RESOLUCIÓN MÓDULO EJERCICIOS 1

Ejercicio 1:

Calcular el acimut AB siendo las coordenadas del punto A (320,05;508,32) y las del punto B (2,54;10,05).

Resolución:

$$Az_{AB} = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}\right)$$

$$como\ \Delta Y < 0, se\ debe\ sumar\ 180°$$

$$Az_{AB} = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}\right) + 180° = 32°30'23" + 180° = 212°30'23"$$

Ejercicio 2:

Conociendo las coordenadas del punto A (6,152;1;325), el AZAB=35°40' y la distancia AB=271,34m, calcular las coordenadas del punto B.

Resolución:

$$x_B = x_A + D_{AB} \times \sin Az_{AB} = 164{,}362m$$

$$y_B = y_A + D_{AB} \times \cos Az_{AB} = 221{,}768m$$

Ejercicio 3:

Con los siguientes datos:

A (0,214;1,320)

B (11,271;424,318)

distancia (AC)=225,50m

Calcular las coordenadas del punto C sabiendo que pertenece al segmento AB

Resolución:

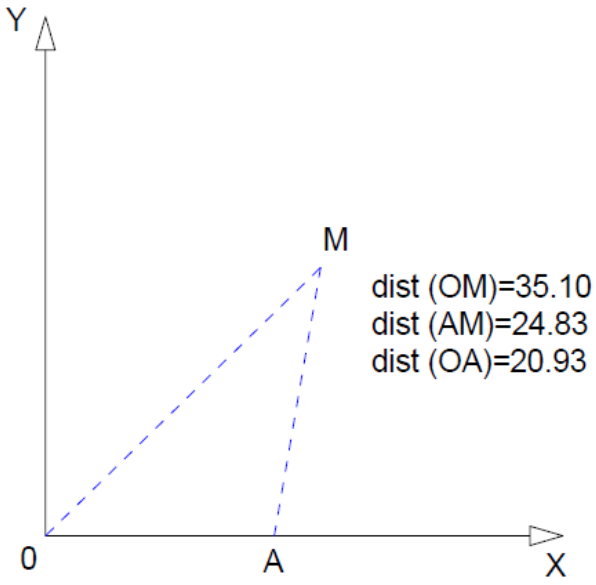
$$Az_{AB} = Az_{AC} = \tan^{-1}\left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}\right) = 1°29'50"$$

$$x_C = x_A + D_{AC} \times \sin Az_{AC} = 6{,}106m$$

$$y_C = y_A + D_{AC} \times \cos Az_{AC} = 226{,}743m$$

Ejercicio 4:

Calcular las coordenadas del punto M en función de los datos adjuntos.



Resolución:

$$\cos \hat{O} = \frac{OM^2 + OA^2 - AM^2}{2 \times OA \times OM} \rightarrow \hat{O} = 44°11'20"$$

$$Az_{OM} = 90° - \hat{O} = 45°48'40"$$

$$x_M = D_{OM} \times \sin Az_{OM} = 25{,}17m$$

$$y_M = D_{OM} \times \cos Az_{OM} = 24{,}47m$$

Ejercicio 5:

A partir de un punto A de coordenadas X=100,000m; Y=200,000m, se miden dos puntos B y C. Con los siguientes datos se solicita determinar la distancia entre los puntos B y C.

Distancia (A,B)	*25,521m*
Distancia (A,C)	*27,456m*

Azimut	*CVI*	*CVD*

Az(A,B)	*52°24'46"*	*232°24'56"*
Az(A,C)	*101°35'10"*	*281°35'20"*

Resolución:

$$Verificar\ si\ existe\ error\ de\ colimación: \qquad \varepsilon = \frac{l_d - l_i \pm 180°}{2}$$

$$Az_{AB}: \varepsilon = \frac{l_d - l_i \pm 180°}{2} = 5"$$

$$Az_{AC}: \varepsilon = \frac{l_d - l_i \pm 180°}{2} = 5"$$

Se corrigen las lecturas, sumándole ε a la lectura CVI y restándole ε a la lectura CVD.

