Problema 2

a. Llamaremos D_1 al diodo vertical y D_2 al horizontal.

i) El operacional claramente funciona como comparador, por lo tanto en el intervalo $(0, T_1)$ la salida del operacional estará a $+V_{CC}$ y en el intervalo (T_1, T_2) estará saturado a $-V_{CC}$ Cuando el operacional está saturado a $+V_{CC}$, con el condensador inicialmente descargado es lógico suponer que ambos diodos están cortados inicialmente. Con ambos diodos cortados, el condensador se cargará exponencialmente de 0 a $+V_{CC}$ es decir:

$$v_C(t) = V_{CC}\left(1 - e^{-\dfrac{t}{\tau}}\right),\ \forall t \in (0, t^1)$$

donde t^1 es el tiempo en el cual el diodo D_2 comienza a conducir.
La caída de voltaje en el diodo D_1 es $v_{D_1}(t) = -v_C t < 0$ por lo cual se verifica que el diodo D_1 está cortado. Para el diodo D_2 la caída es $v_{D_2}(t) = E - v_C(t)$ la cual es negativa mientras $v_C(t) < E$, esto se cumple hasta un tiempo $t^1 = -\tau \ln\left(1 - \dfrac{E}{V_{CC}}\right)$ este valor está bien definido y es positivo ya que el argumento del logaritmo es positivo y menor que 1.

Luego de este tiempo $v_{D_1} = -E$ por lo que D_1 está cortado y $i_{D_2}(t) = \dfrac{V_{CC} - E}{r} > 0$ por lo que D_2 está conduciendo hasta el instante T_1.

Por lo tanto para que $v_C(T_1) = E$ debe cumplirse $T_1 \geq t^1$ es decir $T_{1,min} = t^1 = -\tau \ln\left(1 - \dfrac{E}{V_{CC}}\right)$

Análogamente en el siguiente intervalo $t \in (T_1, T_1 + T_2)$ el operacional estará saturado a $-V_{CC}$ y los diodos ambos cortados ya que el condensador comenzará inmediatamente a descargarse. Para este tramo definimos $t' = t - T_1$

$$v_C(t') = -V_{CC} + (E + V_{CC})e^{-\dfrac{t'}{\tau}}$$

Por el mismo argumento D_1 comenzará a conducir en un tiempo t'^2 cuando el condensador se descargue completamente.

$$T_{2,\text{mín}} = t'^2 = \tau \ln\left(1 + \frac{E}{V_{CC}}\right)$$

Las verificaciones de los diodos son análogas al tramo anterior.

ii) Juntando lo obtenido en la parte anterior queda:

$$v_C(t) = \begin{cases} V_{CC}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) & t \in [0, T_{1,\text{mín}}) \\ E & t \in [T_{1,\text{mín}}, T_1) \\ -V_{CC} + (E + V_{CC})e^{-\frac{t-T_1}{\tau}} & t \in [T_1, T_1 + T_{2,\text{mín}}) \\ 0 & t \in [T_1 + T_{2,\text{mín}}, T_1 + T_2] \end{cases}$$

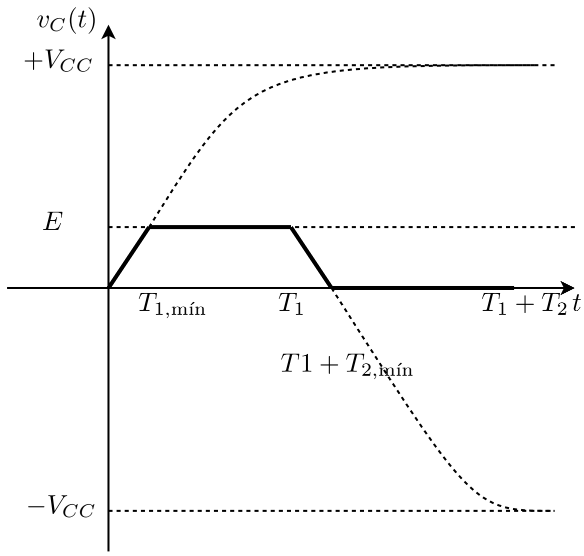

Figura 1: Voltaje en el condensador

b. Para analizar el circuito identificamos bloques, un bloque está dado por el circuito de la parte anterior, el operacional A_2 funciona en configuración seguidora. El operacional A_4 implementa un integrador, y el operacional A_3 un derivador.

i) Llamaremos D_3 al nuevo diodo que aparece en el circuito y $v_{o_i}(t)$ a la salida del operacional $A_i,\ i \in 1.,4$

$$v_{o_3}(t) = -L\frac{d\dfrac{v_C(t)}{R}}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{dv_C(t)}{dt}$$

