

PRÁCTICO 6

TRABAJO Y ENERGÍA – CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

En los siguientes ejercicios visitaremos varios conceptos que nos permiten utilizar puntos de vista alternativos para comprender los procesos que experimentan los sistemas físicos: trabajo de una fuerza y el trabajo neto, energía cinética, energía potencial, energía mecánica, energía total de un sistema y potencia.

Aplicando las leyes de Newton para hallar el trabajo neto sobre una partícula obtenemos el **Teorema del Trabajo y la Energía**: el trabajo neto sobre una partícula es igual a la variación de su energía cinética. Luego, la clasificación de fuerzas según si son **conservativas** o no conservativas nos conduce a la definición de la **energía potencial** que, sumada a la energía cinética, constituye la **energía mecánica** de la partícula.

Como corolario de lo anterior, vemos que la variación de la energía mecánica es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas que actúan durante el movimiento. Una de las consecuencias más importantes sucede cuando este trabajo es nulo, lo que nos lleva a la Ley de Conservación de la Energía.

Objetivos de aprendizaje

- Definir el trabajo de una fuerza.
- Determinar el trabajo en casos particulares.
- Estudiar y aplicar el teorema del trabajo y la energía.
- Definir el concepto de potencia.
- Definir el concepto de fuerza conservativa y energía potencial asociada a una fuerza conservativa.
- Establecer la variación de la energía mecánica en términos del trabajo de las fuerzas no conservativas.
- Estudiar y aplicar la ley de conservación de la energía.

Puedes profundizar sobre estos temas en los [capítulos 7 y 8](#) del libro del curso. En el cuadro listamos los objetivos principales de este conjunto de ejercicios.

Ejercicio 1 (RHK ejercicio 7.3)

Para empujar una caja de 25 kg hacia arriba sobre un plano inclinado a 27° respecto a la horizontal, un obrero ejerce una fuerza de 120 N, paralela al plano. Cuando la caja se ha deslizado 3,6 m, ¿cuánto trabajo efectuó sobre la caja el obrero, la fuerza de gravedad y la fuerza normal del plano inclinado?

Ejercicio 2

En el interior de un ascensor, un bloque de masa $m = 1,00$ kg está apoyado sobre una superficie rugosa que forma $\theta = 60^\circ$ con la horizontal, mientras se le aplica una fuerza horizontal $F_0 = 5,00$ N hacia la superficie. El ascensor sube una altura $\Delta h = 10,00$ m a velocidad constante, sin que el bloque deslice.

- a) Calcula el módulo de todas las fuerzas que actúan sobre el bloque.
- b) Calcula el trabajo realizado por cada fuerza sobre el bloque durante el desplazamiento del ascensor.
- c) ¿Cuánto vale el trabajo neto sobre el bloque?
- d) ¿Cómo cambian las respuestas a las preguntas previas si el desplazamiento del ascensor fuera hacia abajo en lugar de hacia arriba?

