Sistemas Lineales 2

Segundo Parcial, noviembre de 2012 - Solución

Ejercicio 4

1. Los bloques involucrados son un integrador, inversor y un divisor. La transferencia resulta:

$$H(s) = -\frac{1}{RCs} - \frac{R}{R_1 + Ls}\frac{\frac{1}{C_f s}}{R_f + \frac{1}{C_f s}} = \frac{1}{LCR_fC_f}\frac{1}{s(s+\frac{R_1}{L})(s+\frac{1}{R_fC_f})}$$

   Claramente el sistema <u>no</u> es BIBO estable, ya que posee un polo en 0.

2. Cortando el lazo se observa que se obtiene una ganancia en lazo abierto

$$G_{ol} = -kH(s) = -\frac{k}{LCR_fC_f}\frac{1}{s(s+\frac{R_1}{L})(s+\frac{1}{R_fC_f})} = -\frac{k'}{s(s+\omega_0)(s+10\omega_0)}$$

   donde:

$$k' = \frac{k}{LCR_fC_f} \qquad \omega_0 = \frac{R_1}{L}$$

3. Para estudiar la estabilidad del sistema realimentado a partir de la transferencia en lazo abierto, es necesario transformar una curva que contenga todo el semiplano derecho, dicha transformación se realiza según $-G_{ol}$. Para esto se toma la curva de la figura 1, la cual rodea al origen (ya que la transformación posee un polo ahí). Para el intervalo $0 \to 1$:

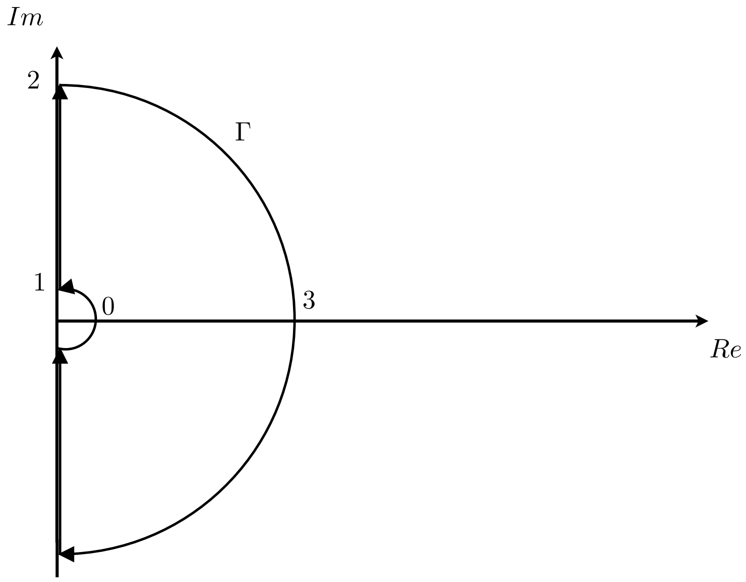

Figura 1:

$$-G_{ol}(re^{j\theta}) \approx \frac{1}{10\omega_0^2 re^{j\theta}}$$

   Para el intervalo $1 \to 2$: se genera el diagrama de bode de la transferencia $-G_{ol}(j\omega)$, el mismo se observa en la figura 2. Para el intervalo $2 \to 3$:

$$-G_{ol}(Re^{j\theta}) \approx \frac{1}{R^3 e^{j3\theta}}$$

   Por lo tanto el diagrama de Nyuqist es como el de la figura 3. Como la cantidad de polos dentro de la curva es 0, el sistema realimentado será estable si la transformación de la curva no rodea al $-\frac{1}{k'}$ (formalmente el número de vueltas debe ser cero). EL valor límite puede ser calculado en forma