Cuando $v_{o_3}(t) < 0$ D_3 conduce, esto es fácil de verificar, en este caso la corriente por D_3 es $i_{D_3}(t) = -v_{o_3}(t)/R > 0$
Cuando $v_{o_3}(t) \geq 0$ D_3 está cortado, esto es fácil de verificar también, pues en este caso la caída de voltaje en D_3 es $v_{D_3}(t) = -v_{o_3}(t) \leq 0$.
Por lo tanto está claro que D_3 conducirá cuando $v_C(t)$ sea creciente lo cual ocurre en el intervalo $0, T_{1,\text{mín}}$ y estará cortado cuando $v_C(t)$ sea constante o decreciente.
Asimismo en este intervalo

$$v_o(t) = v_{o_4}(t) = n.E - \frac{1}{RC}\int_0^t v_{o_2}(u)\,du = n.E + \frac{\frac{L}{R}}{RC} v_C(t) = n.E + v_C(t)$$

En el intervalo $[T_{1,\text{mín}}, T_1]$ el voltaje $v_C(t)$ es constante, por lo que la caída de voltaje en L es nula (la corriente es constante e igual a E/R) por lo cual también es nula la corriente por el condensador C_2, es decir $v_o(t)$ se mantiene constante $v_o(t) = n.E + v_C(T_{1,\text{mín}}) = (n+1)E$.
En el siguiente intervalo v_C es decreciente o constante por lo cual D_3 permanece cortado y el voltaje v_o se mantiene constante e igual a $(n+1)E$.

$$v_o(t) = \begin{cases} n.E + V_{CC}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) & t \in [0, T_{1,\text{mín}}) \\ (n+1).E & t \in [T_{1,\text{mín}}, T_1 + T_2) \end{cases}$$

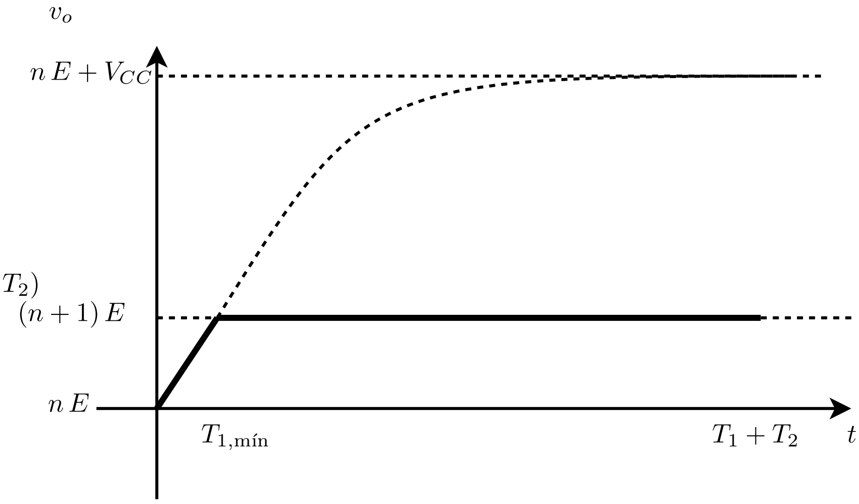

Figura 2: Voltaje $v_o(t)$

ii) De la parte anterior podemos ver que en cada ciclo de la entrada el voltaje en el condensador C_2 se incremente en E, es decir que $v_o(t_{i+1} = v_o(t_i) + E$, como C_2 comienza descargado $v_o(t_0 = 0) = 0$. Por inducción es fácil ver que $v_o(t_i) = i.E$

c. i) Como la constante τ la consideramos despreciable, en particular podemos afirmar que $T_0/2 > T_{i,\text{mín}},\ i \in \{1, 2\}$. En particular esta es una entrada como la de la parte anterior, por lo cual en cada período T_0 el valor de la salida se incrementa en E, como además consideramos despreciable la constante de tiempo τ el salto lo consideramos instantáneo. Esto ocurre hasta que ocurren N_0 períodos tras lo cual se resetea el condensador C_2. Es decir la salida será una sucesión infinita de escaleras como ese muestra en la figura 3 .

