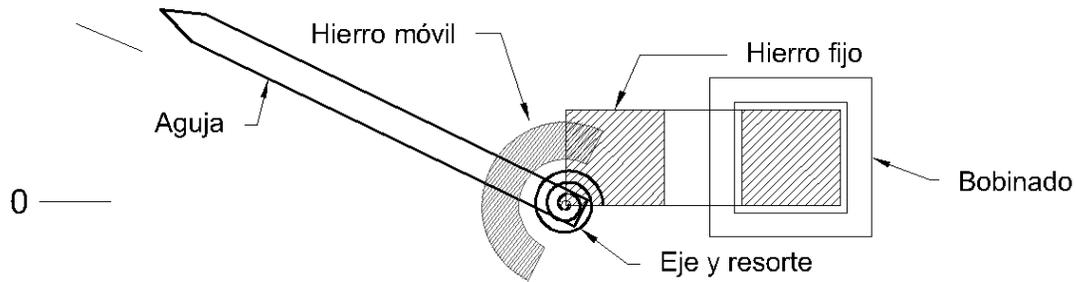
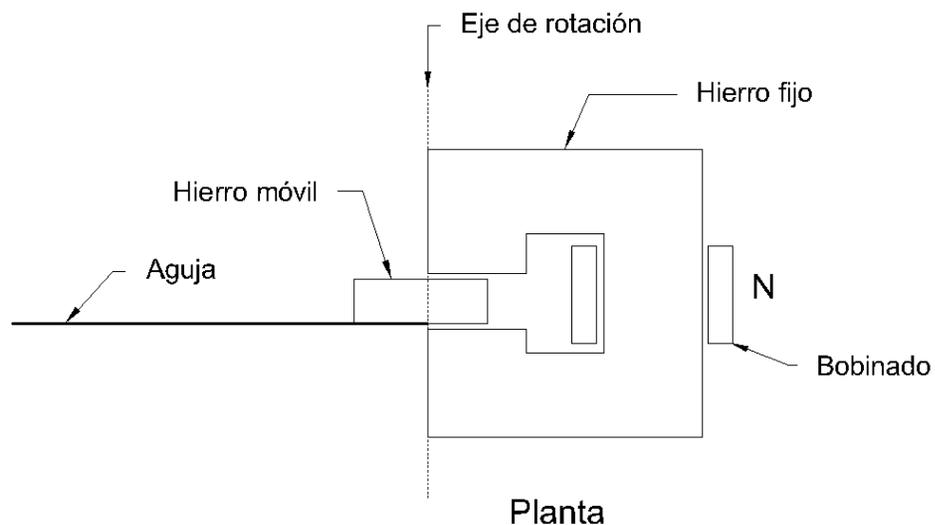


**Problema No. 1 (17,5 puntos del curso)**

Considere el dispositivo siguiente, que representa un amperímetro de hierro móvil. La aguja se mueve solidaria a una pieza de hierro capaz de girar, introduciéndose en un espacio en el núcleo fijo de hierro como se muestra en la figura.



Vista frontal



Planta

**Datos:**

- Ancho de entrehierro entre hierro móvil y fijo: dos tramos de largo  $e$
- Resorte: lineal, Torque =  $k \cdot$  desplazamiento angular
- Dimensiones del hierro móvil: radio exterior  $R$ , radio interior  $r$
- Números de vueltas:  $N$

**Hipótesis:**

- Suponer infinita la permeabilidad del hierro
- El entrehierro  $e$  es muy pequeño en comparación con el resto de las dimensiones (considere infinita la reluctancia del entrehierro en el tramo donde no está insertado el hierro móvil).
- El resorte está en reposo cuando la aguja está indicando 0 A.

**INSTITUTO DE INGENIERIA ELECTRICA - Departamento de POTENCIA**  
**Curso de Máquinas Eléctricas (5602) – Parcial N°1 – 30 de setiembre de 2024**

Se pide:

- 1) Exprese la autoinductancia del bobinado en función de la posición de la aguja  $\theta$ , relativa al cero de la escala del instrumento.
- 2) Calcule el par magnético sobre el hierro móvil en función de  $\theta$ , indicando su rango de validez.
- 3) Determine la posición de equilibrio de la aguja, para una corriente  $i$  dada.
- 4) ¿Qué sucede si el instrumento se alimenta en DC o en AC? Compare las lecturas que se obtendrían.

