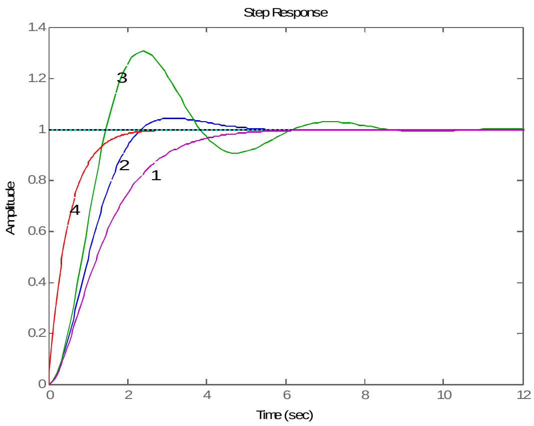
Carrera:	**INGENIERÍA ELÉCTRICA**	**Instituto de Ingeniería Eléctrica**
Materia:	**CONTROL**	
Asignatura:	**INTRODUCCIÓN A LA TORÍA DE CONTROL**	**Departamento de Sistemas y Control**
Plan:	**97**	
Fecha:	**06/10/2014**	**PRUEBA PARCIAL**

Puntaje total: 65 puntos   Tiempo disponible: 4:00 horas

Ejercicio 1

(Total 6 puntos: hasta -1 punto por respuesta incorrecta)

Transferencia H(s)	Curva Nº
$\dfrac{2}{s^2+2.s+2}$	2
$\dfrac{2}{s^2+s+2}$	3
$\dfrac{2}{s+2}$	4
$\dfrac{2}{(s+1).(s+2)}$	1



Ejercicio 2

(4 puntos si correcta; -1 punto si incorrecta)

Respuesta correcta	**b)**

Ejercicio 3

(12 puntos)

1) La fuerza aplicada al émbolo por la diferencia de presión y su relación con la aceleración de la masa es $F = A.\Delta P = M.\ddot{y}$

Por semejanza de triángulos se tiene que $\dfrac{x-y}{l_1} = \dfrac{x_1-x}{l-l_1}$, de donde

$$x_1 = x + \frac{l-l_1}{l_1}.(x-y) = \frac{l}{l_1}.x + \left(1-\frac{l}{l_1}\right).y$$

Operando en Laplace $s.\Delta P(s) = k_3.\left[k_1.\left(\dfrac{l}{l_1}.x(s) + \left(1-\dfrac{l}{l_1}\right).y(s)\right) - k_2.\Delta P(s)\right] - k_4.s.y(s)$ queda

$$(s+k_2.k_3).\Delta P(s) = k_3.k_1.\frac{l}{l_1}.x(s) + \left(k_3.k_1.\left(1-\frac{l}{l_1}\right) - k_4.s\right).y(s)$$

Por lo que $M.s^2.(s+k_2.k_3).y(s) = A.k_3.k_1.\frac{l}{l_1}.x(s) + A.\left(k_3.k_1.\left(1-\frac{l}{l_1}\right) - k_4.s\right).y(s)$, y la transferencia resulta ser:

$$\boxed{\frac{y}{x}(s) = \frac{\frac{A.k_3.k_1}{M}.\frac{l}{l_1}}{s^3 + k_2.k_3.s^2 + \frac{A}{M}.k_4.s + \frac{A}{M}.k_3.k_1.\left(\frac{l}{l_1}-1\right)}}$$

2) Con los valores numéricos, la transferencia queda: $\frac{y}{x}(s) = \frac{\frac{10}{l_1}}{s^3 + s^2 + 5.s + 10.\left(\frac{1}{l_1}-1\right)}$

La Tabla para el criterio de Routh-Hurwitz correspondiente es:

s^3	1	5
s^2	1	$10.\left(\frac{1}{l_1}-1\right)$
s^1	$15-10.\left(\frac{1}{l_1}\right)$	
s^0	$10.\left(\frac{1}{l_1}-1\right)$	

Para que el sistema sea estable, se debe cumplir simultáneamente que

$$15-10.\left(\frac{1}{l_1}\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad l_1 > \frac{2}{3}$$

$$10.\left(\frac{1}{l_1}-1\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad l_1 < 1$$

Entonces el sistema es estable si y sólo si $\boxed{\frac{2}{3} < l_1 < 1}$

3) Se tiene respuesta escalón con oscilaciones de amplitud constante cuando se tiene un par de polos sobre el eje imaginario y el (los) otro(s) polos son estables. Eso ocurre cuando un par de raíces pasa de tener parte real positiva a negativa al cambiar l_1 (2 cambios de signo de diferencia).