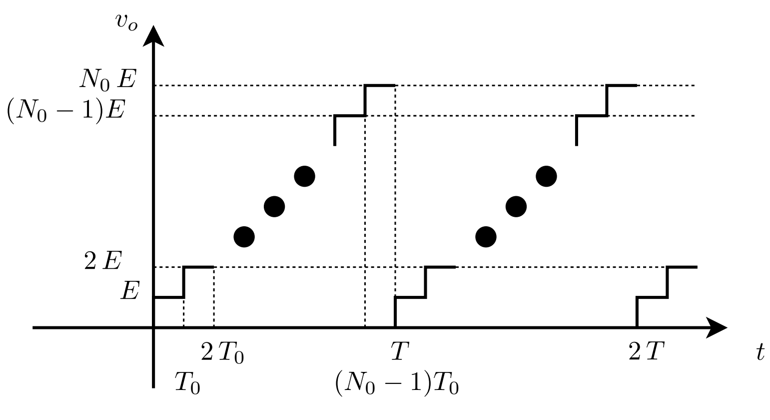

Figura 3: voltaje $v_o(t)$

ii) Es fácil ver que la integral en cada período es

$$\int_0^T v_o(t)\,dt = \sum_{i=1}^{N} T_0\,E\,i = T_0\,E\,\frac{N\,(N+1)}{2}$$

Es decir

$$\int_0^T v_o(t)\,dt = \frac{T_0}{T}\,E\,\frac{N\,(N+1)}{2} = E\frac{N+1}{2}$$

d. i) En este circuito identificamos que el operacional A_1 implementa un Schmidt trigger, de ventana de disparo $[-k\,V_{CC}, k\,V_{CC}]$. Dicho esto, la letra del problema dice que el operacional del Schmidt trigger comienza saturado a $-V_{CC}$ y permanecerá en ese estado mientras la entrada $v_i(t) > e^- = -kV_{CC}$, o sea hasta que $v_i(t) = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$, es decir hasta $t = \dfrac{T_0}{2\pi}\left(\pi + \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = T_0\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{8}\right)$. Luego cada medio período el Schmidt trigger cambia de estado, de esto se deducen las gráficas de $v_x(t)$ y $v_o(t)$ que se muestran en la figura 4

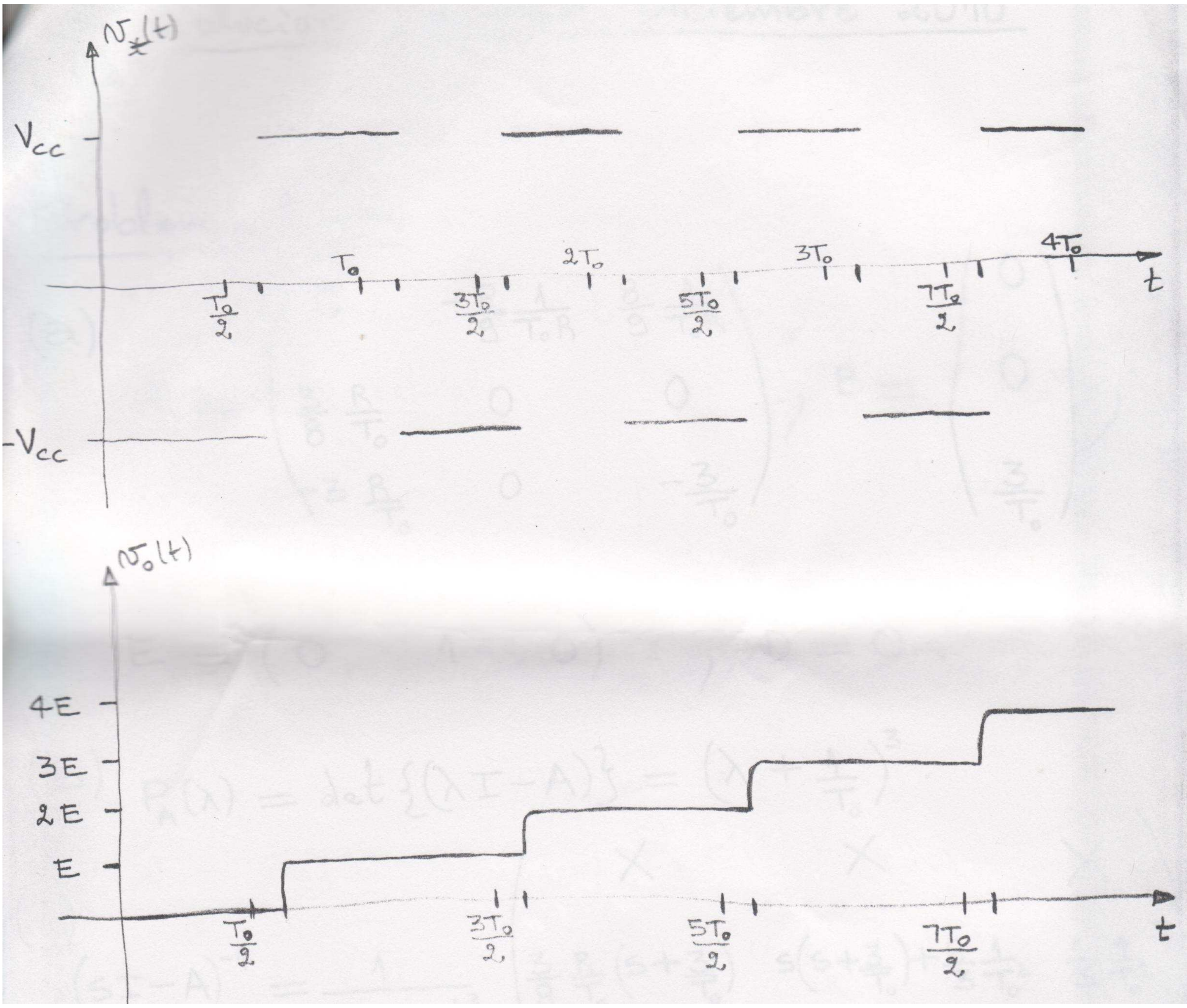

Figura 4: $v_x(t)$ y $v_o(t)$

ii) Para asegurar lo que se pide basta con hacer que el operacional A_1 cambie de estado dos veces en cada período, esto lo garantizamos haciendo que el ruido quede dentro de la ventana de disparo, es decir $k > 0{,}1$, además la señal tiene que salir de la ventana de disparo (para cualquier señal de ruido), por lo tanto también se debe cumplir $k < 0{,}4$.