

Sistemas Lineales 2 - Examen Julio

- Escriba **nombre y apellido** en todas las hojas.
- Utilice las hojas de **un solo lado**. Resuelva problemas diferentes en **hojas diferentes**.
- Sea prolijo. **Explique** y detalle bien todos sus pasos. Exprese sus resultados exactamente **en el formato pedido**. Recuerde, que a través de esta evaluación usted debe demostrar sus conocimientos en la materia. Tenga presente que si algo no es claro para el evaluador, usted podría perder los puntos correspondientes a la pregunta.
- Si utiliza algún resultado o propiedad, enúncielo correctamente.
- Se recuerda que para aprobar esta parte del examen es necesario tener al menos un problema completo.

Problema 1.- Consideraremos que todos los amplificadores operacionales que aparecen en este problema son ideales.

- (a) Considere los tres circuitos mostrados en Figura 1, y Figura 2. En estos, los valores de los parámetros $R > 0$, $C > 0$, $n \in \mathbb{N}$, y $b_0 > 0$, son dados. Además se verifica que $RC = \tau = 1[\text{sec}]$. Halle, para cada uno de estos tres circuitos, la relación que existe entre $v_{\text{out}}(t)$ y $v_{\text{in}}(t)$ o entre $v_{\text{out}}(t)$ y $v_1(t), \dots, v_n(t)$, según corresponda. Tenga presente que en algún caso esta relación puede ser diferencial.

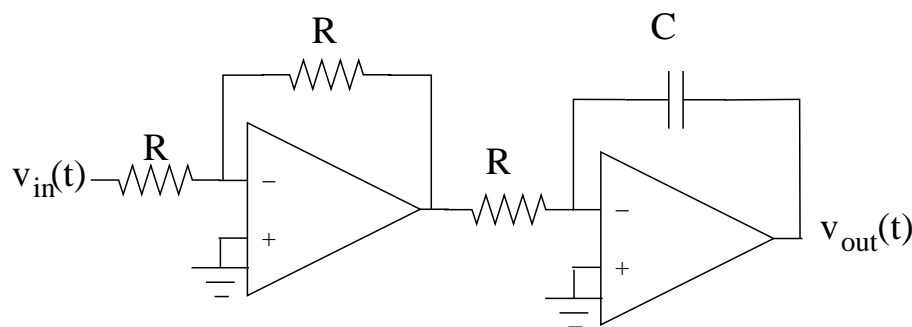


Figure 1: Circuito Correspondiente al Problema 1.

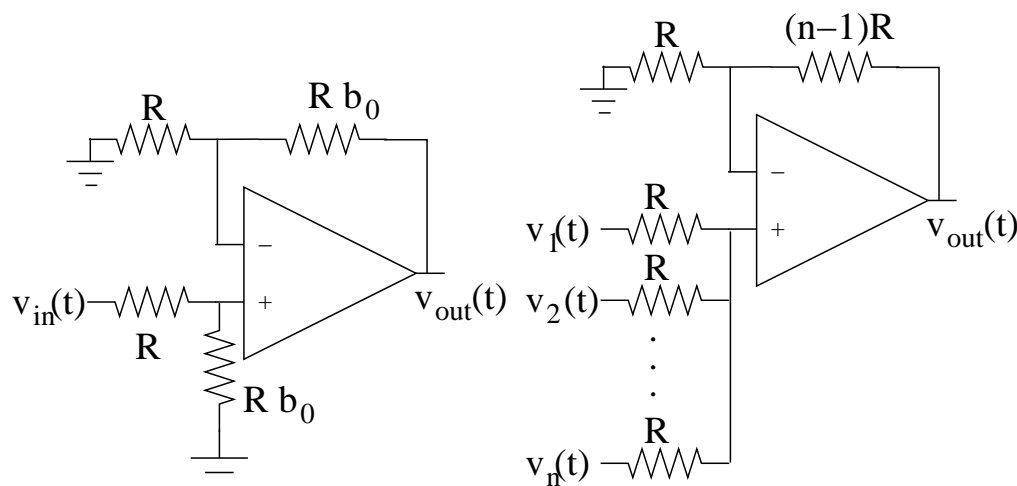


Figure 2: Circuito Correspondiente al Problema 1.