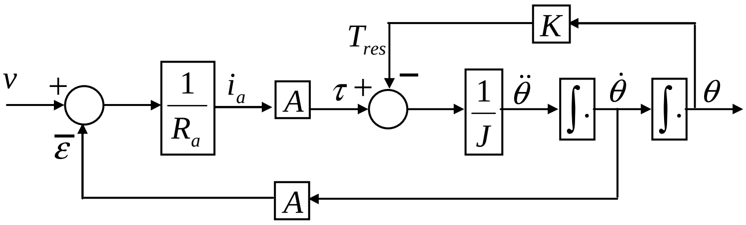
Para este ejemplo, eso ocurre cuando $l_1 = \frac{2}{3}$

Y los polos sobre el eje imaginario, quedan en $s = \pm j.\sqrt{10.\left(\frac{1}{2/3}-1\right)} = \pm j.\sqrt{10.\frac{1}{2}} = \pm j.\sqrt{5}$

La frecuencia de oscilación es $\sqrt{5}$ rad/s, y el período es: $\frac{2.\pi}{\sqrt{5}} = 2{,}81$ segundos

Ejercicio 4 (20 puntos)

1) $\begin{cases} v = R_a.i_a + \varepsilon \\ \varepsilon = A.\dot{\theta} \\ J.\ddot{\theta} = \tau - K.\theta \\ \tau = A.i_a \end{cases} \Rightarrow J.\ddot{\theta} = A.\left(\dfrac{v - A.\dot{\theta}}{R_a}\right) - K.\theta \Rightarrow \ddot{\theta} = \dfrac{A}{J.R_a}.v - \dfrac{A^2}{J.R_a}.\dot{\theta} - \dfrac{K}{J}.\theta$



2) $\dfrac{\theta(s)}{V(s)} = \dfrac{\dfrac{A}{J.R_a}}{s^2 + \dfrac{A^2}{J.R_a}.s + \dfrac{K}{J}}$

3) $\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{K}{J} & -\dfrac{A^2}{J.R_a} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{A}{J.R_a} \end{bmatrix} . [v]$

$[\theta] = [1 \quad 0] . \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$

4) Ganancia en régimen de continua: $\dfrac{A}{J.R_a}.\dfrac{J}{K} = \dfrac{A}{K.R_a} = 0{,}5$

Amortiguamiento crítico: $2.\zeta.\omega_n = 2.\omega_n = \dfrac{A^2}{J.R_a}$ y además $\omega_n^2 = \dfrac{K}{J}$

Si se agrega R en serie, $R' = R + Ra$ y entonces $2.\zeta'.\omega_n = \omega_n = \dfrac{A^2}{J.(R + R_a)} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{A^2}{J.R_a}$

De donde $R = 2.R_a - R_a = R_a$

5) El nuevo valor asintótico es: $\dfrac{A}{K.(R + R_a)} = \dfrac{A}{2.K.R_a} = 0{,}25$

Ejercicio 5 (12 puntos)

1) $\dfrac{1}{T}.\int\left(\sqrt[3]{r - y} - y\right) = y \qquad \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{1}{T}.\left[\sqrt[3]{r - y} - y\right] \qquad \boxed{T.\dfrac{dy}{dt} + y = \sqrt[3]{r - y}}$

2) Punto de operación para $r = R = 2$:

$E_2 = 0 \Rightarrow U = Y \Rightarrow \sqrt[3]{R - U} = U \Rightarrow U^3 + U - R = 0$

$U^3 + U - 2 = (U - 1)(U^2 + U + 2)$

La única solución real es $U = 1$. Entonces, el punto de operación es: $\begin{cases} E_1 = U = Y = 1 \\ E_2 = 0 \end{cases}$

