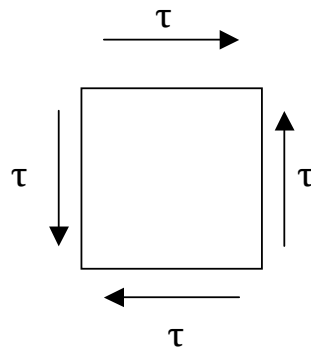


TORSIÓN

Hipótesis:

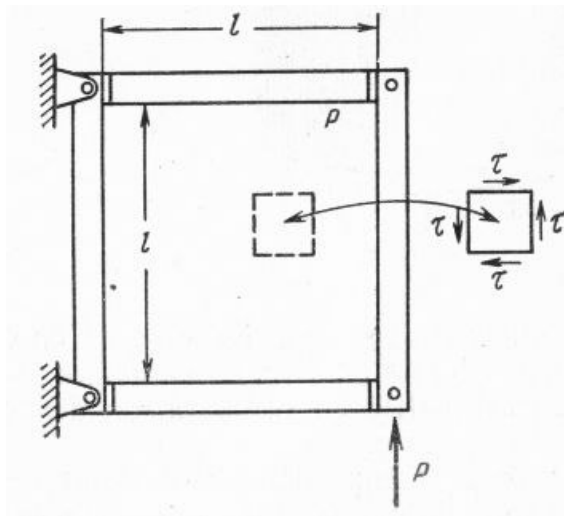
- Secciones planas permanecerán planas luego de aplicado el momento torsor.
- Las tensiones rasantes son \propto a la deformación desde el eje hacia la periferia de la sección.

Supongamos que disponemos de un estado tensional en el cual, sobre los casos del elemento elegido, aparecen solamente tensiones tangenciales τ .



Este estado tensional se denomina DESLIZAMIENTO PURO o CORTE PURO.

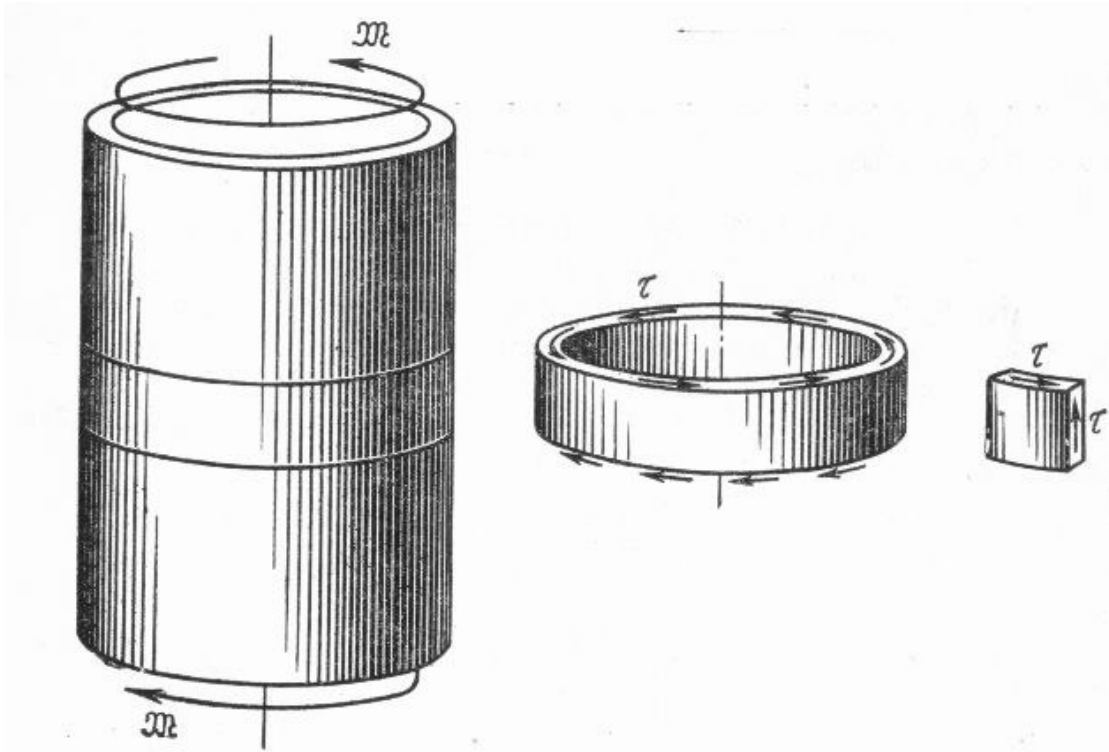
Ej. 1) Placa enmarcada en un cuadro de listones rígidos articulados.



