Optimización bajo Incertidumbre

Repartido Ejercicios 2 - Vence 24/05/2022

El trabajo es individual. Se puede responder manuscrito, cuidando la legibilidad.

1. Dado el problema de segunda etapa $Q(x, \xi)$

$$\begin{array}{ll} \min & y_1 + y_2 \\ \text{s.a} & y_1 + 3y_2 \geq \xi_1 - x_1 - x_2, \\ & 2y_1 + y_2 \geq \xi_2 - x_2, \\ & 0 \leq y_1 \leq 2, 0 \leq y_2 \leq 1. \end{array}$$

   a. Encontrar $K_2(\xi)$ para todo ξ.

   b. Encontrar K_2^P, si ξ_1 es equiprobable en $\{3, 6, 9\}$ y ξ_2 es uniforme en [2,5], y ambas son independientes entre sí.

2. Para el problema de *Planificación financiera* (ver teórico) se dispone de una instancia con árbol de escenarios y probabilidades según Figura 1. Además, se tiene $B = 55000$, $G = 80000$ y retornos según inversión y eventos:

Inversión	a	m	b
Acciones	1,25	1,15	1,06
Bonos	1,14	1,13	1,12

   a. Codificar modelo en GLPK, según formulación a elección.

   b. Resolver variante de la instancia en que $q = 1$ y $r = 2$.

   c. Resolver variante de la instancia en que $q = 1$ y $r = 1$.

   d. Indicar que actitud con respecto al riesgo tiene cada variante de la instancia y comparar las soluciones obtenidas.

   [Nota: Entregar archivos de código y resultados para apartados a., b. y c.]

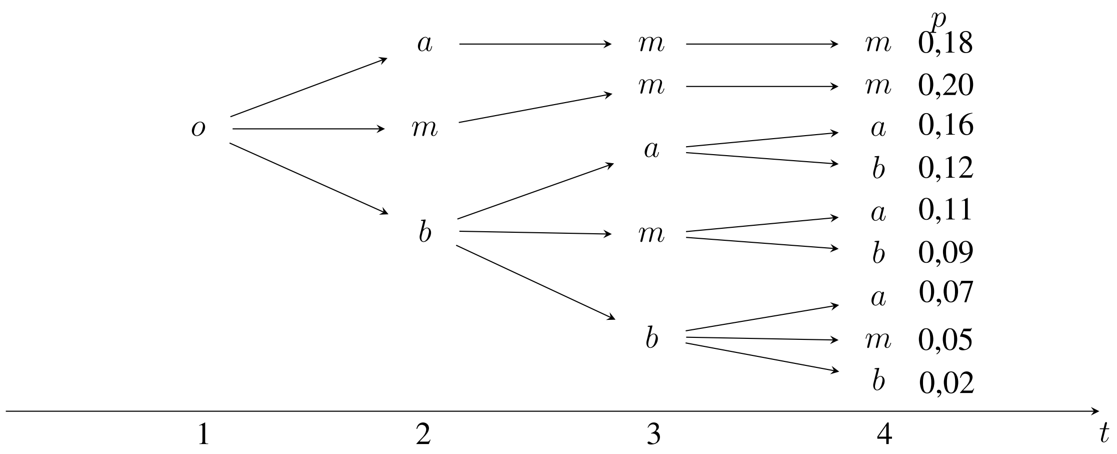

Figura 1: Árbol de escenarios de instancia, con probabilidad de cada escenario

3. Una distribuidora debe atender la demanda incierta de un producto a partir de compras con costos inciertos durante un horizonte de planificación de tres períodos. Mientras que para el período $t = 1$ la demanda es determinista, d_1, para los períodos $t = 2$ y $t = 3$ la demanda es incierta y representada por dos estados equiprobables, $s_t = \{\textbf{a}\text{lto}, \textbf{b}\text{ajo}\}$. Sean $d_2(s_2)$ y $d_3(s_2, s_3)$, las demanda donde s_2 es el estado luego de la primer etapa y s_3 el estado luego de la segunda etapa, respectivamente. Al comprar incurre en costos variables por unidad c_1, $c_2(s_2)$ y $c_3(s_2, s_3)$, y costos fijos de compra por embarque f_1, $f_2(s_2)$ y $f_3(s_2, s_3)$, en cada período según estado. La cantidad del producto que no se usa en atender la demanda de un período se almacena y queda disponible para el período siguiente a un costo determinista unitario h_t. Inicialmente, al comienzo del período $t = 1$, se cuenta con una cantidad disponible denominada I_0. Se busca minimizar la esperanza de los costos involucrados en determinar si se realiza compra (embarque) y que cantidades se decide comprar y almacenar, de forma de atender la demanda en cada período según estados.

   a. Establecer el árbol de escenarios.

   b. Formular el modelo estocástico.

4. (*) Se dispone de un conjunto de objetos $i = 1, ..., n$, con peso w_i y valor v_i que se podrían transportar en una mochila de capacidad b. En el *problema de la mochila* se busca seleccionar un subconjunto de los objetos que maximice el valor transportado sin superar la capacidad de la mochila. El cual se puede formular como

$$\begin{array}{ll} \text{max} & \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq b \\ & x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, ..., n. \end{array}$$

   Se plantea una variante incierta del problema en que los pesos son aleatorios, independientes y distribuidos en los intervalos $[w_i - d_i, w_i + d_i]$ con $d_i \geq 0$, $i = 1, ..., n$.

   Se requiere

   a. Formular la variante del problema mediante optimización robusta, donde la cantidad máxima de pesos que se puedan cambiar sea Γ.

   b. Reformular la formulación robusta obtenida en el apartado (a.) mediante optimización entera-mixta.

(*) Problema solo requerido para estudiantes de posgrado.