Lecturas corregidas:

Az(A,B)	52°24'51"	232°24'51"
Az(A,C)	101°35'15"	281°35'15"

Se calculan las coordenadas B y C

$$x_B = x_A + D_{AB} \times \sin Az_{AB} = 120{,}224m$$

$$y_B = y_A + D_{AB} \times \cos Az_{AB} = 215{,}567m$$

$$x_C = x_A + D_{AC} \times \sin Az_{AC} = 126{,}896m$$

$$y_C = y_A + D_{AC} \times \cos Az_{AC} = 194{,}485m$$

$$d_{BC}\sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = 22{,}112m$$

Ejercicio 6:

Se colocaron 2 mojones de hierro (M.H.C.) que distan 50 metros entre sí. Dicha medida fue chequeada con hilos invar.

Se requiere realizar un relevamiento, para el cual es necesario utilizar como referencia los mojones antes mencionados. Para ello, se estaciona la Estación total (ET) sobre uno de los puntos y se orienta al otro.

Al controlar la distancia entre los mojones, se midieron el ángulo horizontal, vertical y la distancia inclinada. Con los datos relevados, verificar posibles errores instrumentales.

Ángulo Horizontal (CVI)	*0°0'0"*
Ángulo Vertical (CVI)	*79°59'25"*
Distancia Inclinada	*50,774m*

Resolución:

La distancia horizontal se encuentra chequeada, por lo que se considera libre de error, se debe calcular con los datos la distancia horizontal entre los puntos.

$$d_H = d_{incl} \times \sin{}^{\circ} v = 50{,}001m$$

Por existir una diferencia de 1mm, podría existir un error de Cenit. O un error en la medición electrónica de distancia (EDM). Considerando que no hay error de EDM, calcularemos cuanto debería de ser la medición de ángulo vertical, para que la distancia horizontal fuese 50,000m.

$$\hat{v} = \sin^{-1}\left(\frac{d_H}{d_{incl}}\right) = 79°58'59$$

Existe una diferencia de 26" respecto al ángulo vertical, pero para poder asumir un posible error, es necesario medir el ángulo vertical con el CVD.

Ejercicio 7:

Se pretende comprobar si una columna se encuentra vertical, para ello se midieron 3 puntos sobre una vertical de la columna, obteniendo los siguientes datos:

Punto	*Ángulo Vertical (CVI)*	*Ángulo Vertical (CVD)*	*Distancia inclinada*
1	*98°26'46"*	*261°23'24"*	*10,112m*
2	*80°49'44"*	*279°0'6"*	*10,127m*
3	*71°24'17"*	*288°25'33"*	*10,546m*

Resolución:

Comprobación de error de cenit:

$$\varepsilon = \frac{360° - (\widehat{V_{CVI}} + \widehat{V_{CVD}})}{2} = \ 0°5'5" \text{ para los 3 puntos.}$$

Para verificar la inclinación debe analizarse la distancia horizontal entre la estación y los puntos, si es la misma, la columna se encuentra vertical. Corrigiendo el ángulo vertical sumando el error de cenit, se llega a:

$$d_{H1} = d_{incl} \times \sin \hat{v} = 10{,}000m$$

$$d_{H2} = d_{incl} \times \sin \hat{v} = 10{,}000m$$

$$d_{H2} = d_{incl} \times \sin \hat{v} = 10{,}000m$$

La columna está vertical.

Ejercicio 8:

En una obra se emplazaron dos muros, los cuales deberían ser perpendiculares en su vértice (Punto 2 del relevamiento)

Desde una estación (E: X=1051,410m; Y=1989,528m) se midieron las distancias y ángulos correspondientes.

a) Con los datos medidos, comprobar dicha perpendicularidad.

Azimut (E,1)	*12°18'40"*
Azimut (E,2)	*137°21'4"*

Azimut (E,3)	*222°38'56"*
Distancia Horizontal (E,1)	*13,130m*
Distancia Horizontal (E,2)	*4,132m*
Distancia Horizontal (E,3)	*4,132m*

b) Al constatarse un error en la constante de prisma de +3cm, verificar nuevamente la perpendicularidad.