3) Linealización:

$$r = R + \tilde{r} \;\; ; \;\; y = Y + \tilde{y} \;\; ; \;\; u = U + \tilde{u} = \sqrt[3]{E_1 + \tilde{e}_1} \approx \sqrt[3]{E_1} + \frac{1}{3}(E_1)^{-\frac{2}{3}}\tilde{e}_1 = 1 + \frac{1}{3}\tilde{e}_1 \;\; ; \;\; \tilde{u} = \frac{1}{3}\tilde{e}_1 \;\; ;$$

$$H(s) = \frac{\tilde{y}}{\tilde{r}}(s) = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{Ts+1}\right)}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{Ts+1}\right)} = \frac{1}{3Ts+4}$$

4) Respuesta en régimen:

Modelo no lineal

r = 2,8 $\quad \rightarrow \qquad y = \sqrt[3]{2{,}8 - y}$

$y^3 + y - 2{,}8 = 0$

Tanteo soluciones:

y∞	1,1	1,2	1,18	1,175	1,176	**1,1755**
r	2,43	2,928	2,823	2,797	2,802	2,7998

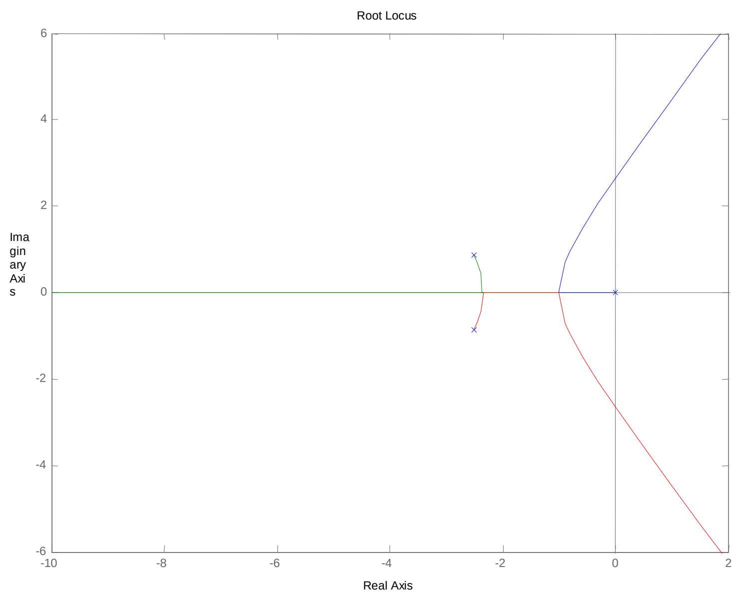
Modelo lineal

$\tilde{r} = 0{,}8 \qquad \rightarrow \qquad \tilde{y}_\infty = \lim_{s\to 0} s.H(s).\frac{0{,}8}{s} = \frac{0{,}8}{4} = 0{,}2$

Luego: $y_\infty = Y + \tilde{y}_\infty = 1{,}2$

<u>Ejercicio 6</u> (11 puntos)

$G(s) = \frac{1}{(s^2 + 5.s + 7).s}$



Polos (K=0): -2,5 ± j√3 / 2 y 0

Ceros (K=∞): no tiene

3 ramas y 3 asíntotas; ángulos ± 60º y –180º; centroide en –5/3

Eje real negativo pertenece todo

Eje real es único eje de simetría

Ángulo salida de -2,5 + j√3 / 2 es –70,9º

$\bigcap \mathrm{I}\vec{\mathrm{m}}$: K = 35 en s = ± j√7

Puntos múltiples: -1 para K = 3;
-7/3 para K = 49/27 ≅ 1,815

2) Puede. Existe un tramo donde todas las raíces son reales: 49/27 ≤ K ≤ 3

3) El error frente a rampa unitaria vale $\dfrac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s.K.G(s)} = \dfrac{1}{\lim\limits_{s\to 0} \dfrac{K}{\left(s^2+5.s.+7\right)}} = \dfrac{7}{K}$

Para que sea 0,001, K debe valer $\dfrac{7}{0{,}001} = 7000$

Como el K límite de la estabilidad es 35, se concluye que no es posible.