CLASE 6

Propiedades morfológicas y geométricas

21/04/2025 – Mariana Rodríguez – marianarod@fing.edu.uy

Agenda

- Masa
- Propiedades geométricas
- Tamaño
- Forma
- Volumen
- Densidad
- Porosidad
- Encogimiento

Masa

Masa

- Masa: cantidad de materia en un cuerpo.

Masa $\neq$ Peso

- Peso: fuerza que actúa sobre un cuerpo como resultado de la gravedad.
- El peso cambia con la fuerza gravitacional y la masa se mantiene constante.

https://en.wikipedia.org/wiki/International_Prototype_of_the_Kilogram

Masa

$$P = m \times g$$

P: peso (N)

m: masa (kg)

g: aceleración gravitacional (m/s²)

- En general se asume que la aceleración gravitacional es constante en la superficie de la Tierra.

$$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Masa

Ciudad	g (m/s ²)	Balanza muestra:
Zurich	9,80665	1000,0 g
Bogotá	9,77390	996,7 g
Reykjavic	9,82265	1001,6 g

Adaptada de: Figura et al. (2007)

Propiedades geométricas

Propiedades geométricas

- Tamaño
- Forma
- Volumen
- Densidad
- Porosidad

Muy importantes en el manejo y operaciones de procesamiento de muchos materiales alimentarios.

Importancia de características geométricas - Ejemplos

- Las frutas y hortalizas se califican según forma, tamaño y densidad.
- Impurezas se remueven de alimentos por diferencia de densidad entre impureza y alimento.
- Densidad de alimentos particulados: influyen en propiedades de flujo, hidratación, etc.
- Densidad: muy relevante para diseñar envases y calcular espacio de almacenamiento y transporte.
- Área superficial de frutas y hortalizas importante en: remoción de residuos, tasa respiratoria, evaluación de color, recubrimientos y películas, rociado de soluciones, estudios de transferencia de calor para procesos de calentamiento y enfriamiento.

Tamaño

Tamaño

- La estimación del tamaño de productos individuales puede utilizarse como parte del control de calidad de empresas.
- Muchas veces los consumidores prefieren ciertos productos de mayor o menor tamaño y estos adquieren mayor precio.
- Muchas veces es importante que los productos tengan tamaños similares para que sean más atractivos o para facilitar su envasado.
- En el caso de frutas y hortalizas, existen estándares internacionales que establecen categorías comerciales en función del tamaño.

Tamaño

- Se puede medir con un calibre.

<https://www.picuino.com/es/mecan-calibre.html>

- O por análisis computacional de imágenes.

Tamaño

Máxima área proyectada

Área proyectada intermedia

Mínima área proyectada

Tamaño

- Se definen tres dimensiones características:
 - Diámetro mayor: dimensión más larga del área máxima proyectada. **LARGO**
 - Diámetro intermedio: mínimo diámetro del área máxima proyectada o diámetro máximo del área mínima proyectada. **ANCHO**
 - Diámetro menor: dimensión más corta del área mínima proyectada. **ESPESOR**

Tamaño – Ejemplo arroz

Tipos comerciales de arroz

Tipo	Relación largo/ancho	Longitud (mm)
Largo ancho	2 – 3	> 6
Largo fino	> 3	> 6
Medio	< 3	5,2 – 6
Corto	< 2	< 5,2

Fuente: Codex Alimentarius (FAO)

Tamaño – Ejemplo arroz

Tipos comerciales de arroz

LARGO FINO

MEDIO

CORTO

Tamaño – Ejemplo arroz

Algunos equipos para determinación rápida de apariencia de arroz crudo

Selgron (Brasil)

Largo, ancho, espesor y quebrado de granos individuales.

Tamaño – Ejemplo arroz

Algunos equipos para determinación rápida de apariencia de arroz crudo

Machvision (Argentina) Largo, ancho, quebrado, defectos (manchas, yeso, mal elaborado)

Forma

Forma

- **Esfericidad:** relación entre el volumen del sólido y el volumen de una esfera de diámetro igual al mayor diámetro del objeto.

$$Esfericidad = \left(\frac{\text{Volumen de muestra sólida}}{\text{Volumen de esfera circunscripta}} \right)^{1/3}$$

Hay distintas definiciones de esfericidad.