Resolución:

Parte a):

Utilizando las ecuaciones de radiación, se calculan las coordenadas de los puntos

$$x_1 = x_E + D_{1E} \times \sin Az_{1E} = 1054{,}210m$$
$$y_1 = y_E + D_{1E} \times \cos Az_{1E} = 2002{,}356m$$
$$x_2 = x_E + D_{2E} \times \sin Az_{2E} = 1054{,}209m$$
$$y_2 = y_E + D_{2E} \times \cos Az_{2E} = 1986{,}489m$$
$$x_3 = x_E + D_{3E} \times \sin Az_{3E} = 1048{,}611m$$
$$y_3 = y_E + D_{3E} \times \cos Az_{3E} = 1986{,}489m$$

Calculando las distancias:

$$d_{12}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 15{,}867m$$
$$d_{13}\sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} = 16{,}826m$$
$$d_{23}\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = 5{,}599m$$

Aplicando el teorema del Coseno:

$$\cos \hat{2} = \frac{{d_{12}}^2 + {d_{23}}^2 - {d_{13}}^2}{2 \times d_{12} \times d_{23}} \rightarrow \hat{2} = 90°0'2"$$

Los muros son casi perpendiculares.

Parte b):

Al existir un error en la distancia de +3cm, a las distancias originales hay que corregirlas. Siendo

Distancia Horizontal (E,1)	13,160m
Distancia Horizontal (E,2)	4,162m
Distancia Horizontal (E,3)	4,162m

Repitiendo los cálculos:

Utilizando las ecuaciones de radiación, se calculan las coordenadas de los puntos

$$x_1 = x_E + D_{1E} \times \sin Az_{1E} = 1054.216m$$
$$y_1 = y_E + D_{1E} \times \cos Az_{1E} = 2002{,}385m$$
$$x_2 = x_E + D_{2E} \times \sin Az_{2E} = 1054{,}230m$$
$$y_2 = y_E + D_{2E} \times \cos Az_{2E} = 1986{,}467m$$
$$x_3 = x_E + D_{3E} \times \sin Az_{3E} = 1048{,}590m$$
$$y_3 = y_E + D_{3E} \times \cos Az_{3E} = 1986{,}467m$$

Calculando las distancias:

$$d_{12}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 15{,}919m$$
$$d_{13}\sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} = 16{,}883m$$
$$d_{23}\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = 5{,}640m$$

Aplicando el teorema del Coseno:

$$\cos \hat{2} = \frac{{d_{12}}^2 + {d_{23}}^2 - {d_{13}}^2}{2 \times d_{12} \times d_{23}} \rightarrow \hat{2} = 89°57'1"$$

Los muros no son perpendiculares.

Ejercicio 9:

Utilizando un nivel automático con limbo horizontal graduado al grado centesimal y una mira centimetrada. Se realizan las siguientes medidas radiales:

Serie	*Lec Superior*	*Lec. Media*	*Lec. Inferior*
A	*1,538m*	*1,448m*	*1,357m*
B	*1,538m*	*1,295m*	*1,052m*

El ángulo medido entre las direcciones es de 30,5°

Considerando errores de estimación de 1mm en las lecturas y de 0.5° en el ángulo, calcular:

A) La distancia entre A y B

B) El error en la distancia entre A y B medido con este instrumental.

