Solucion - Examen - Sistemas Lineales 2
Julio 2009

Problema 1:

(a) Circuito de Fig. 1

$$\boxed{\frac{d v_{out}(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} v_{in}(t)}$$

Circuito de Fig. 2, Izq.

$$\boxed{v_{out}(t) = b_0 v_{in}(t)}$$

Circuito de Fig 2, Der.

$$\boxed{v_{out}(t) = \sum_{i=1}^{M} v_i(t)}$$

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$,

$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = 0$.

$$H(s) = \frac{(b_2 s^2 + b_1 s + b_0)}{(s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}.$$

(c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = 0$.

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^3}.$$

(i) El sistema <u>es internamente estable</u>. Los valores propios de A tienen todos parte real negativa.

(ii) El sistema <u>es BIBO estable</u>. Esto es implicado por la estabilidad interna del sistema.

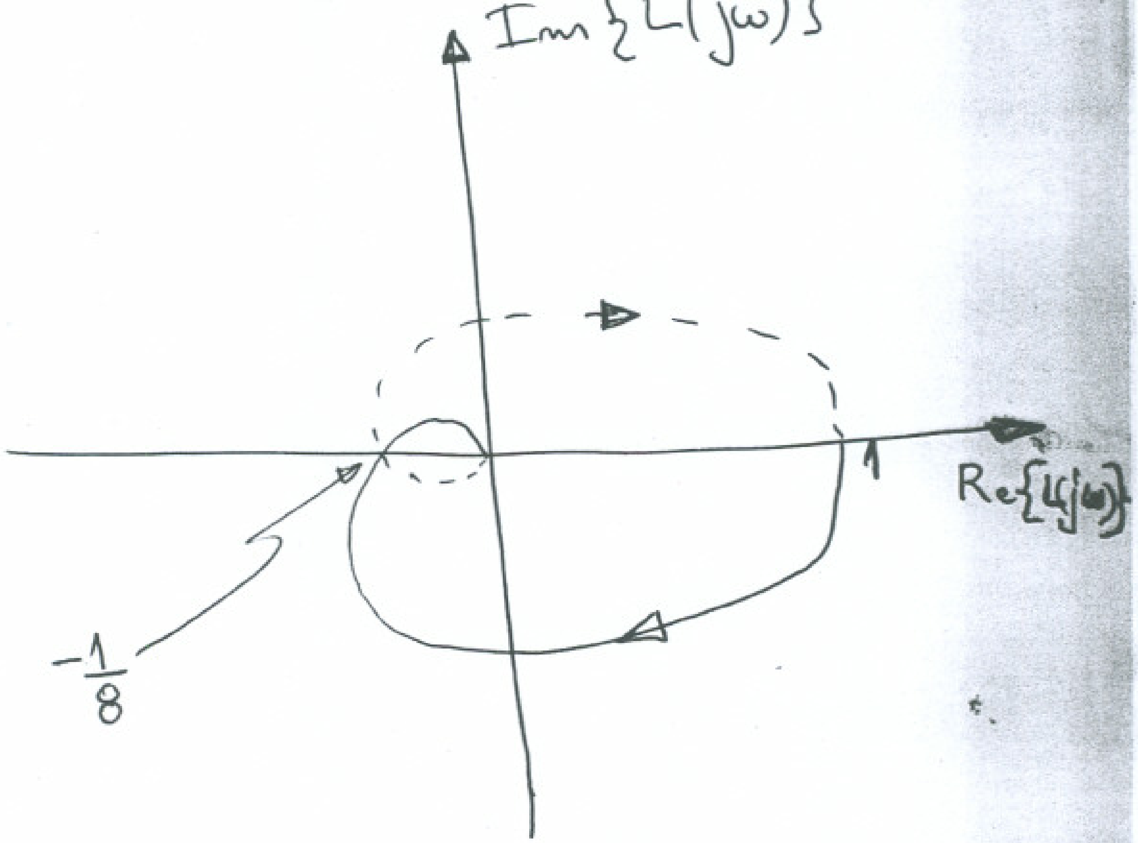
(d) $Y(s) = H(s)\,U(s) = \dfrac{1}{s(s+1)^3} =$

$$= \frac{1}{s} - \frac{1}{(s+1)} - \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{(s+1)^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = 1 - e^{-t} - t\,e^{-t} - \frac{1}{2}t^2 e^{-t}, \quad t \geq 0}$$

(e)

$$L(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \Longrightarrow P = 0$$



$$L(j\omega_c) = \frac{1}{(1+j\omega_c)^3} =$$

$$= \frac{(1-3\omega_c^2)}{\left[(1-3\omega_c^2)^2 + \omega_c^2(3-\omega_c^2)^2\right]} - \frac{j\omega_c(3-\omega_c^2)}{\left[(1-3\omega_c^2)^2 + \omega_c^2(3-\omega_c^2)^2\right]}$$

$$\text{Im}\{L(j\omega_c)\} = 0 \Longrightarrow \omega_c^2 = 3$$

$$\Longrightarrow L(j\omega_c) = -\frac{1}{8}$$

Entonces, el sistema es BIBO estable si y solo si

$$k < 8.$$