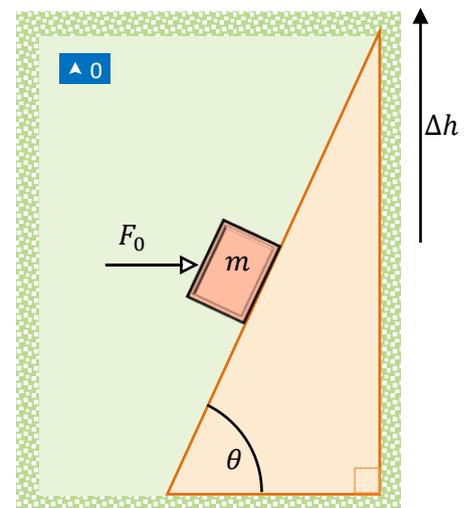


Figura del ejercicio 2

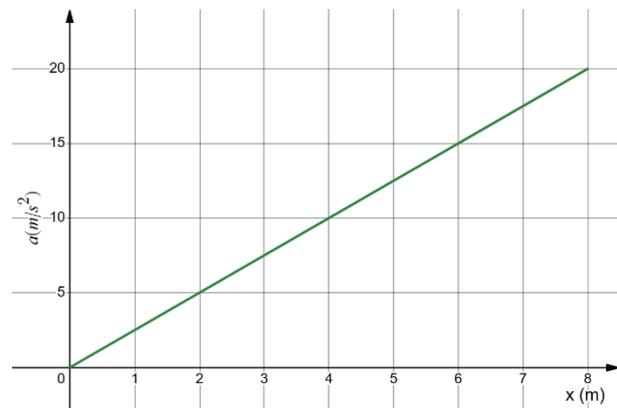
Ejercicio 3 (RHK ejercicios 7.10, 7.11 y 7.14)

a) Un bloque de 5.0 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción bajo la influencia de una fuerza que varía con la posición, como se muestra en la figura (a). ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza cuando el bloque se mueve desde el origen hasta $x = 8.0$ m?



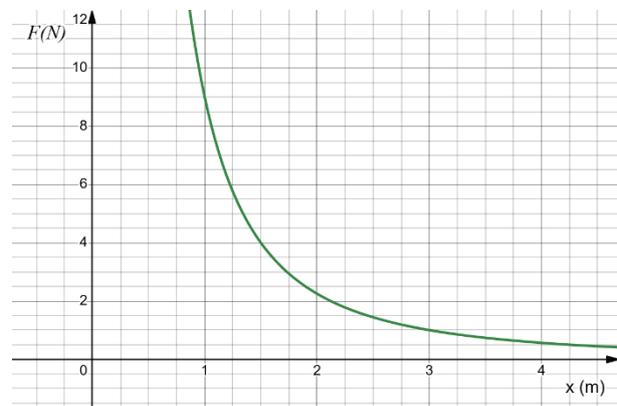
(a)

b) Un objeto de 10 kg se mueve a lo largo del eje x . En la figura (b) se muestra su aceleración en función de su posición. ¿Cuál es el trabajo neto realizado sobre el objeto al moverse desde $x = 0$ hasta $x = 8.0$ m?



(b)

c) i) Calcula el trabajo efectuado por la fuerza que se muestra en la gráfica (c) al desplazar una partícula desde $x = 1$ m hasta $x = 3$ m. Perfecciona el método para ver qué tan cerca de la respuesta exacta de 6 J puedes llegar.
ii) La curva está dada analíticamente por $F = A/x^2$, donde $A = 9 \text{ N} \cdot \text{m}^2$. Muestra cómo calcular el trabajo según las reglas de integración¹.



(c)

Ejercicio 4 (RHK ejercicio 7.22)

Para viajar a la Luna, el cohete Saturno V de 2.9×10^5 kg, con una cápsula espacial Apolo adosada, debe alcanzar una velocidad de escape de 11.2 km/s cerca de la superficie de la Tierra. ¿Cuánta energía debe contener el combustible? ¿Necesitaría realmente el sistema tanta energía? ¿Necesitaría más, o menos? ¿Por qué?



Figura del ejercicio 4: lanzamiento del Apolo 11 en el cohete Saturno V (1969).

¹ Recuerda que, para cualquier real $n \neq -1$, la función $f(x) = x^n$ tiene como función primitiva a $F(x) = x^{n+1}/(n+1) + \mathbb{C}$, donde \mathbb{C} es una constante arbitraria (si $n = -1$, entonces $F(x) = \ln|x| + \mathbb{C}$).

Ejercicio 5 (RHK ejercicio 7.33)

Un bloque de 263 g se deja caer sobre un resorte vertical con una constante elástica $k = 2,52 \text{ N/cm}$. El bloque se pega al resorte, y el resorte se comprime 11,8 cm antes de alcanzar el reposo momentáneamente. Desprecia la fricción.

- Mientras el resorte está siendo comprimido, ¿cuánto trabajo efectúan la fuerza de gravedad y el resorte?
- ¿Cuál era la velocidad del bloque inmediatamente antes de que alcanzara al resorte?
- Si esta velocidad inicial del bloque se duplica, ¿cuál es la compresión máxima del resorte?