En todos los puntos de la placa las tensiones iguales τ serán iguales a:

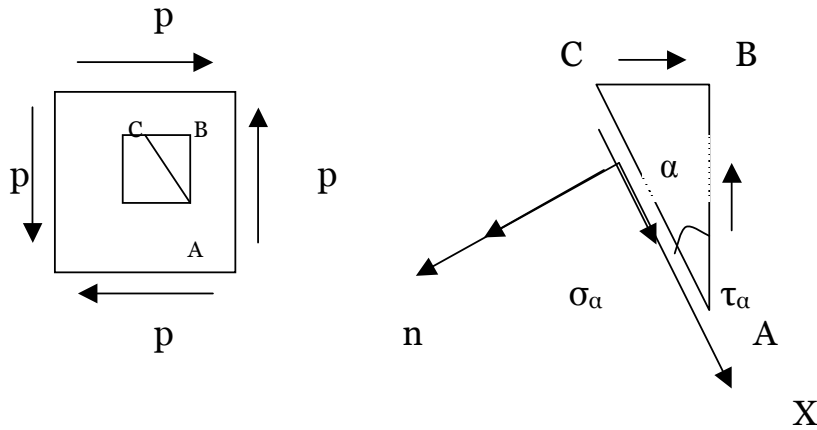
$$\tau = \frac{P}{\ell \cdot \delta} \quad \text{siendo } \delta \text{ el espesor de la placa (se desprecia el efecto de borde).}$$

Ej. 2) Tubo cilíndrico de paredes delgadas, solicitado por tensiones aplicadas en los planos laterales.



$$\tau = \frac{M}{2\pi R^2 \delta} \quad \text{siendo } R \text{ el radio del tubo y } \delta \text{ su espesor.}$$

¿Cómo varían, en el caso de corte puro, las tensiones en función de la orientación de los planos?



Consideremos un prisma triangular elemental ABCD.

Sobre las caras AB y BC actúan solo tensiones tangenciales τ , sobre la cara AC en función de α pueden actuar tanto tensiones normales como tangenciales (σ_α y τ_α respectivamente).

Proyectando todas las fuerzas que actúan sobre el prisma, sobre los ejes n y t de la primera ecuación cardinal:

$$\sigma_\alpha \cdot AC = \tau \cdot AB \cdot \text{sen}\alpha + \tau \cdot BC \cdot \text{cos}\alpha$$

$$\tau_\alpha \cdot AC = \tau \cdot AC \cdot \text{cos}\alpha - \tau \cdot BC \cdot \text{sen}\alpha$$

siendo:

$$AB = AC \cdot \text{cos}\alpha$$

$$BC = AC \cdot \text{sen}\alpha$$

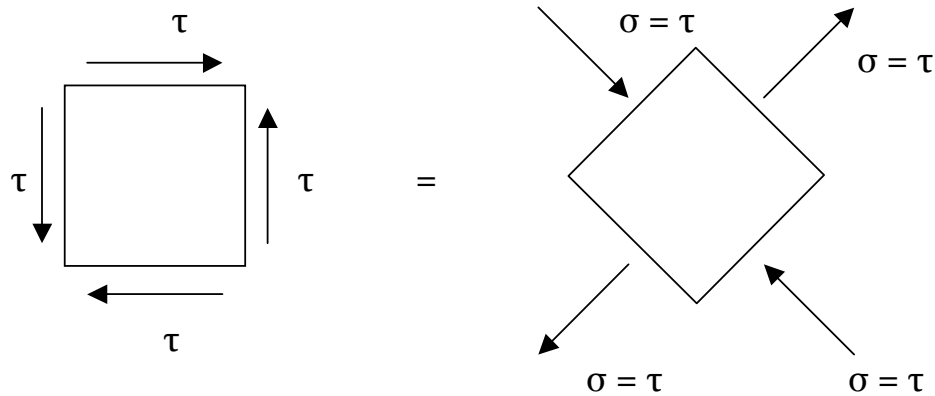
Entonces:

$$\sigma_\alpha = \tau \cdot \text{sen}2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \tau \cdot \text{cos}2\alpha$$

| α | σ_α | τ_α |
|-------------|-----------------|---------------|
| 0 | 0 | τ |
| 90° | 0 | $-\tau$ |
| 45° | τ | 0 |
| -45° | $-\tau$ | 0 |

Por lo tanto, si separamos de la placa un elemento rectangular, cuyas caras estén giradas 45° respecto a los planos iniciales, entonces en estos planos surgirán solo tensiones normales:

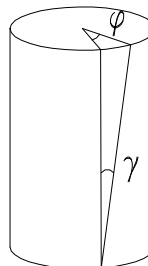


LEY DE HOOKE PARA CORTE: $\gamma = \frac{\tau}{G}$ con $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$