Resolución:

Parte A):

La distancia Nivel – Punto, se calcula con la ecuación $d_{NP} = (l_s - l_i) \times 100$

D_{NA} = 18,10m

D_{NB} = 48,60m

La distancia AB, se calcula con el teorema del Coseno.

$$d_{AB} = \sqrt{d_{NA}^2 + d_{NB}^2 - 2.d_{NA}.d_{NB}.\cos\alpha} = 33{,}51m$$

Parte B):

$$\sigma_{d_{AB}}^2 = \left(\frac{\partial d_{AB}}{\partial d_{NA}}\right)^2 . \sigma_{d_{NA}}^2 + \left(\frac{\partial d_{AB}}{\partial d_{NB}}\right)^2 . \sigma_{d_{NB}}^2 + \left(\frac{\partial d_{AB}}{\partial \alpha}\right)^2 . \sigma_{\alpha}^2$$

$$d_{NP} = (l_s - l_i) \times 100$$

$$\sigma_{d_{NA}}^2 = \left(\frac{\partial d_{NA}}{\partial l_s}\right)^2 . \sigma_{l_s}^2 + \left(\frac{\partial d_{NA}}{\partial l_i}\right)^2 . \sigma_{l_i}^2 \;;\; \sigma_{d_{NB}}^2 = \left(\frac{\partial d_{NB}}{\partial l_s}\right)^2 . \sigma_{l_s}^2 + \left(\frac{\partial d_{NB}}{\partial l_i}\right)^2 . \sigma_{l_i}^2$$

$$\sigma_{d_{NA}}^2 = 100^2 . 0{,}001^2 + (-100)^2 . 0{,}001^2 \rightarrow \boldsymbol{\sigma_{d_{NA}} = 0{,}14m}$$

$$\frac{\partial \mathrm{d_{AB}}}{\partial \mathrm{d_{NA}}} = \frac{1}{2}.\frac{2d_{NA} - 2d_{NB}.\cos\alpha}{\sqrt{d_{NA}^2 + d_{NB}^2 - 2.d_{NA}.d_{NB}.\cos\alpha}} = \frac{d_{NA} - d_{NB}.\cos\alpha}{d_{AB}} = -0.752$$

$$\frac{\partial \mathrm{d_{AB}}}{\partial \mathrm{d_{NB}}} = \frac{1}{2}.\frac{2d_{NB} - 2d_{NA}.\cos\alpha}{\sqrt{d_{NA}^2 + d_{NB}^2 - 2.d_{NA}.d_{NB}.\cos\alpha}} = \frac{d_{NB} - d_{NA}.\cos\alpha}{d_{AB}} = 0.939$$

$$\frac{\partial \mathrm{d_{AB}}}{\partial \alpha} = \frac{1}{2}.\frac{2.d_{NA}.d_{NB}.\sin\alpha}{\sqrt{d_{NA}^2 + d_{NB}^2 - 2.d_{NA}.d_{NB}.\cos\alpha}} = \frac{d_{NA}.d_{NB}.\sin\alpha}{d_{AB}} = 142.503$$

$$\sigma^2_{\mathrm{d_{AB}}} = 0.03m \rightarrow \boldsymbol{\sigma_{\mathbf{d_{AB}}} = 0.197m}$$

Ejercicio 10:

Se realizó la mensura de un terreno, desde una estación (X=600,000; Y=800,000). Realizando las siguientes medidas:

Punto	*Distancia horizontal (m)*	*Acimut (sexagesimal)*
1	*103,787*	*13°51'28"*
2	*27,868*	*63°7'29"*
3	*31,529*	*293°33'5"*
4	*62,937*	*328°23'34"*
5	*103,271*	*349°30'47"*

Calcular el área del terreno y los deslindes

Resolución:

Aplicando las ecuaciones genéricas.

$$x_B = x_A + D_{AB} \times \sin Az_{AB}$$

$$y_B = y_A + D_{AB} \times \cos Az_{AB}$$

$$d_{12}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{area} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n} N_i(E_{i+1} - E_{i-1})$$

Punto	X(m)	Y(m)
1	624,858	900,766
2	624,858	812,598
3	571,097	812,598
4	567,015	853,601
5	581,203	901,546

Distancia	(m)
Dist 12	88,168
Dist 23	53,761
Dist 34	41,206
Dist 45	50,000
Dist 51	43,662

Área =4704,183m^2

Ejercicio 11:

A partir de una base AB=50,000m se miden 3 puntos sobre una alineación. Para ello se toman los siguientes datos:

Vértice	*Ángulo interno (sexagesimal)*
A1	*21°48'5"*
B1	*21°48'5"*

Vértice	*Ángulo interno (sexagesimal)*
A2	*63°26'6"*
B2	*63°26'6"*

Vértice	*Ángulo interno (sexagesimal)*
A3	*75°57'50"*
B3	*75°57'50"*

1) Calcular la distancia de los puntos 1,2 y 3 hasta la base AB

2) considerando el punto A de coordenadas (X=0; Y=0) y el Az(A,B) igual 90°, calcular las coordenadas de los puntos B, 1, 2 y 3.