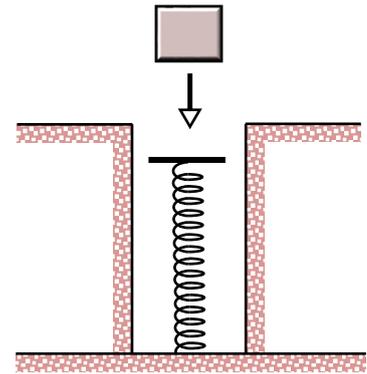


Figura del ejercicio 5

Ejercicio 6 (RHK ejercicio 7.48)

Un automóvil de 1680 kg parte del reposo en una carretera llana y logra una velocidad de 72 km/h en 33 s.

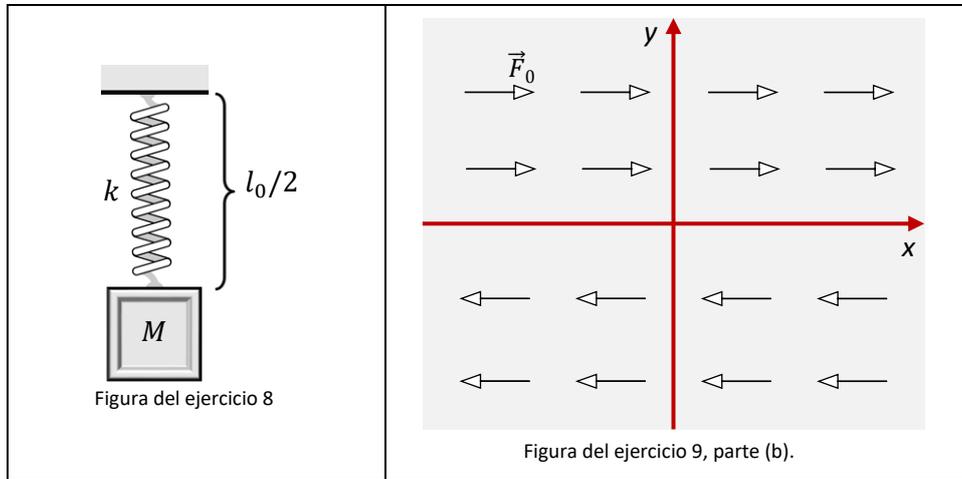
- ¿Cuál es la energía cinética final del automóvil?
- ¿Cuál es la potencia neta promedio del automóvil durante el intervalo de 33 s?
- ¿Cuál es la potencia instantánea al final del intervalo de 33 s, suponiendo que la aceleración fue constante?

Ejercicio 7 (RHK problema muestra 9 modificado)

- Un cuerpo puntual se mueve en el espacio desde un punto A hasta un punto B. El movimiento es observado desde diferentes sistemas de referencia inerciales que se mueven entre sí con velocidad constante. Indica si las siguientes cantidades dependen del sistema de referencia utilizado o no, y justifica por qué:
 - La velocidad del cuerpo \vec{v} durante su movimiento.
 - La aceleración del cuerpo \vec{a} durante su movimiento.
 - El cambio en la velocidad entre A y B, $\Delta\vec{v}_{A,B} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$.
 - El valor de las fuerzas sobre el cuerpo.
 - La forma de la trayectoria del cuerpo.
 - El trabajo neto sobre el cuerpo entre A y B, $W_{A,B}^{\text{neto}}$.
 - El valor de la energía cinética en A y en B, K_A y K_B .
 - La variación de la energía cinética entre A y B, $\Delta K_{A,B}$.
- Un obrero está empujando una caja horizontalmente dentro de un carro de ferrocarril. El tren se mueve con rapidez constante de 15,0 m/s. La caja tiene una masa de 12 kg y, al ser empujada hacia adelante una distancia de 2,4 m, su velocidad aumenta con aceleración constante desde el reposo hasta 1,5 m/s, relativo a la plataforma. Analiza el teorema del trabajo y la energía desde dos puntos de vista diferentes:
 - Calcula la aceleración de la caja y la fuerza neta que experimenta.
 - Encuentra la variación de la energía cinética de la caja según un observador en el ferrocarril, y compara con el trabajo neto sobre la caja.
 - Halla las velocidades inicial y final de la caja y la distancia recorrida, según un observador en reposo en el suelo.
 - Compara la variación de la energía cinética con el trabajo neto sobre la caja, desde el punto de vista del observador en el suelo.

