Ejercicio 3

Se considera el sistema de la figura 1 compuesto por:

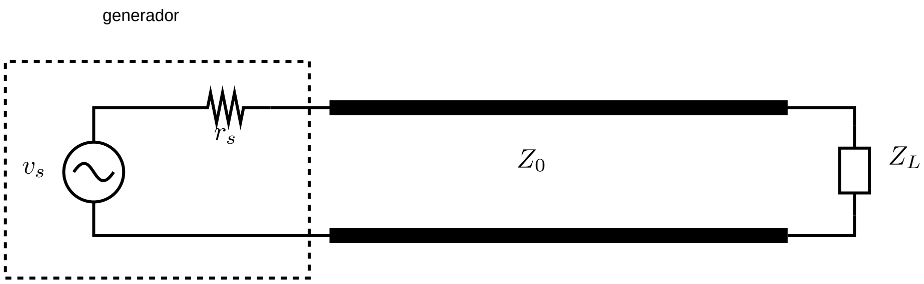

Figura 1: Línea de transmisión

- Un generador de corriente alterna que entrega un voltaje $v_s(t) = V_s \cos(2\pi f_0 t)$ y tiene una impedancia de salida r_s puramente resistiva, $f_0 = 298MHz$.
- una línea de transmisión sin pérdidas de impedancia característica Z_0 y velocidad de propagación (fase) $v_p = c$ donde $c = 2{,}98 \times 10^8 m/s$
- y una carga Z_L conectada en el otro extremo de la línea.

a) Cómo la línea está adaptada la impedancia vista en cualquier es Z_0, eso incluye el comienzo de la línea, en particular la fuente ve en total una impedancia puramente resistiva que es la serie de su impedancia de salida y Z_0, por lo tanto:
$i(t) = \frac{V_s}{r_s+Z_0} \cos(2\pi f_0 t)$

b) Calcule a que distancia d_1 de la carga la impedancia vista se puede escribir como el paralelo de Z_0 con una carga puramente imaginaria jX_0

Consideremos la admitancia vista $Y_V(d) = \dfrac{1}{Z_V(d)}$ en función de la distancia de la carga.

$$Y_V(d) = \frac{1}{Z_0} \frac{Z_0 + jZ_L \tan\beta d}{Z_L + jZ_0 \tan\beta d} = \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{jX_0} \tag{1}$$

Por conveniencia consideremos $\tan\beta d$ como una nueva variable $y = \tan\beta d$

De la ecuación 1 obtenemos:

$$1 + \left(1 + \frac{j}{2}\right) jy = \left(1 + \frac{Z_0}{jX_0}\right)\left(1 + \frac{j}{2} + jy\right) \tag{2}$$

Definiendo $q = \dfrac{Z_0}{X_0}$ y operando:

$$1 - \frac{y}{2} + jy = 1 + \left(\frac{1}{2} + y\right) q + j\left(\frac{1}{2} + y - q\right) \tag{3}$$

separando en parte real e imaginaria

$$1 - \frac{y}{2} = 1 + \left(\frac{1}{2} + y\right) q \tag{4}$$

$$y = \frac{1}{2} + y - q \tag{5}$$

De 5 tenemos $q = \frac{1}{2}$ y sustituyendo en 4 :

$$-\frac{y}{2} = \frac{1}{4} + \frac{y}{2} \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{1}{4} \tag{6}$$

Entonces $\tan \beta d = -\dfrac{1}{4}$, como la tangente nos da un número negativo tenemos que sumarle π al arco tangente para obtener la menor distancia positiva a la carga.

$\beta d_1 = \pi - \arctan\left(\frac{1}{4}\right)$, entonces $d_1 = \lambda \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{\arctan\left(\frac{1}{4}\right)}{2\pi}\right) = 0{,}46\lambda$

$\lambda = \dfrac{v_p}{f_0} = 1\text{m}$ entonces $\boxed{d_1 = 46\text{cm}}$

c) A distancia d_1, calculada en la parte anterior, de la carga se conecta un stub en cortocircuito (como se muestra en la figura 2) , formado por un trozo de la misma línea, calcule el largo del stub para que la impedancia vista Z_V en ese punto sea Z_0.

La impedancia del stub tiene que ser puramente imaginaria y opuesta a jX_0 así en el paralelo se cancelan las partes imaginarias y sólo queda Z_0.

Primero usamos q para hallar X_0:

$$X_0 = \frac{Z_0}{q} = 2Z_0 \tag{7}$$

Ahora calculamos el largo del stub ($l1$) para que su impedancia sea $-jX_0$

Como el stub está en cortocircuito su impedancia de carga $Z_L = 0$. Con estos datos la impedancia del stub queda:

$$Z_{stub} = Z_0 j \tan \beta l_1 = -2Z_0 j \tag{8}$$

$$\Rightarrow l_i = \lambda \left(\frac{1}{2} - \frac{\arctan 2}{2\pi}\right) = {,}32\lambda = 32\text{cm} \tag{9}$$

d) Calcular la corriente en régimen sinusoidal que entrega el generador en el esquema de la figura 2, en las condiciones halladas en la parte anterior. Exprese su resultado sólo en términos de V_s, r_s, Z_0 y f_0

Como la línea está adaptada en cualquier punto a la izquierda del stub, estamos en las condiciones de la primera parte, por lo tanto la corriente que entrega el generador es la misma:

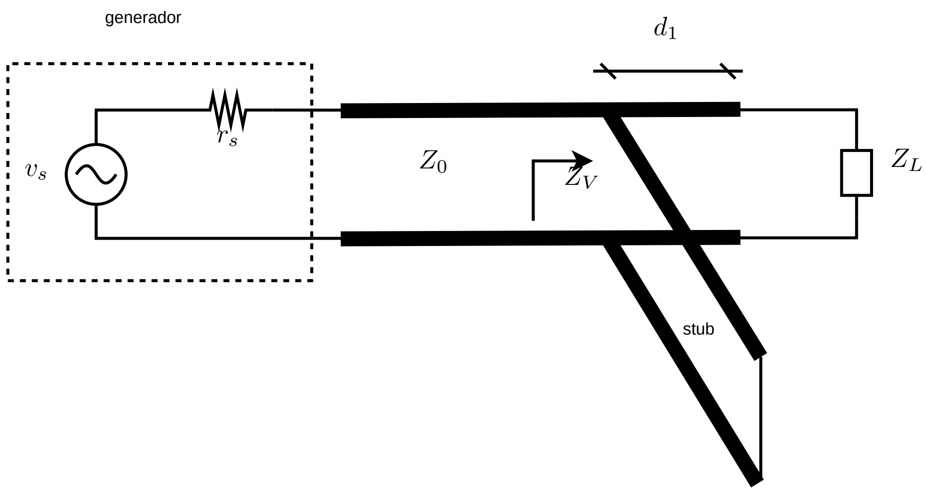

Figura 2: Línea de transmisión corregida