**Problema No. 2 (17,5 puntos del curso)**

Se dispone de tres transformadores monofásicos idénticos, cada uno de tres arrollamientos, con las siguientes características: 4000/150/150 V, Potencias nominales: 100kVA / 100kVA / 80kVA.

Se desea alimentar desde una red de 6000 V, 50 Hz una carga trifásica de tensión nominal 380 V, 50 Hz, que admite una tolerancia máxima en el valor de la tensión de  $\pm 5\%$ .

- 1) Indicar mediante un diagrama trifilar, cómo conectar los transformadores para alimentar la carga cumpliendo los requerimientos indicados. Determinar el modelo completo del transformador resultante.
- 2) Determinar la potencia nominal del transformador trifásico resultante de (1).
- 3) Estando las fases secundarias A y B del transformador en vacío se pone a tierra la fase secundaria C. Para la configuración del transformador que resulta en una corriente distinta de cero, en la situación indicada, calcular la corriente que circula por el primario del transformador.

Datos:

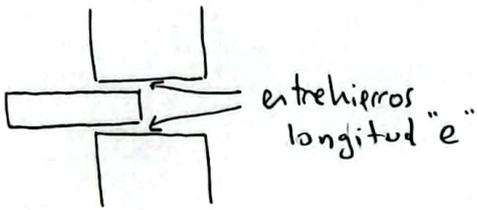
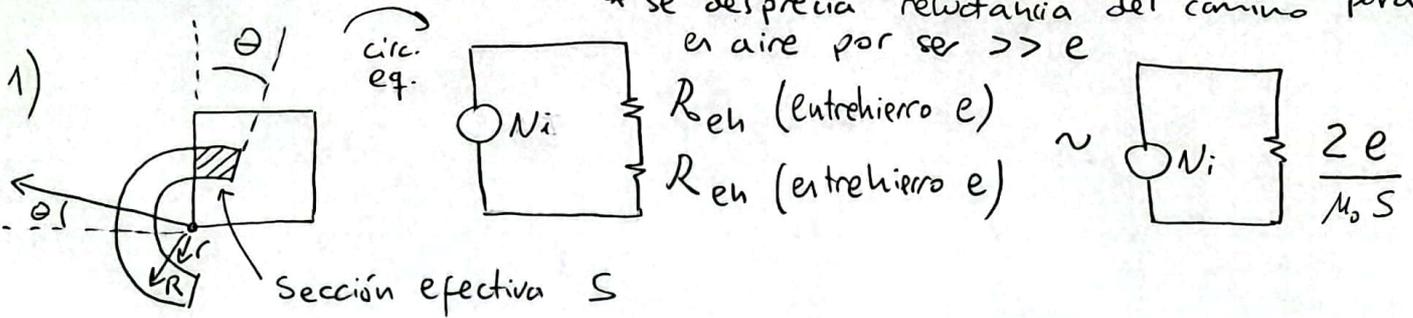
Transformadores Monofásicos:

- 4000 / 150 / 150 V
- 100 / 100 / 80 kVA
- Con el bobinado de 4000 V alimentado a 380 V y los otros dos bobinados en serie y en cortocircuito, circula una corriente de 50 A y se mide potencia activa nula.

**Teórico (7,5 puntos del curso, todas las preguntas valen lo mismo)**

- 1) Muestre la forma de onda de tensión que experimenta una carga monofásica conectada entre fase y neutro secundarios de un transformador de flujos libres con conexión Yyd. Considere que el primario tiene neutro aislado. Justifique brevemente la forma de onda indicada.
- 2) Explique brevemente para una máquina con bobinado trifásico de un par de polos, alimentada con un sistema de corrientes desequilibrado, cómo se comportan los campos asociados a las corrientes de secuencia directa, inversa y homopolar.