Forma

- Relación de aspecto (Ra)

$$R_a = \frac{b}{a}$$

b : largo
 a : ancho

$$\text{Redondez} = \frac{A_p}{A_c}$$

A_p : Mayor área de partícula proyectada
 A_c : Área del menor círculo circunscrito

Forma

- Redondez

$$\text{Redondez} = \frac{A_p}{A_c}$$

A_p : Mayor área de partícula proyectada

A_c : Área del menor círculo circunscrito

$$\text{Redondez} = \frac{\sum_{i=1}^N r}{NR}$$

r : radio de curvatura (m)

R : radio del mayor círculo circunscrito

N : número total de esquinas sumadas en el numerador

Volumen

Volumen

- Cantidad de espacio tridimensional ocupado por un objeto.
- Unidades: m^3 (S.I.), cm^3 , L, galones, etc.
- Volumen de sólidos puede determinarse:
 1. Cálculo a partir de dimensiones características.
 2. Experimentalmente por métodos de desplazamiento de líquido, gas o sólido.
 3. Por procesamiento de imágenes.

Cálculo a partir de dimensiones características

- Sólo aplica a objetos de geometría regular.

Table 1.1 Volume and Surface Area of Some Common Shapes^a

Sphere

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{and} \quad A = 4\pi r^2$$

Cylinder

$$V = \pi r^2 L \quad \text{and} \quad A = 2\pi r^2 + 2\pi r L$$

Cube

$$V = a^3 \quad \text{and} \quad A = 6a^2$$

Brick

$$V = abc \quad \text{and} \quad A = 2(ab + bc + ca)$$

Prolate spheroid

$$V = \frac{4}{3}(\pi a b^2) \quad \text{and} \quad A = 2\pi b^2 + \frac{2\pi a b}{e} \text{Sin}^{-1} e$$

Oblate spheroid

$$V = \frac{4}{3}(\pi a^2 b) \quad \text{and} \quad A = 2\pi b^2 + \frac{\pi b^2}{e} \ln\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

Frustam right cone

$$V = \frac{\pi}{3}L(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) \quad \text{and} \quad A = \pi(r_1 + r_2)\sqrt{L^2 + (r_1 - r_2)^2}$$

^a Where a and b , respectively, are major and minor semi-axes of the ellipse of rotation, e is the eccentricity given by $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$, r_1 and r_2 , respectively, are the radii of base and top, and L is the altitude.

Desplazamiento de líquido

- Aplicable si el sólido no absorbe líquido rápidamente.
- Los líquidos utilizados deben tener baja tensión superficial.
- En probeta o bureta: diferencia en volumen de líquido solo y líquido + material sumergido.
- Fluidos comúnmente utilizados: agua, alcohol, tolueno, tetracloroetileno.

Desplazamiento de líquido

- Determinación en picnómetro

$$V_s = \frac{\text{Peso del líquido desplazado por el sólido}}{\text{Densidad del líquido}}$$
$$= \frac{(W_{pl} - W_p) - (W_{pls} - W_{ps})}{\rho_l}$$

Donde:

V_s : volumen del sólido (m³)

W_{pl} : peso picnómetro lleno con líquido (kg)

W_p : peso picnómetro vacío (kg)

W_{pls} : peso picnómetro con muestra sólida y lleno con líquido (kg)

W_{ps} : peso picnómetro con muestra sólida sin líquido (kg)

ρ_l : densidad del líquido (kg/m³)

Adaptada de Sahin & Gülüm Sumnu (2006)

Desplazamiento de líquido

- Para objetos más grandes.
- Se basa en principio de Arquímedes: un cuerpo sumergido en un fluido sufre una reducción de peso igual al peso del fluido que desplaza.

$$V_s = \frac{G}{\rho_l} = \frac{W_{aire} - W_l}{\rho_l}$$

Donde:

V_s : volumen del sólido (m³)

G : fuerza de flotación (N)

W_{aire} : peso de muestra en aire(kg)

W_l : peso de muestra en líquido (kg)

ρ_l : densidad del líquido (kg/m³)

Desplazamiento de gas

- Para volumen de sólidos particulados o de forma irregular.
- Se utilizando picnómetros de gas o aire.
- Gases más utilizados: helio y nitrógeno.

