Problema 1

Considere una planta amplificador-motor de continua como la que se muestra en la Figura 1.
La variable θ representa la posición angular del eje del motor, medida a partir de cierta posición de referencia, y en radianes. V_i es el voltaje aplicado al amplificador, en volts.

Parámetros del motor :

- Momento de inercia respecto al eje, J
- Resistencia del inducido, R
- Inductancia de fuga del inducido, despreciable
- Constantes iguales, K
- Fricción viscosa relativa al eje, B

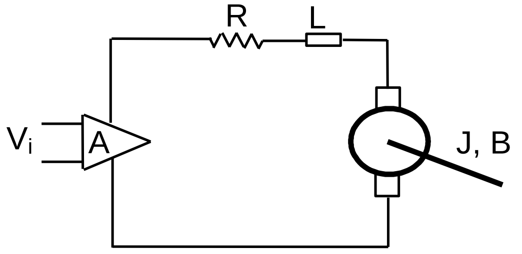

Figura 1

Se considera que el amplificador que no tiene dinámica y posee ganancia A.

Se pide :

a) Hallar la(s) ecuacion(es) del sistema. Dibujar un diagrama de bloques donde aparezcan las variables de interés, utilizando únicamente bloques sumadores, proporcionales, e integradores. Encontrar la transferencia $G(s) = \Theta(s)/V_i(s)$.

Datos para **la parte b) en adelant**e:

- $J = 0.1\ Kg.m^2$
- $R = 2.5$ ohm
- $K = 0.5$ V/(rad.s)
- $B = 0.9\ Kg.m^2/s$
- $T = 0.1$ V/rad

b) Para controlar la posición angular del eje, el sistema es realimentado de acuerdo a lo que se ve en la Figura 2, a través de un sensor de posición de transferencia $T(s) = T$. Determine la nueva transferencia del sistema en lazo cerrado. Indicar el rango de valores de A para los cuales el sistema en lazo cerrado es estable.

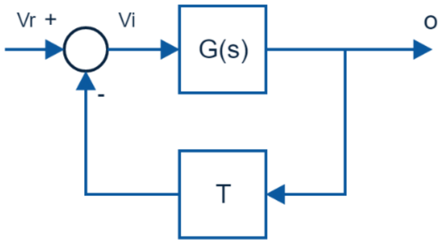

Figura 2

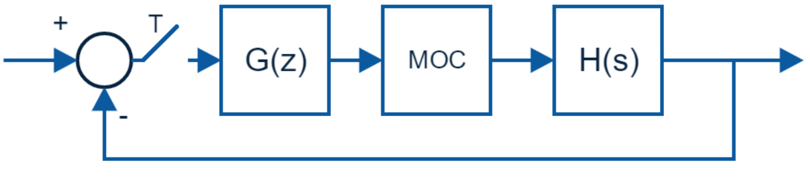

Figura 3

c) Dibujar cómo varían los polos del sistema en lazo cerrado, según A. Determine el valor (o el rango de valores) de A para el cual el sistema:

1er caso) tiene una respuesta al escalón oscilatoria.

2do caso) puede resonar ante ciertas entradas.

¿Cuál de los dos valores de A elegiría si se tienen las siguientes restricciones frente a una entrada escalón?

- Sobretiro menor al 5%
- Tiempo de levantamiento (10 al 90%) menor a 0.5 s

Justifique sus respuestas.

Nota: Fórmulas de tiempo de levantamiento vistas en la clase de ejercicios

$$t_{r10}^{90} \cong \frac{0{,}366.e^{2.\zeta} + 0{,}654}{\omega_n} \qquad para \;\; \zeta < 1 \qquad t_{r10}^{90} \cong \frac{2.\ln(9).\zeta - 1{,}0364/\zeta}{\omega_n} \qquad para \;\; \zeta \geq 1$$

d) ¿Qué efecto tendrá sobre el sistema el no despreciar el polo eléctrico del motor y el polo del amplificador?

e) Para el sistema calculado en la parte c), diseñar un controlador en tiempo discreto que se dispondrá de acuerdo a lo mostrado en la Figura 3, tal que la respuesta al escalón sea la indicada en la Figura 4. Tiempo de muestreo, Tm = 0,1s.

Con el controlador C(z) diseñado:

- ¿Dónde quedan los polos del lazo cerrado?
- ¿El sistema es estable? Justifique.

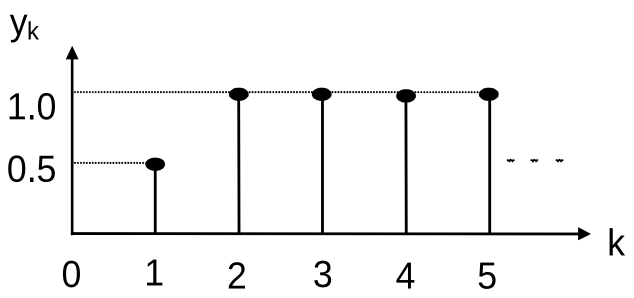

Figura 4

Carrera: **INGENIERÍA ELÉCTRICA** **Instituto de Ingeniería Eléctrica**
Materia: **CONTROL**
Asignatura: **INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE CONTROL** **Departamento de Sistemas y Control**
Plan: **97**
Fecha: **03/04/2018** **PERIODO: ESPECIAL ABRIL 2018**

Problema 2

Considere el circuito conversor DC-DC de la Figura 1, donde todos los componentes se consideran ideales. La llave conmuta a una frecuencia $\mathbf{f_S = 1/T_S}$ con ciclo de trabajo $\mathbf{d = T_{ON}/T_S}$ y se cumple $\mathbf{T_S = T_{ON} + T_{OFF}}$.

