

## Práctico 5: Sustitución. Unificación. Resolución

### Ejercicio 1 [Complementario]

Sea  $S$  un conjunto de cláusulas y  $C$  una cláusula sobre un lenguaje de 1er orden.

Demuestre que  $S \models C$  si y sólo si  $S \cup \{\neg C\}$  es insatisfactible.

### Ejercicio 2 [Fundamental]

Deduzca, utilizando resolución:

Si  $p$  y  $p \rightarrow q$ , entonces  $q$  [Modus Ponens]

Si  $p \rightarrow q$  y  $\neg q$ , entonces  $\neg p$  [Contrarrecíproco]

### Ejercicio 3 [Fundamental]

La propiedad del ejercicio 1 permite usar la resolución para hacer demostraciones por refutación, i.e. deducir la cláusula vacía a partir de un conjunto de cláusulas. Demuestre por refutación las propiedades del ejercicio 2.

### Ejercicio 4 [Fundamental]

Demuestre que las siguientes fórmulas son insatisfactibles:

- $(\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p$
- $(p \vee q) \wedge (r \vee q) \wedge \neg r \wedge \neg q$
- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg q)$

### Ejercicio 5 [Fundamental]

- Sea  $\theta = \{x|a, y|b, z|g(x,y)\}$  una sustitución. Sea  $E = P(h(x),z)$ . Halle  $E\theta$ .
- Sean  $\theta_1 = \{x|a, y|f(z), z|y\}$  y  $\theta_2 = \{x|b, y|z, z|g(x)\}$  sustituciones. Halle la composición de  $\theta_1$  y  $\theta_2$ .
- Demostrar que dadas dos sustituciones ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) y una expresión  $E$ , se cumple:  

$$E(\theta_1 \circ \theta_2) = (E\theta_1)\theta_2$$
- Demostrar que para cualesquiera sustituciones  $\theta_1, \theta_2$  y  $\theta_3$  se cumple:  

$$(\theta_1 \circ \theta_2) \circ \theta_3 = \theta_1 \circ (\theta_2 \circ \theta_3)$$

### Ejercicio 6 [Fundamental]

Para cada par de expresiones indique si existe una sustitución que las unifica. En caso afirmativo dé un unificador más general.

- |    |                    |                    |
|----|--------------------|--------------------|
| a) | padre(Z, juan)     | padre(jorge, juan) |
| b) | tio(X, juan)       | tio(W, juan)       |
| c) | q(f(X,Y), X, h(a)) | q(f(b,Z), W, h(Z)) |
| d) | r([X Xs])          | r([a, b, c   [d]]) |
| e) | t([])              | t([X Xs])          |
| f) | p(X)               | p(f(X))            |
| g) | s(X, f(X))         | s(f(Z), Z)         |
| h) | a(f(Y), W, g(Z))   | a(X, X, V)         |
| i) | b(f(Y), W, g(Z))   | b(V, X, V)         |
| j) | c(a, X, f(g(Y)))   | c(Z, h(Z,W), f(W)) |

Nota: La notación  $[X|Y]$  indica la lista con primer elemento  $X$  y resto  $Y$ .  $[]$  es la lista vacía. La notación  $[a,b,\dots|R]$  indica la lista cuyos primeros elementos son  $a,b,\dots$ , con resto  $R$ ,  $[a,b,c|R] = [a|[b|[c|R]]]$ . La notación  $[a]$  indica la lista cuyo único elemento es  $a$ ,  $[a] = [a|[]]$ . Notar que el constructor de lista es un functor binario.

**Ejercicio 7 [Complementario]**

Sea  $E$  una cláusula sobre un lenguaje de 1er orden,  $\theta$  una sustitución. Demostrar que  $E \models E\theta$

Nota: si  $E$  es la cláusula  $\forall(L_1 \vee \dots \vee L_n)$ , por  $E\theta$  se entiende  $\forall((L_1 \vee \dots \vee L_n)\theta)$

**Ejercicio 8 [Opcional]**

Calcule el m.g.u. del siguiente conjunto de expresiones  $S$ :

$$S = \{p(x_1, \dots, x_n), p(f(x_0, x_0), f(x_1, x_1), \dots, f(x_{n-1}, x_{n-1}))\}$$

Indique el costo del chequeo de ocurrencia en el paso  $k$ -ésimo del algoritmo de unificación.

**Ejercicio 9 [Opcional]**

Sean  $C$  y  $D$  dos cláusulas sobre un lenguaje de 1er orden. Decimos que  $C$  **subsume** a  $D$ , si existe una sustitución  $\theta$  t.q.  $C\theta \subseteq D$

- Demostrar que si  $C$  subsume a  $D$ , entonces  $C \models D$
- Indicar, para los siguientes pares de cláusulas, si  $C$  subsume a  $D$

$$C = p(x, y) \vee q(z), D = q(a) \vee p(b, b) \vee r(w)$$

$$C = p(x, y) \vee r(y, x), D = p(a, y) \vee r(y, b)$$

**Ejercicio 10 [Fundamental]**

Demuestre que el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfactible:

$$\{\neg p(x) \vee q(f(x), x), p(g(b)), \neg q(y, z)\}$$