

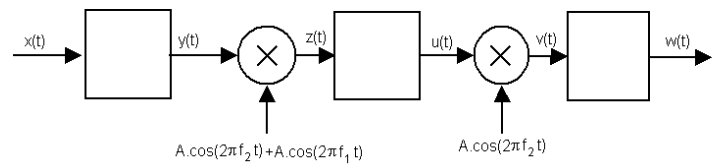


Figura 8: Sistema modulador.

5.-Se considera el circuito de la figura 7, donde  $L = 1mHy$ ,  $C = 1mF$  y  $T = 1ms$ .

- Determine la transferencia en régimen  $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$ .
- ¿Para qué valores de  $R$  el circuito presenta resonancia, es decir, un rango de frecuencias con ganancia significativamente mayor al resto?
- Se usa el circuito para filtrar el rizado de la señal rectificadora  $v_i(t) = 311V \cdot |\sin(314t)|$ . Determine la amplitud de los tres primeros armónicos de la salida del filtro.

6.-Considere el sistema que se muestra en la figura 8. Se verifican las siguientes relaciones:

- $y(t) = x(t) * \frac{\sin(2\pi f_0 t)}{\pi t}$ .
- $z(t) = y(t) \cdot [\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)]$ .
- $u(t)$  es la salida de un filtro pasa altos ideal, de frecuencia de corte  $f_3$ , con entrada  $z(t)$ .
- $v(t) = u(t) \cdot \cos(2\pi f_2 t)$ .
- $w(t) = v(t) * \frac{\sin(2\pi f_0 t)}{\pi t}$ .
- $f_0 \leq f_1 < f_2$ ,  $f_1 + f_0 < f_3 < f_2 - f_0$

Dibuje los espectros de amplitud de las señales  $y(t)$ ,  $z(t)$ ,  $u(t)$ ,  $v(t)$  y  $w(t)$  para la entrada  $x(t) = \delta(t)$ .

7.-

a) Para los circuitos de la figura 9, halle las respectivas transferencias en régimen

$$H_1(j\omega) = \frac{V_{o1}(j\omega)}{V_{i1}(j\omega)} \quad , \quad H_2(j\omega) = \frac{V_{o2}(j\omega)}{V_{i2}(j\omega)}$$

b) Realice lo mismo para el circuito de la figura 10. (**Nota:** si demoró menos de un minuto en resolver esta parte b), reflexione sobre el problema un minuto más).

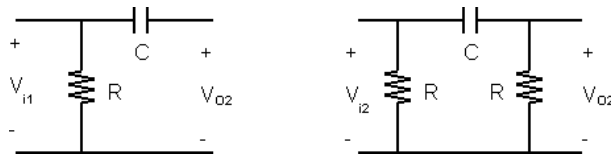


Figura 9: Dos circuitos desconectados.

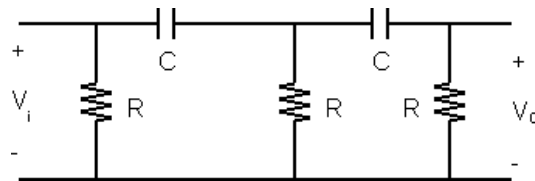


Figura 10: Dos circuitos conectados.

8.-Consideremos un sistema lineal, causal, invariante en el tiempo, tal que desde el punto de vista entrada/salida: elimina las bajas frecuencias, así como también las altas frecuencias, y presenta una banda de frecuencias donde el sistema no distorsiona en amplitud. Indicar cuál o cuáles de los Diagramas de Bode asintótico de módulo mostrados en la figura 11 pueden corresponder al sistema considerado. Justificar para cada Diagrama, por si o por no.

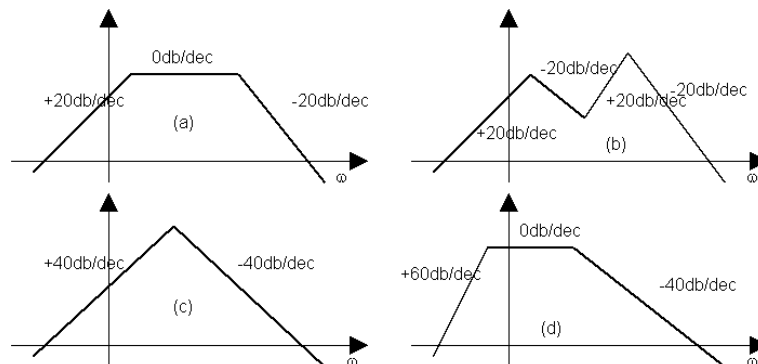


Figura 11: Diagramas de Bode.

9.-Se consideran los sistemas lineales de primer y segundo orden descritos por los Diagramas de Bode que se muestran a continuación.

- a) De la lectura directa de los Diagramas, indicar cuál(es) sistema(s) entrega(n) en régimen a la salida una señal de valor medio nulo al ser excitados por una señal periódica cualquiera (justificar por sí o por no para cada sistema).
- b) Se considera la entrada particular  $A \cdot \sin(2\pi t)$ , donde  $t$  se mide en segundos. Hallar **aproximadamente** la respuesta en régimen para cada uno de los sistemas. Justificar.