3) considerando un error angular de 7" y un error lineal de 2mm. Calcular el error en la determinación de la distancia A1, A2 y A3.

Resolución:

Parte1:

La figura se trata de un triángulo Isósceles, por lo tanto, las distancias al vértice van a ser las mismas.

- El ángulo al vértice es igual a 180° - los ángulos relevados.
- Aplicando el teorema del seno, se obtiene la distancia desde A o B hasta el vértice para los puntos 1,2 y 3
- Aplicando pitagoras, con cateto adyacente la mitad de la base AB e hipotenusa la distancia AV (siendo V los puntos 1, 2 y 3). Se obtiene la distancia entre los puntos al segmento AB

	Dist Vbase
1	10,000
2	50,000
3	100,001

Parte 2:
Los acimutes se calculan como 90° - el ángulo en A. conociendo las distancias a los puntos desde A. Obtenemos las coordenadas de 1,2,3 y B

Punto	x	y
1	25,000	10,000
2	25,000	50,000
3	25,000	100,001
B	50,000	0,000

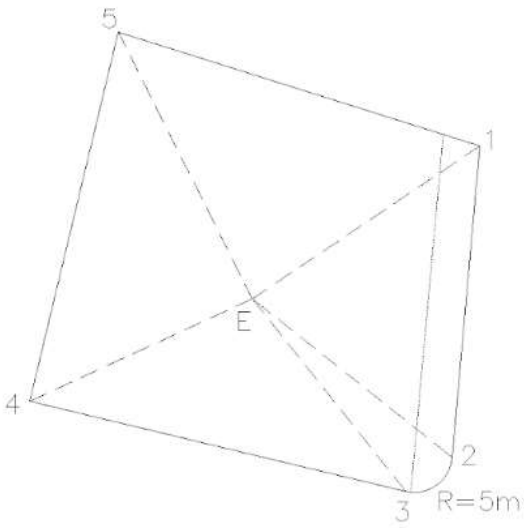
Parte 3:

Aplicar las ecuaciones vistas en teórico de propagación de errores

	εx	**εy**
1	0,001	0,001
2	0,004	0,004
3	0,008	0,011

Ejercicio 12:

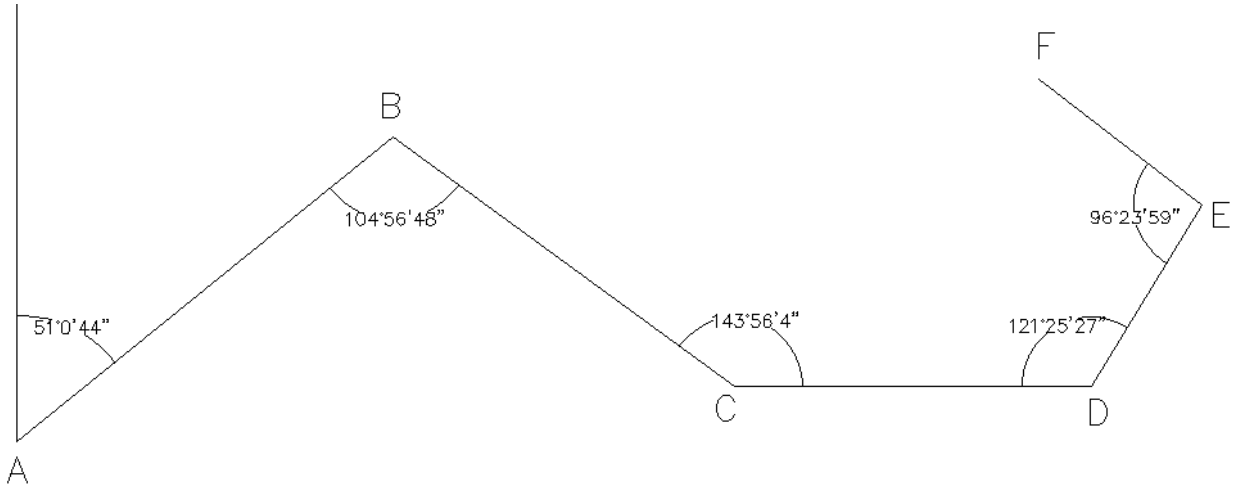
Se realiza un relevamiento de un predio, el cual se encuentra afectado por una expropiación paralela a su frente de 5 metros de ancho, tal como se muestra en la imagen adjunta. Se solicita indique deslinde y área a expropiar, así como el de su remanente.