Ejercicio 8 (LB ejercicio 8.37)

Una caja de masa M está fija al techo mediante un resorte, de constante k y longitud natural l_0 . Al principio, el resorte se comprime hasta tener una longitud $l_0/2$. Si se suelta la caja, ¿a qué distancia abajo del techo llegará por primera vez al reposo?



Ejercicio 9

- a) Una partícula se mueve entre los puntos A y B siguiendo una trayectoria (1) bajo la acción de una fuerza \vec{F} . Demuestra que si la fuerza es conservativa entonces el trabajo que realiza en una trayectoria invertida (2) de B hacia A tiene el valor exactamente opuesto al trabajo en la trayectoria (1):

$$W_{B,A}^{(2)} = -W_{A,B}^{(1)}$$

(esta es una condición necesaria para que la fuerza sea conservativa, aunque no suficiente). Indica un ejemplo de alguna fuerza para la cual la relación anterior no se cumpla.

- b) El valor de una fuerza \vec{F} en los puntos del plano (x, y) está dado por la siguiente relación:

$$\vec{F}(x, y) = \begin{cases} +\vec{F}_0, & \text{si } y > 0 \\ \vec{0}, & \text{si } y = 0 \\ -\vec{F}_0, & \text{si } y < 0 \end{cases}$$

donde \vec{F}_0 es un vector constante de módulo 1 N que apunta en la dirección del eje x . ¿Es $\vec{F}(x, y)$ una fuerza conservativa? Justifica tu respuesta.

Ejercicio 10

- a) Muestra que si una fuerza F_x que actúa en el eje x es conservativa y tiene asociada una energía potencial $U(x)$, entonces se cumple que²

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- b) Un cuerpo se puede mover en el eje x bajo una fuerza conservativa cuya energía potencial asociada es

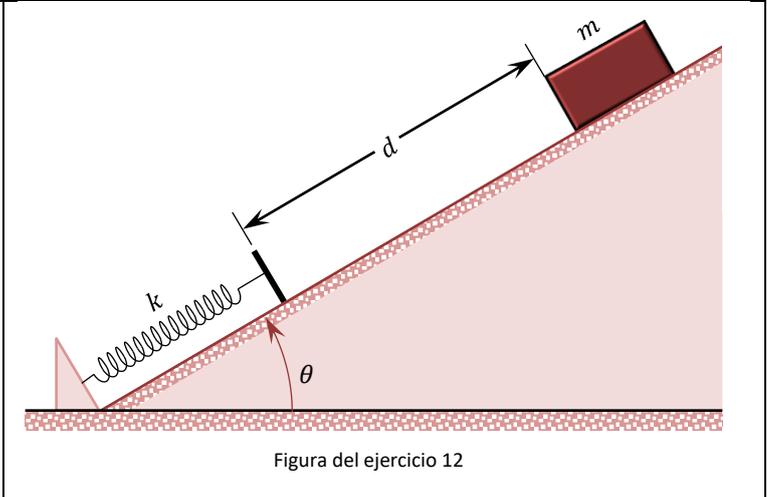
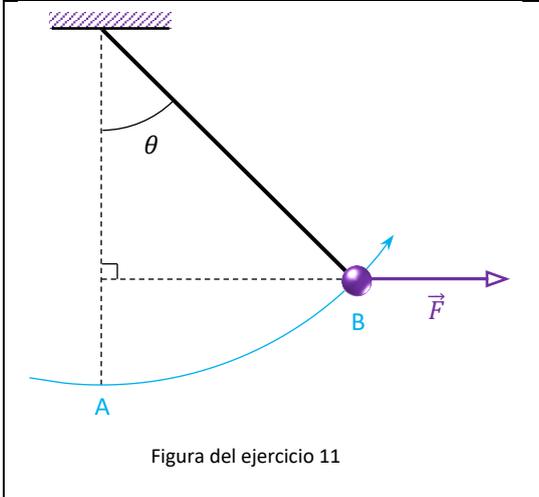
$$U(x) = Ax(x^2 - B),$$

siendo $A = 1 \text{ J/m}^3$ y $B = 3 \text{ m}^2$. ¿Existe algún punto del eje donde el cuerpo se encuentre en equilibrio?