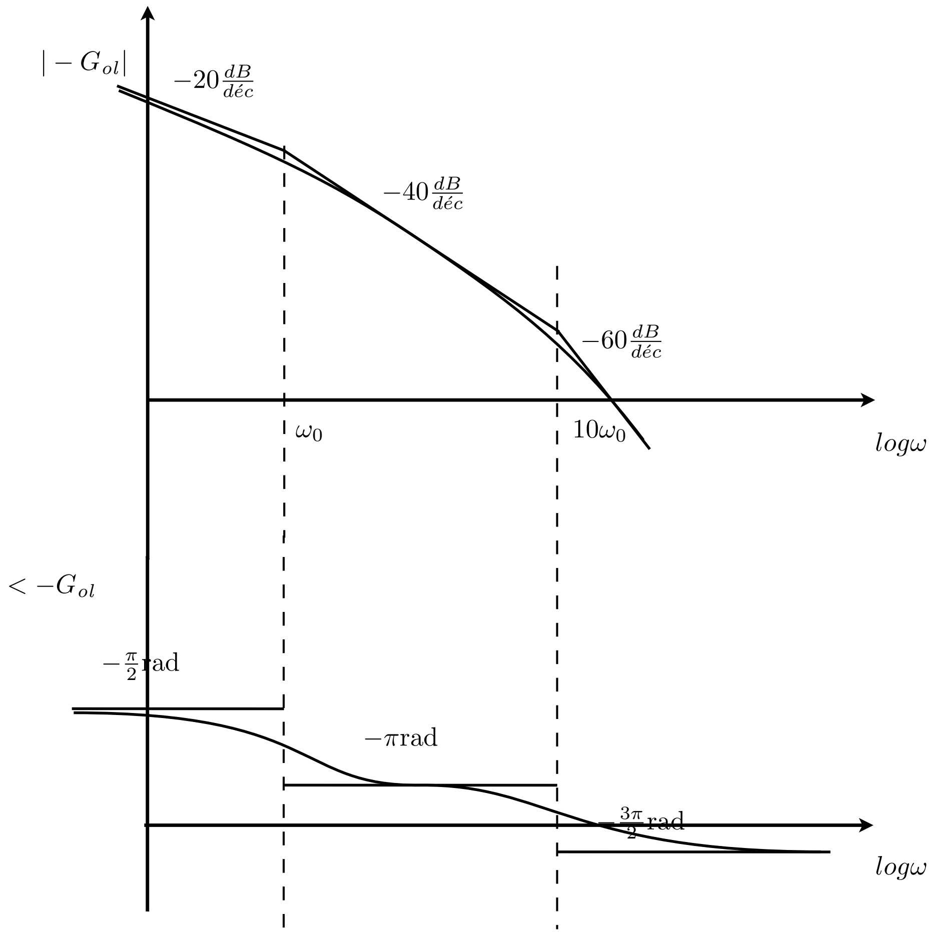

Figura 2:

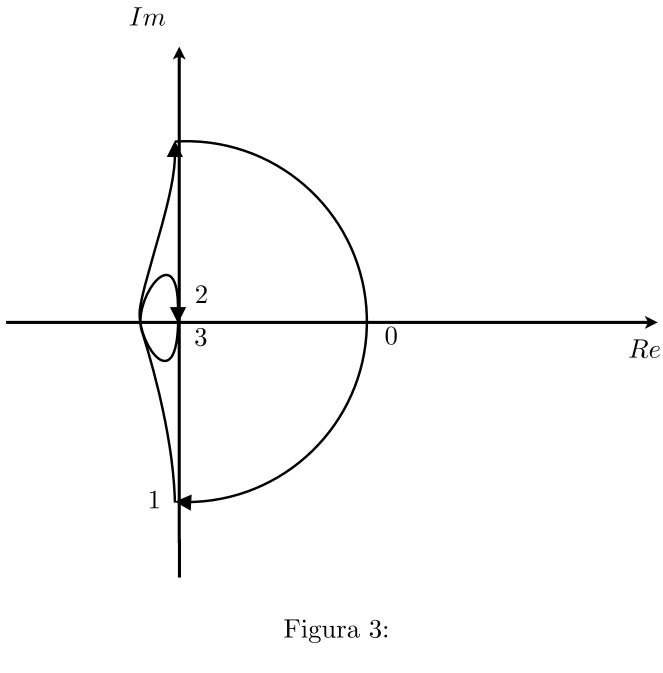

Figura 3:

analítica o por inspección del diagrama de Bode, en el cual se observa que la frecuencia del punto buscado es el punto medio entre ω_0 y $10\omega_0$ (en escala logarítmica). Por lo tanto resulta:

$$\omega^* = \sqrt{10}\omega_0 \qquad -G_{ol}(j\sqrt{10}\omega_0) = \frac{1}{110\omega_0^3}$$

Debido a la relación entre k y k' resulta que el sistema realimentado será estable si se cumple que: $k < 110\frac{\omega_0^3}{LCR_fC_f}$.