Problema 1 Primer Parcial Máquinas Eléctricas 30/09/24 - Solución  
 \* se desprecia  $R_0$  hierro ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ )  
 \* se desprecia reluctancia del camino paralelo en aire por ser  $\gg e$



$$S = \underbrace{(\pi R^2 - \pi r^2)}_{\text{"área anillo"}} \cdot \underbrace{\frac{\theta}{2\pi}}_{\% \text{ efectivo}} = \frac{(R^2 - r^2)\theta}{2}$$

$$\rightarrow R_{\text{eq}}(\theta) = \frac{2e}{\mu_0 \frac{(R^2 - r^2)\theta}{2}} \rightarrow L(\theta) = \frac{N^2}{R_{\text{eq}}} = \frac{N^2 \mu_0 (R^2 - r^2) \theta}{4e}$$

valido  $0 \leq \theta \leq \pi/2$

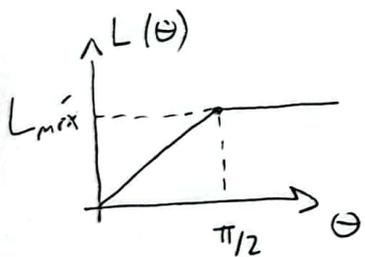
2)  $T_m(\theta) = \left. \frac{\partial W_c'}{\partial \theta} \right|_{i=\text{cte.}}$   $W_c'(\theta, i) \uparrow = W_c(\lambda, i) = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$

asumo circuito magnético lineal

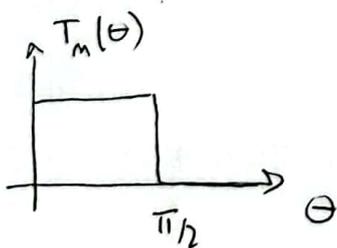
$$\rightarrow T_m(\theta) = \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{N^2 \mu_0 (R^2 - r^2) \theta i^2}{8e} \right) \right|_{i=\text{cte.}} = \frac{N^2 \mu_0 (R^2 - r^2) i^2}{8e}$$

Notar que la expresión  $L(\theta)$  utilizada es válida para  $0 \leq \theta \leq \pi/2$

Si  $\theta \geq \pi/2$ ,  $S = \text{cte}$  y  $L = \text{cte}$



$\rightarrow$  Para  $\theta > \pi/2$   $L = \text{cte.} \rightarrow T_m(\theta) = 0$



Problema 1

3) El par de origen magnético es  $> 0$  por tanto fuerza al hierro móvil a entrar en el espacio libre en el hierro fijo.

El resorte presenta un torque antagónico al magnético, equilibrando:

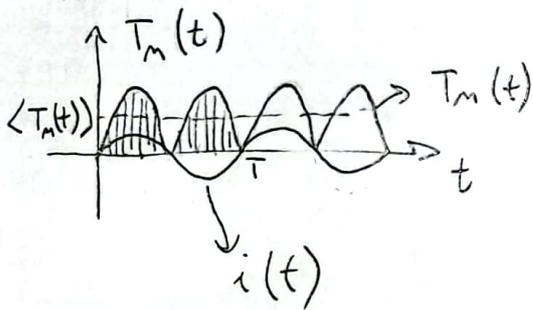
$$T_m(\theta) - T_{res}(\theta) = 0 \quad \text{en equilibrio}$$

$$\underbrace{\frac{N^2 \mu_0 (R^2 - r^2)}{8e}}_{T_{m0}} i^2 = k \cdot \theta_{eq} \quad \text{constante geométrica}$$

$$\theta_{eq} = \left( \frac{T_{m0}}{k} \right) i^2$$

4) El ángulo de deflexión de la aguja es proporcional a  $i^2$ , por tanto opera tanto en DC como en AC.

Dado que en AC el valor rms es  $I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$  y el torque magnético es:



dada la inercia del sistema mecánico y cierta amortiguación, el punto de equilibrio en AC será proporcional al valor medio de  $T_m(t)$ .

$$\langle T_m(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T T_m(t) dt = \frac{1}{T} T_{m0} \int_0^T i^2 dt \rightarrow \theta_{eq AC} = \frac{\langle T_m(t) \rangle}{k} = \frac{1}{T} \frac{T_{m0}}{k} \int_0^T i^2 dt$$