El objetivo de control es manipular adecuadamente el ciclo de trabajo $\mathbf{d(t)}$, de forma tal de mantener el voltaje de salida $\mathbf{v_O(t)}$ constante, a pesar de las variaciones en el voltaje de entrada $\mathbf{v_I(t)}$ y las variaciones en la corriente de carga $\mathbf{i_O(t)}$.

Notación: $\boldsymbol{\omega_N = 1/\sqrt{LC}}$; $\boldsymbol{\omega_S = 2\pi f_S}$.

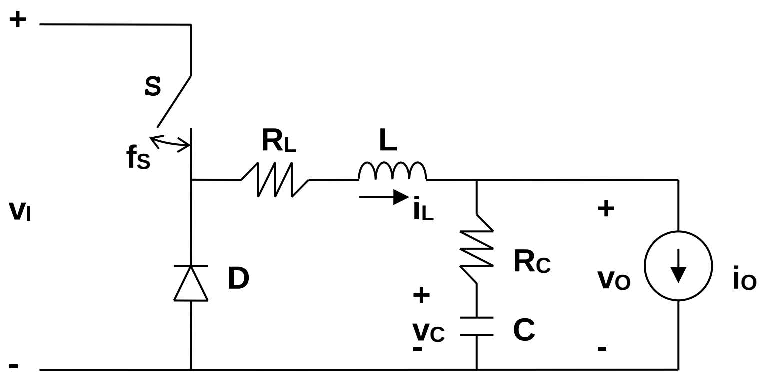

Figura 1

a. Obtenga un modelo promediado, de tiempo continuo, en variables de estado; considerando $\mathbf{i_O(t)}$, $\mathbf{v_I(t)}$ y $\mathbf{d(t)}$ como entradas, $\mathbf{i_L(t)}$ y $\mathbf{v_C(t)}$ (corriente en el inductor y voltaje en el capacitor) como variables de estado, y $\mathbf{v_O(t)}$ como salida, de la siguiente manera:

   I. Halle un modelo de tiempo continuo válido para el estado **ON** de la llave:
   $\mathbf{\frac{dx}{dt} = F_{ON}(x,u)}$ donde $\mathbf{x}$ denota el vector de estado y $\mathbf{u}$ el de entrada.

   II. Análogamente, halle $\mathbf{F_{OFF}(x,u)}$, para el estado OFF de la llave.

   III. Obtenga el modelo promediado como: $\mathbf{\frac{dx}{dt} = d(t).F_{ON}(x,u) + (1 - d(t)).F_{OFF}(x,u)}$

   Hipótesis:
   - *conducción continua:* $\mathbf{i_O(t) > 0}$, $\mathbf{i_L(t) > 0}$ $\mathbf{\forall t}$.
   - *conmutación suficientemente rápida*: $\boldsymbol{\omega_N << \omega_S}$.

   Este modelo promedio describe adecuadamente la evolución de las variables de interés, a excepción del *ripple* que no es de nuestro interés modelar aquí.

b. Utilizando el modelo promediado de la parte anterior, halle el ciclo de trabajo $\mathbf{D}$ (constante) correspondiente al siguiente *punto de equilibrio*: $\mathbf{i_O = I_O}$, $\mathbf{v_I = V_I}$, $\mathbf{v_O = V_O}$; donde $\mathbf{I_O}$, $\mathbf{V_I}$ y $\mathbf{V_O}$ son constantes positivas.
   Obtenga una representación lineal en variables de estado, en torno a este punto de equilibrio genérico.

   Halle la función de transferencia $\mathbf{H(s) = \tilde{v}_O(s)/\tilde{d}(s)}$, que vincula las variaciones de $\mathbf{d}$, con las variaciones de $\mathbf{v_O}$.

Para las partes restantes, y **solamente para éstas**, asuma los siguientes valores numéricos:

$f_S = 500\,kHz$; $R_L = 10\,m\Omega$; $L = 800\,nH$; $R_C = 10\,m\Omega$; $C = 1mF$; $I_O = 10\,A$; $V_I = 12\,V$; $V_O = 1V$.

c. Dibuje un bosquejo de los diagramas de Bode (modulo y fase) de $H(s)$
   Halle la *frecuencia de cruce de ganancia* ω_c^H de $H(s)$, e indíquela en el Bode.

Se realimenta el conversor de forma tal que $\tilde{d}(s) = C(s)\left(r(s) - \tilde{v}_O(s)\right)$ donde r es un voltaje de referencia y $C(s)$ es la función de transferencia de un controlador PID de la forma: $C(s) = K\left(1 + \frac{K_I}{s}\right)(1 + K_D s)$ con $K > 0$; $K_I \geq 0$; $K_D \geq 0$.

d. Para el caso $K_I = 0$; $K_D = 0$; discuta la estabilidad del sistema realimentado según K.

e. Sea $L(s) = C(s)H(s)$. Sintonice el controlador de forma tal que:
   - el error en régimen ante una rampa $r(t) = Rt$, con $R = 5\,V/ms$, sea igual a **0,1 V**;
   - la frecuencia de cruce de ganancia ω_c^L de $L(s)$ sea lo más alta posible verificando $\omega_c^H \leq \omega_c^L \leq \omega_S/10$;
   - la pendiente de $\left|L(j\omega)\right|_{dB}$ para $\omega \to +\infty$ sea lo menor posible.

f. Suponga que el voltaje de referencia es nulo: $r(t) = 0\,\forall t$; y que no hay variaciones en el voltaje de entrada: $v_I(t) = V_I$ (constante).
   De acuerdo con el modelo lineal y con el diseño de la parte anterior, ¿cuál es el valor de régimen del voltaje de salida v_O luego de un cambio súbito de la corriente de carga desde el valor $i_O = I_O$ a $i_O = I_O + 2\,A$?