² Este resultado se generaliza a varias dimensiones, donde las componentes de la fuerza en cada eje se obtienen mediante las derivadas según la coordenada correspondiente manteniendo las otras coordenadas constantes.

Ejercicio 11

Una pequeña esfera de masa m cuelga de una cuerda de longitud L . Se aplica una fuerza \vec{F} horizontal y de magnitud variable de modo tal que la esfera se desplaza por el arco AB con rapidez constante, hasta alcanzar un ángulo final θ_f . Determina el trabajo realizado por esta fuerza \vec{F} a lo largo de esta curva.



Ejercicio 12 (RHK ejercicio 8.20)

Un resorte ideal sin masa puede comprimirse 2,33 cm por una fuerza de 268 N. Un bloque de masa $m = 3,18$ kg es lanzado partir del reposo desde lo alto de un plano inclinado como se muestra en la figura, siendo $\theta = 32,0^\circ$ la inclinación del plano. El bloque llega momentáneamente al reposo después de haber comprimido al resorte 5,48 cm.

- a) Calcula la distancia recorrida por el bloque hasta ese momento.
- b) ¿Cuál era la velocidad del bloque en el momento en que toca el resorte?

Ejercicio 13 (RHK ejercicios 8.32, 8.33)

- a) El cordón de la figura tiene una longitud $L = 120$ cm, y la distancia d a la clavija fija P es de 75,0 cm. Cuando la bola se suelta desde el reposo en la posición mostrada, se moverá recorriendo el arco punteado. Halla su velocidad
 - i) cuando llegue al punto más bajo de su movimiento y
 - ii) cuando llegue al punto más alto, una vez que el cordón se haya topado con la clavija.
- b) Demuestra que, para que la pesa del péndulo pueda completar un movimiento circular en torno a P, se debe cumplir $d \geq 3L/5$. (Sugerencia: la pesa debe tener una velocidad no nula en el punto más alto de su movimiento; de otro modo, el cordón no permanecerá tenso).

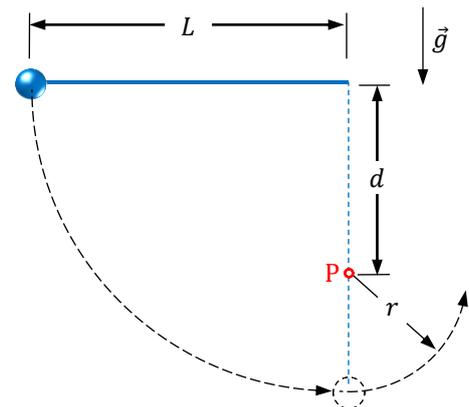


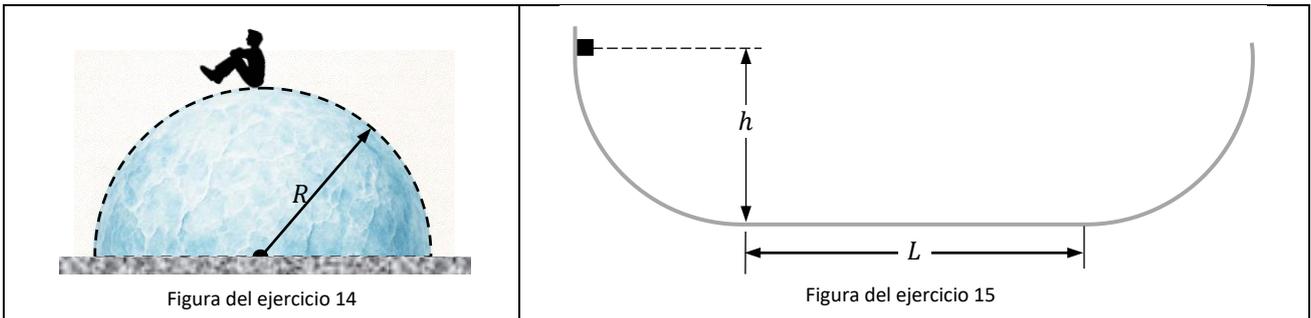
Figura del ejercicio 13

Ejercicio 14 (RHK ejercicio 8.36)