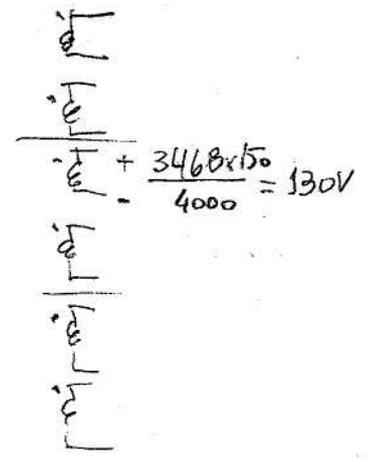
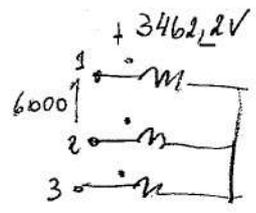
Ahora, ¿qué corriente DC debe circular en el bobinado para producir el mismo ángulo de la aguja?

$$\theta_{eq DC} = \frac{T_{m0}}{k} i_{DC}^2 = \frac{1}{T} \frac{T_{m0}}{k} \int_0^T i^2 dt = \theta_{eq AC} \rightarrow i_{DC} = \underbrace{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}_{I_{rms}}$$

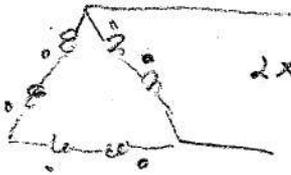
→ el instrumento alimentado en DC muestra la corriente y alimentado en AC muestra el valor RMS de ésta.

# Problema 2

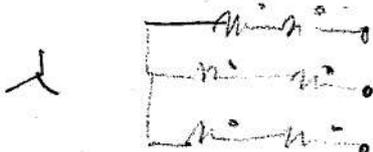
1)  $\frac{6000}{\sqrt{3}} = 3468,2V \Rightarrow$  Primario em  $\Delta$



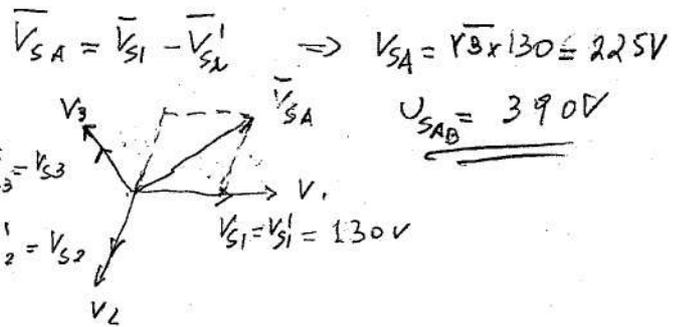
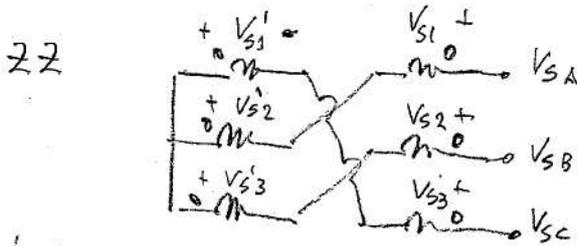
2 polos



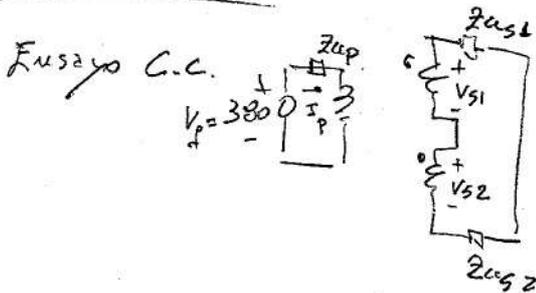
$2 \times 130 = 260V \Rightarrow$  Muy bajo.



$\sqrt{3} \cdot 260 = 449,8V \Rightarrow$  Muy alto



Solución YZ



$I_p = 50A$ .  $V_{s1} = V_{s2} = 380 \times \frac{150}{4000} = 14,25V$

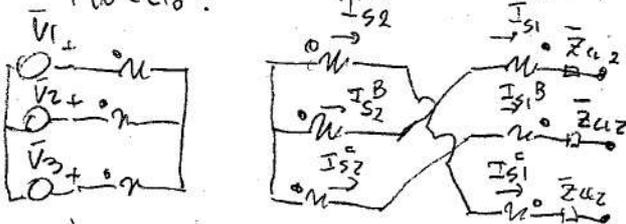
$V_p = \left[ Z_{u1} + \left( \frac{4000}{2 \times 150} \right)^2 (Z_{u1} + Z_{u2}) \right] I_p$