G es el módulo de elasticidad al corte o de 2º grado

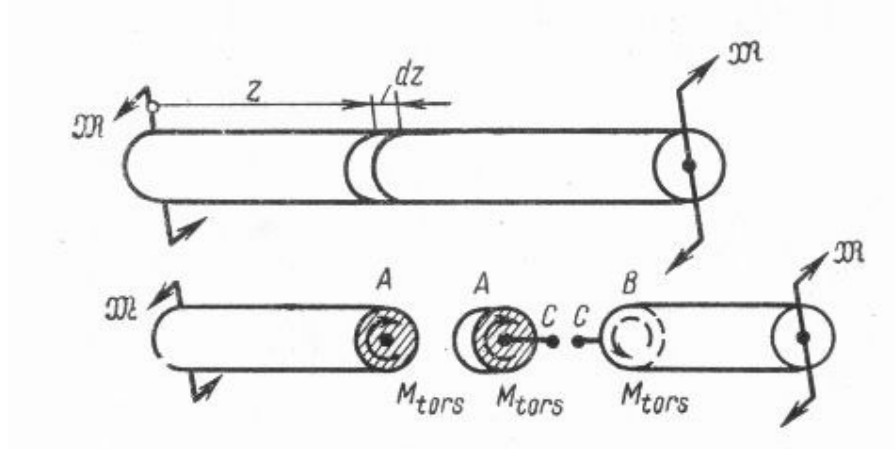
Entonces: $\tau = G \cdot \gamma$

De la figura anterior se sigue que: $\varphi = \frac{\gamma \cdot \ell}{R}$



TORSIÓN DE UNA BARRA DE SECCIÓN CIRCULAR

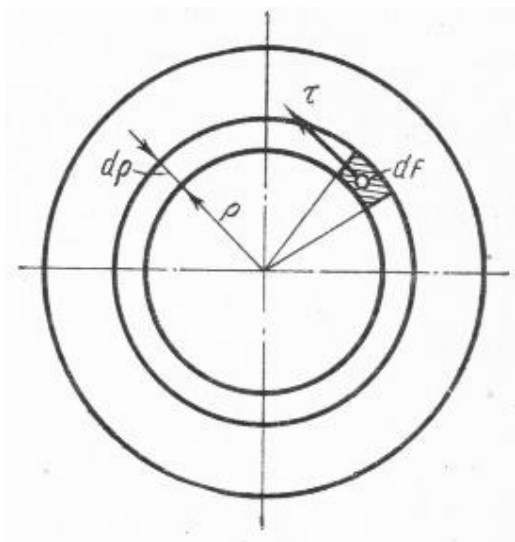
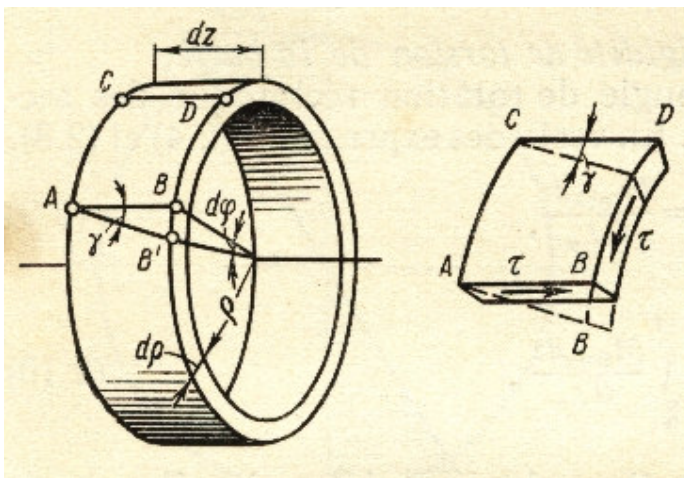
CONVENCIÓN: Independientemente de la forma de la sección, el momento M_T (o T) que gira en dirección antihoraria desde la normal externo se considera positiva.



HIPÓTESIS: Las secciones planas permanecen planas

$$M_T = T \text{ (cte)}$$

Consideremos un elemento de longitud dz



$$BB' = \rho \cdot d\varphi = \gamma \cdot dz \quad \rightarrow \quad \gamma = \rho \cdot \frac{d\varphi}{dz}$$

γ = ángulo de distorsión de la superficie cilíndrica

$$\boxed{\frac{d\varphi}{dz} = \theta} \quad (\text{ángulo de torsión unitario})$$

θ análogo al $\frac{\Delta\ell}{\ell}$ del diagrama de tracción

$$\gamma = \rho \cdot \theta \quad \Rightarrow \quad \text{según HOOKE} \quad \tau = g \cdot \theta \cdot \rho$$

Las fuerzas elementales $\tau \cdot dF$ se reducen a un momento torsor:

$$T = \int_F \tau \cdot \rho \cdot dF$$

Introduciendo en la función integrando el valor de τ :

$$T = G \cdot \theta \cdot \int_F \rho^2 \cdot dF$$

Siendo $\int_F \rho^2 \cdot dF = J_p$ [m^4] una característica geométrica, llamada momento polar de inercia de la sección.

$$T = G \cdot J_p \cdot \theta$$

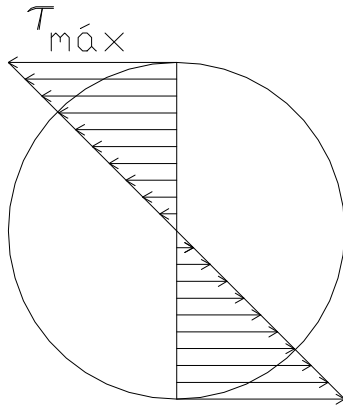
$G \cdot J$ = rigidez de la barra a la torsión

$$d\varphi = \frac{T \cdot dz}{G \cdot J} \quad (\text{ángulo de giro unitario de la sección } \varphi)$$

$$\boxed{\varphi = \int_0^{\ell} \frac{T}{G \cdot J} \cdot dz}$$

Si $T = \text{cte}$ y $G \cdot J = \text{cte} \quad \longrightarrow \quad \varphi = \frac{T \cdot \ell}{G \cdot J}$