Desplazamiento de gas

Se llena cámara 1 con la válvula entre cámaras cerrada (V2). Asumiendo que el gas se comporta idealmente:

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

Donde:

P_1 : Presión equilibrio con V2 cerrada (Pa)

V_1 : volumen cámara 1 (m³)

n : moles de gas (kg mol)

R : constante de los gases (8314,34 J/kmol K)

T_1 : temperatura absoluta (K)

Sahin & Gülüm Sumnu (2006)

Desplazamiento de gas

Se abre V2 y el gas llena los espacios vacíos en la segunda cámara.

$$m = m_1 + m_2$$

Donde:

m : masa total de gas (kg)

m_1 : masa de gas llenando la cámara 1 (kg)

m_2 : masa de gas llenando los espacios vacíos de la cámara 2 (kg)

Asumiendo un sistema isotérmico, se llega a :

$$V_s = V_2 - V_1 \left(\frac{P_1 - P_2}{P_2} \right)$$

Sahin & Gülüm Sumnu (2006)

Donde:

V_s : volumen sólido (kg³)

V_1 : volumen cámara 1 (m³)

V_2 : volumen cámara 2 (m³)

P_1 : P equilibrio con V_2 cerrada (Pa)

P_2 : P equilibrio con V_2 abierta (Pa)

Desplazamiento de sólido

- Para sólidos irregulares.
 - Por desplazamiento de arna, cuentas de vidrio y colza.
1. Se mide densidad de la colza.
 2. Se repite proceso con muestra + colza.

$$W_{semillas} = W_{total} - W_{muestra} - W_{recipiente}$$

$$V_{semillas} = \frac{W_{semillas}}{\rho_{semillas}}$$

$$V_{muestra} = V_{recipiente} - V_{semillas}$$

Donde:

W : peso (kg)

V : volume (m³)

ρ : densidad (kg/ m³)

Expresiones de volumen

- **Volumen sólido (V_s):** volumen de material sólido excluyendo cualquier poro interior lleno con aire.
 - Determinación por método de desplazamiento de gas.
- **Volumen aparente (V_{ap}):** volumen de una sustancia incluyendo todos los poros dentro del material (poros internos).
 - Para geometrías regulares: cálculo a partir de dimensiones características.
 - Para geometrías irregulares: determinación por métodos de desplazamiento de sólido o líquido.
- **Volumen total (o bulk) (V_{tot}):** volumen del material empacado o apilado, incluye los poros internos del material así como los espacios vacíos fuera de los límites de las partículas.

Densidad

Densidad

- Se requiere conocer la densidad de alimentos para: separación, centrifugación, transporte neumático, transporte hidráulico, calcular potencia requerida para bombeo, etc.
- Se define como masa por unidad de volumen.
- Unidad S.I.: kg/m^3
- El inverso de la densidad es el volumen específico (m^3/kg)

Densidad

- Dependencia con la temperatura
 - La densidad usualmente disminuye con la temperatura.
 - Efecto es mucho más pronunciado en gases y líquidos que en sistemas sólidos.
- Dependencia con la presión
 - Usualmente densidad aumenta con presión.
 - Gases mucho más compresibles que líquidos y sólidos.

Densidad

- Dependencia con la temperatura en alimentos

Ecuaciones de Choi & Okos (1986):

$$\rho_{agua} = 997,18 + 3,1439 \times 10^{-3} - 3,7574 \times 10^{-3}T^2$$

$$\rho_{CHO} = 1599,1 - 0,31046T$$

$$\rho_{proteína} = 1330 - 0,5184T$$

$$\rho_{grasa} = 925,59 - 0,41757T$$

$$\rho_{cenizas} = 2423,8 - 0,28063T$$

$$\rho_{hielo} = 916,89 - 0,3107T$$

Donde densidades en kg/m^3 ,
temperaturas en $^{\circ}\text{C}$.
Válidas para $T = -40 - 150^{\circ}\text{C}$

Densidad

Ejemplo – Cálculo de densidad de espinaca a 20 °C

Table E.1.4.1 Composition of Spinach

<i>Component</i>	<i>Composition (%)</i>
Water	91.57
Protein	2.86
Fat	0.35
Carbohydrate	1.72
Ash	3.50