- (b) Considere el circuito mostrado en Figura 6. En este, los valores de los parámetros $R > 0$, $C > 0$, $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, y $b_0 > 0$, $b_1 \geq 0$, $b_2 \geq 0$, son dados. Además se verifica que $RC = \tau = 1[\text{sec}]$.

Definiendo $x = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ escriba una descripción de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0 \\ y(t) &= Ex(t) + Du(t) \end{aligned}$$

para el comportamiento dinámico del circuito considerado. Calcule las matrices A , B , E , y D solo en términos de a_0 , a_1 , a_2 , y b_0 , b_1 , b_2 .

Sea h la respuesta al impulso del sistema bajo consideración (con $x_0 = 0$). Calcule $H = \mathcal{L}\{h\}$ explícitamente y solo en términos de a_0 , a_1 , a_2 , y b_0 , b_1 , b_2 .

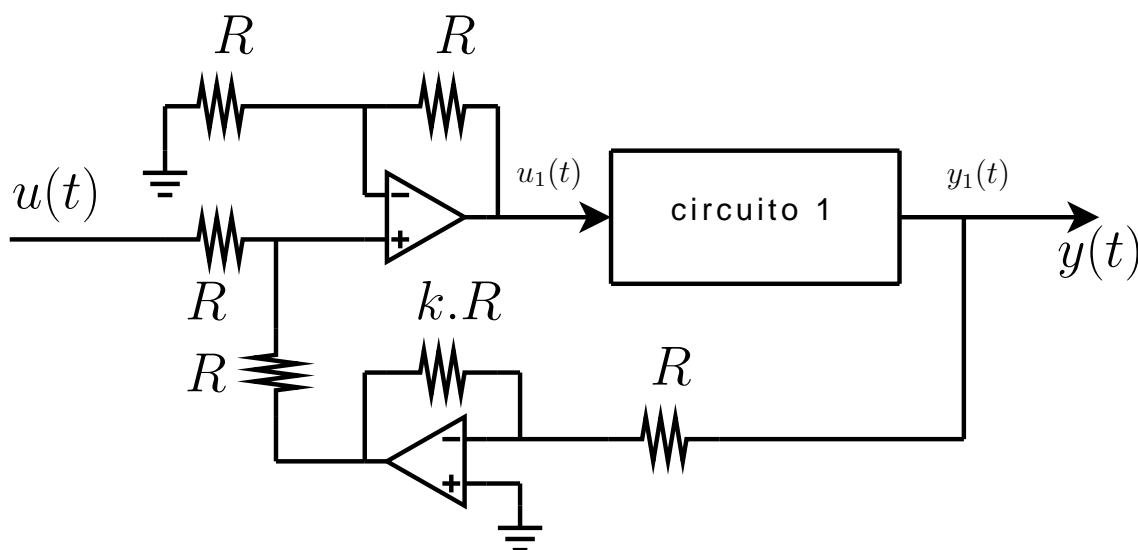


Figure 3: Sistema Correspondiente al Problema 1.

- (c) Considere el sistema de la parte (b) en donde se tiene que

$$a_0 = 1, \quad a_1 = a_2 = 3, \quad b_0 = 1, \quad b_1 = b_2 = 0.$$

Escriba explícitamente en este caso las matrices A , B , E , y D , y la función de transferencia H . Observe que -1 es una raíz del polinomio denominador de H .

- (i) Determine si el sistema es internamente estable. Explique claramente su respuesta.
- (ii) Determine si el sistema (definido con $x_0 = 0$) es BIBO estable. Explique claramente su respuesta.
- (d) Considere el sistema de la parte (c). Calcule explícitamente la respuesta del sistema, $y(t)$, $t \geq 0$, cuando se tiene que $x_0 = 0$, y la excitación u es:

$$u(t) = 1, \quad t \geq 0.$$

- (e) Llamaremos Circuito 1 al circuito mostrado en Figura 6 cuyos parámetros tienen los valores de la parte (c). Considere el sistema conformado por la interconexión de Circuito 1 según se muestra en Figura 3 y en donde $k > 0$. Use el teorema de estabilidad de Nyquist para determinar el rango de valores del parámetro $k > 0$ que aseguran la estabilidad BIBO del sistema de Figura 3. Explique claramente su análisis.