$Z_{u1} = \frac{380}{50} = 7,6 \Omega @ 4000V$

$Z_{u2} = 7,6 \left( \frac{300}{4000} \right)^2 = 0,0428 \Omega$

$Z_{u2} = j 0,0428 \Omega \quad \rho = 0$

Modelo:



2)  $I_{Ns1} = \frac{100 \times 10^3}{150} = 666,7A$   $I_{Ns2} = \frac{80 \times 10^3}{150} = 533,3A \Rightarrow \rho: I_{Ns} = 533,3A$

$N_1 I_p = N_2 I_{s1} - N_2 I_{s2} \Rightarrow I_p = \frac{N_2}{N_1} (I_{s1} - I_{s2}) \Rightarrow I_{s1} = I_{s2} = I_{s1} = I_{Ns} \Rightarrow I_p = \frac{N_2 \sqrt{3} I_{Ns}}{N_1}$

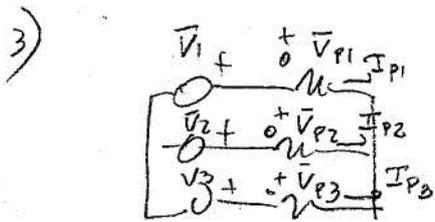
$I_p = \frac{150 \sqrt{3}}{4000} 533,3 = 34,6A$

$I_p^{max} = \frac{100 \cdot 000}{4000} = 25A \Rightarrow I_p > I_p^{max}$

toro:

$\Rightarrow I_{Ns} = \frac{25}{\sqrt{3}} \times \frac{4000}{150} = 385,3A$

$\Rightarrow S_N = \sqrt{3} \times 385,3 \times 390 = 260kVA$



$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{6000}{\sqrt{3}} V$$

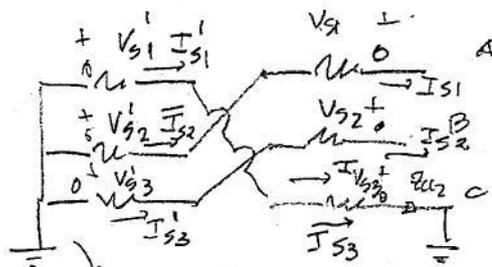
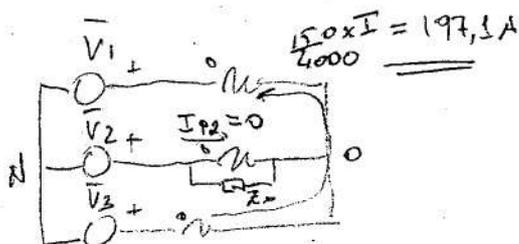
$$\bar{V}_{S3} - \bar{V}'_{S1} = \bar{Z}_{L2} \bar{I}$$

$$\Rightarrow \frac{150}{4000} (\bar{V}_{P3} - \bar{V}_{P1}) = \bar{Z}_{L2} \bar{I}$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{150}{4000} \frac{(\bar{V}_3 - \bar{V}_1)}{\bar{Z}_{L2}}$$

$$\bar{I}'_{S1} = \bar{I}'_{S3} = \bar{I}$$

$$I_{S2} = I'_{S2} = I_{S1} = I'_{S3} = 0$$



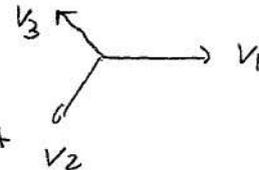
Necesario  
Neutro a tierra para que  $I \neq 0$

$$\bar{V}_{S3} = \frac{150}{4000} \times \bar{V}_{P3}$$

$$\bar{V}'_{S1} = \frac{150}{4000} \bar{V}_{P1}$$

$$\bar{V}_3 - \bar{V}_1 = \bar{V}_{P3} - \bar{V}_{P1}$$

$$I = \frac{150}{4000} \frac{6000}{0,0428} = 5257 A$$



$$N_1 I_{P1} = N_2 (I_{S1} - I'_{S1}) \Rightarrow I_{P1} = -\frac{150}{4000} \bar{I}$$

$$N_1 I_{P2} = N_2 (I_{S2} - I'_{S2}) = 0$$

$$N_1 I_{P3} = N_2 (I_{S3} - I'_{S3}) \Rightarrow I_{P3} = \frac{150}{4000} \bar{I}$$