DISTRIBUCIÓN DE LAS TENSIONES TANGENCIALES EN LA SECCIÓN



$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot \rho_{\max}}{J}$$

$$\frac{J}{\rho_{\max}} = w_p \quad (\text{módulo polar de la sección, cm}^3)$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{w_p}$$

Válida tanto para barras de sección maciza como para barras huecas de sección circular.

$$\text{Ej. : Sección circular} \quad J = 2 \cdot \pi \int_0^{D/2} \rho^3 d\rho = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\text{Sección hueca} \quad J = 2 \cdot \pi \int_{d/2}^{D/2} \rho^3 d\rho = \frac{\pi D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

POTENCIA

POTENCIA = TRABAJO REALIZADO POR UNIDAD DE TIEMPO

$$1kW = \frac{2\pi nT(Nm)}{60000}, \quad [n] = \text{rpm}$$

Haciendo cuentas:

$$1kW = \frac{nT}{9549}$$

En unidades inglesas:

$$1hp = \frac{2\pi nT(lb \cdot ft)}{33000} = \frac{nT}{5252}$$

DISEÑO DE ELEMENTOS CILINDRICOS QUE TRABAJAN A TORSIÓN

ASME: Se recomienda para ejes de transmisión

$$\tau_{adm} = 8000 \text{ psi} \quad (550 \text{ kg/cm}^2 \approx 55 \text{ MPa})$$

Para aceros en general es:

$$0,3 \text{ Sy} \text{ o } 0,18 \text{ Sus} \quad (\text{la que sea menor})$$

Una vez que se conoce el momento de torsión que va a transmitir un eje y que se selecciona $\tau_{m\acute{a}x}$, las dimensiones del elemento quedan determinadas.

$$J = \frac{Tc}{\tau_{m\acute{a}x}} \rightarrow d \quad (\text{barra maciza})$$

$$1 \text{ cv} = 75 \text{ kg.m/s}$$

$$1 \text{ hp} = 76 \text{ kg.m/s}$$

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ N.m/s}$$

$$P = 2\pi n T \rightarrow T = \frac{P}{2\pi n}$$

$$T(\text{lb} \cdot \text{ft}) = \frac{33000 P(\text{hp})}{2\pi n}$$

$$T(\text{N} \cdot \text{m}) = \frac{60000 P(\text{kW})}{2\pi n}$$

Ejemplo 1)

Seleccionar un eje macizo para un motor de 10 hp que trabajará a 1800 rpm.

El $\tau_{\text{máx}} \leq 550 \text{ kg/cm}^2$

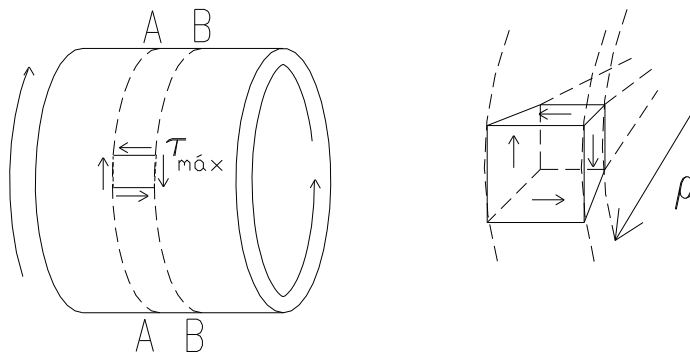
Solución: $d \geq 5/8''$

Ejemplo 2)

Seleccionar un ejes macizos para transmitir 200 kW cada uno sin exceder un τ de 70 MPa. Uno de estos ejes funcionará a 20 rpm y el otro a 20000 rpm.

$d_1 = 191 \text{ mm}$

$d_2 = 19.1 \text{ mm}$



IMPORTANTE:

La superficie libre de una barra sometida a torsión está libre de todo esfuerzo.

Existencia de esfuerzo cortante en planos mutuamente perpendiculares.