Problema 2.-

- (a) Sean los cuadripolos de la Figura 4, hallar g para que ambos sean equivalentes, sabiendo que el amplificador operacional funciona en zona lineal. *Sugerencia: Usar los parámetros generales.*

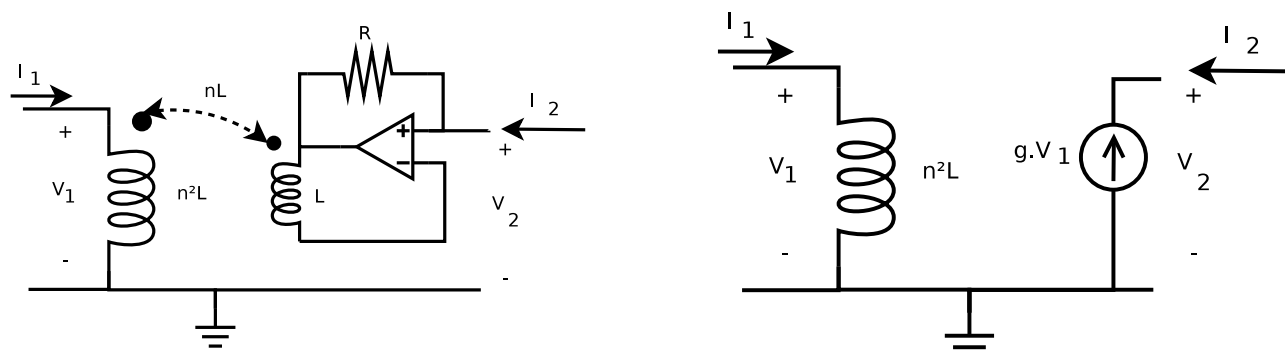


Figure 4: Cuadripolos (Problema 2)

- (b) En el Circuito de la Figura 5 (donde la mutua del transformador es $M = 2L$, según se indica) los operacionales están alimentados por fuentes $\pm V_{CC}$. En $t = 0$ el operacional A1 está saturado a $+V_{CC}$ y el condensador y las bobinas comienzan descargados.

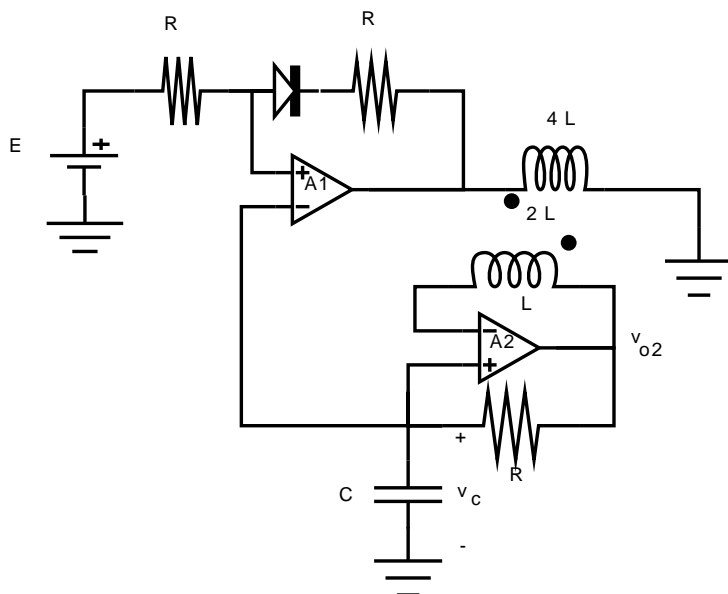


Figure 5: Circuito del Problema 2.