Un joven está sentado en la parte superior de un montículo de hielo, que tiene forma de semi-esfera de radio R . Se da a sí mismo un pequeño impulso y comienza a deslizarse hacia abajo. Demuestra que abandona el hielo en el punto cuya altura es de $2R/3$ si el hielo carece de fricción. (*Sugerencia: la fuerza normal se anula cuando el joven abandona el hielo*).

Ejercicio 15 (RHK ejercicio 8.56)

Un objeto pequeño de masa $m = 234 \text{ g}$ se desliza por un carril con extremos elevados y una parte central plana, como se muestra en la figura. La parte plana tiene una longitud $L = 2,16 \text{ m}$. Las porciones curvas del carril carecen de fricción. Al atravesar la parte plana, el objeto pierde 688 mJ de energía mecánica, debido a la fricción. El objeto es soltado en el punto A, que tiene una altura $h = 1,05 \text{ m}$ sobre la parte plana del carril. ¿Dónde llega el objeto finalmente al reposo?



Ejercicio 16 (SZ ejercicio 7.74)

Un paquete de $2,00 \text{ kg}$ se suelta en una pendiente de $53,1^\circ$, a $4,00 \text{ m}$ de un resorte largo, cuya constante elástica es de 120 N/m y está sujeto a la base de la pendiente. Los coeficientes de fricción entre el paquete y la pendiente son $\mu_s = 0,40$ y $\mu_k = 0,20$. La masa del resorte es despreciable.

- ¿Qué rapidez tiene el paquete justo antes de llegar al resorte?
- ¿Cuál es la compresión máxima del resorte?
- Al rebotar el paquete hacia arriba, ¿qué tanto se acerca a su posición inicial?

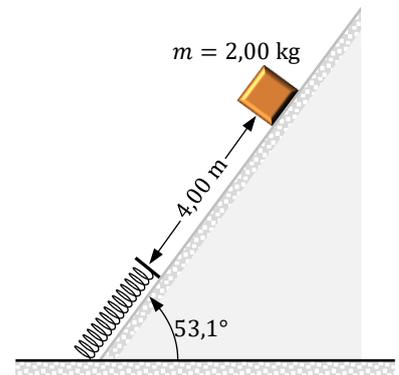


Figura del ejercicio 16

Ejercicio 17 (Parcial 2010 modificado)

El sistema de la figura consta de tres poleas. Los hilos son inextensibles y de masa despreciable, al igual que la masa de los ganchos y de las poleas. Se desea levantar la masa M una altura h .

- Si se tira con una fuerza F_0 directamente hacia arriba de la masa M (sin usar las poleas), ¿cuál es el valor mínimo posible de F_0 para levantarla? ¿Qué trabajo realiza esta fuerza cuando levanta la masa una altura h ?
- Utilizando el sistema de poleas, ¿cuánto vale la fuerza mínima F capaz de levantar la masa M ?
- ¿A través de qué distancia debe aplicarse la fuerza F para levantar M una altura h ? Compara el trabajo realizado por F con el realizado por F_0 .
- ¿Hay alguna ventaja en la utilización del sistema de poleas para elevar la masa? ¿Convendría concatenar más poleas? Explica tu respuesta.

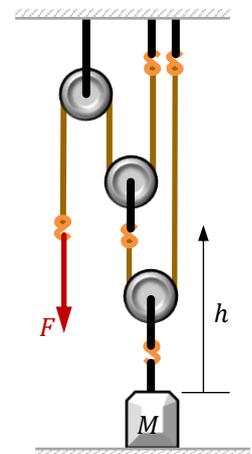


Figura del ejercicio 17