Punto	*Distancia*	*Angulo*
1	*36.126*	*56°5'18"*
2	*33.614*	*128°24'36"*
3	*32.376*	*141°24'25"*
4	*32.281*	*245°22'24*
5	*39.383*	*333°16'35"*

Coordenadas Estación (X=100.00; Y=100.00)

Ejercicio 13:



D_{AB}= 959,604m; D_{BC}=838,254m; D_{CD}=708,522m; D_{DE}=420,435m; D_{EF}=407,993m.

Calcular las coordenadas de los puntos de la poligonal.

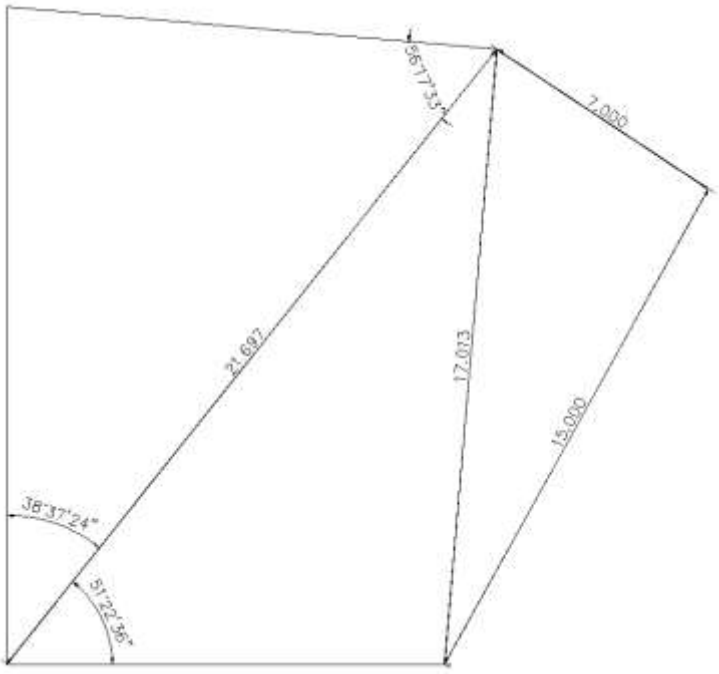
Resolución:

Considerando la ecuación de propagación de acimutes: $Az_{BC} = Az_{AB} + \hat{B} \pm 180°$

Considerando que se resta 180° cuando $Az_{AB} + \hat{B} > 180°$ y se suma cuando $Az_{AB} + \hat{B} < 180°$ considerando los ángulos de los vértices en el sentido de medición del azimut.

Xa	0
Ya	0
Xb	745,881
Yb	603,739
Xc	1423,479
Yc	110,250
Xd	2132,001
Yd	110,250
Xe	2351,203
Ye	469,021
Xf	2028,929
Yf	719,217

Ejercicio 14:

Con los datos del dibujo, calcular área y deslinde del polígono.

Considerar el vértice inferior izquierdo con coordenadas X=100, Y=200.