- (i) Determinar el estado inicial del operacional A2. (*Justifique*).
- (ii) Hallar y graficar $v_C(t)$ (voltaje en bornes del condensador) y $v_{O2}(t)$ (voltaje de salida del operacional A2) hasta el instante en que el operacional A1 cambia su estado. Asumir $V_{CC} \geq E > 0$ y que el operacional A2 se mantiene en el estado determinado en la parte anterior.
- (c)
- (i) Hallar y graficar $v_C(t)$ y $v_{O2}(t)$ hasta llegar al régimen, asumiendo que el operacional A2 siempre trabaja en zona lineal.
- (ii) Determinar el período de v_C en función de E , R , C y V_{CC} .
- (d) Determinar el rango de valores de E en función de V_{CC} para que el operacional A2 permanezca siempre en la zona lineal, de acuerdo a lo asumido en las partes anteriores.

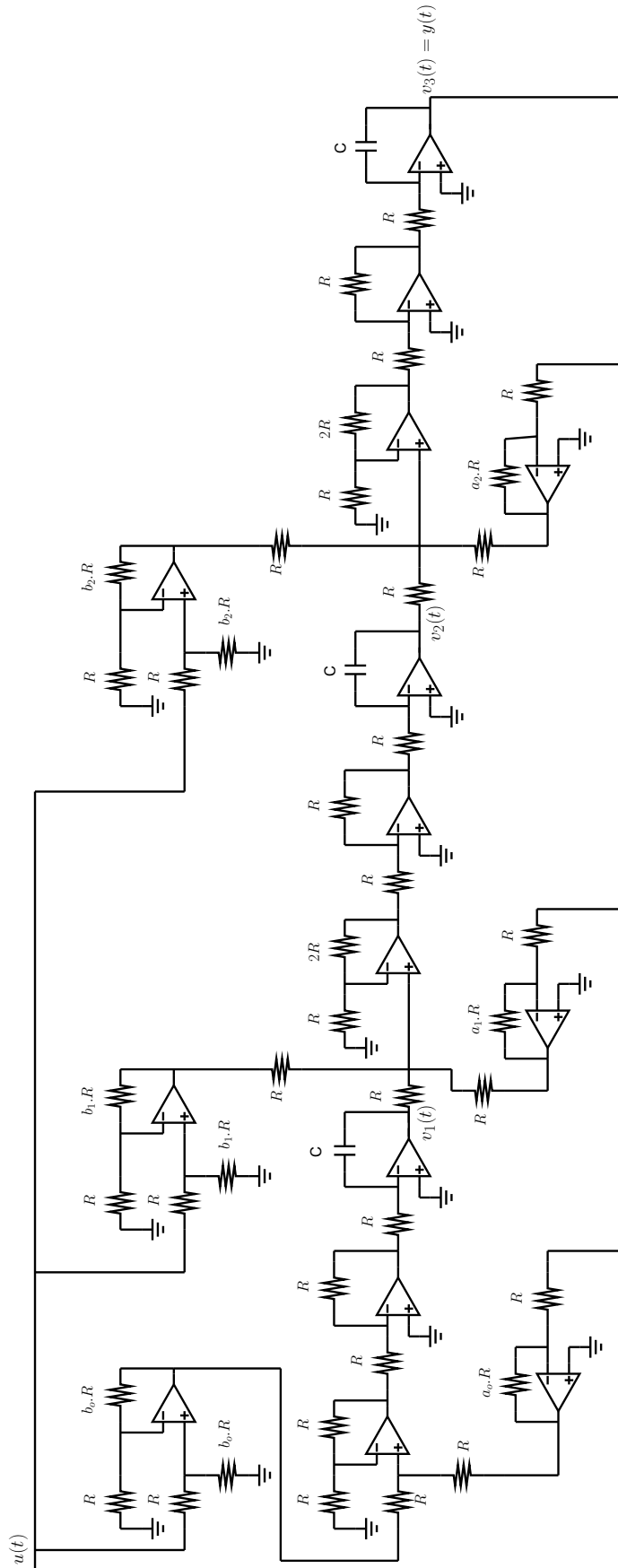


Figure 6: Circuito Correspondiente al Problema 1.