Table E.1.4.2 Density and Mass Fraction (X_i^w) of Components of Spinach

<i>Component</i>	<i>Density (kg/m³)</i>	X_i^w
Water	995.74	0.9157
Protein	1319.63	0.0286
Fat	917.24	0.0035
Carbohydrate	1592.89	0.0172
Ash	2418.19	0.0350

$$\rho_T = \frac{1}{\frac{0.9157}{995.74} + \frac{0.0286}{1319.63} + \frac{0.0035}{917.24} + \frac{0.0172}{1592.89} + \frac{0.035}{2418.19}} = 1030.53 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Densidad

- Dependencia con la presión – sólidos y líquidos
 - Sólidos y líquidos ideales tienen comportamiento elástico: su volumen se reduce al aplicarles presión, pero se recuperan completamente al volumen inicial, al restablecer presión.

$$\frac{\Delta V}{V} = -k \cdot \Delta p \quad \xrightarrow{m = \text{cte.}} \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} = \left| \frac{\Delta V}{V} \right| = |k \cdot \Delta p|$$

Donde: p = presión (Pa)
 k = compresibilidad (Pa^{-1})
 V = volumen en m^3
 ρ = densidad (kg/m^3)
 m = masa (kg)

Densidad

- **Densidad relativa (d) o peso específico relativo:** Relación entre la densidad absoluta de un material y la densidad de un material de referencia.
- En general se usa agua a 4 o 20 °C.

$$d = \frac{\rho}{\rho_R}$$

Donde: d = densidad relativa o peso específico relativo
 ρ = densidad (kg/m³)
 ρ_R = densidad del material de referencia (kg/m³)

Densidad

name	pycnometer	hydrostatic balance	submersion balance for viscous liquids	hydrometer	density gradient column
	$V \sim m$			$h \sim \rho$	$F_G = F_A$
for	fluids, solids	fluids, solids	fluids	fluids	Solid particles
	MOHR-WESTPHAL balance	X-ray technique	bulk density	tapped bulk density	resonator frequency
	$T \sim \rho$
for	fluids	solids	solids	solids	gases, fluids

Figura et al. (2007)

Densidad

- Overrun (A)

$$A = \frac{V_{\text{espuma}} - V_{\text{líquido}}}{V_{\text{líquido}}}$$

$$m_{\text{espuma}} = m_{\text{líquido}} + m_{\text{gas}} \sim m_{\text{líquido}}$$

$$m = m_{\text{espuma}} \sim m_{\text{líquido}}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}$$

$$A = \frac{\rho_{\text{líquido}}}{\rho_{\text{espuma}}} - 1$$

Porosidad

Porosidad

- Volumen de la fracción de aire en la muestra.
- Muy relevante para la textura y calidad de alimentos secos y de humedad intermedia.
- Se requiere modelado y diseño de operaciones de transferencia de calor y masa: secado, horneado, fritado, calentamiento, enfriamiento, extrusión.

$$\textit{Porosidad} = \frac{\textit{Volumen de poros}}{\textit{Volumen total}}$$

Encogimiento

Encogimiento

- Reducción de volumen del alimento durante procesamiento.
- El material colapsa o se encoge por la tensión de contracción debida al desequilibrio de presión entre interior y exterior de alimento, durante remoción de humedad.
- Afecta coeficiente de difusión del material y velocidad de secado.
- Encogimiento aparente (S_{ap}): relación entre volumen aparente a una humedad dada y volumen inicial del material antes de su procesamiento.

$$S_{ap} = \frac{\text{Volumen aparente}}{\text{Volumen aparente inicial}}$$

- También puede definirse como el % de cambio de volumen respecto al volumen aparente inicial.

Encogimiento

- Encogimiento isotrópico: encogimiento uniforme en todas las dimensiones del material.
- Encogimiento anisotrópico: encogimiento NO uniforme en las diferentes dimensiones del material.
- Modelos para predecir encogimiento durante secado:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \left[1 + \frac{\rho_0(X - X_0)}{\rho_w(1 + X_0)} \right] \quad (\text{Perez \& Calvelo, 1984})$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \left[1 + \frac{\rho_0(X - X_0)}{\rho_w(1 + X_0)} - \varepsilon_0 \right] \quad (\text{Mayor \& Sereno, 2004})$$

Encogimiento

- Modelos para predecir encogimiento durante secado:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \left[1 + \frac{\rho_0(X - X_0)}{\rho_w(1 + X_0)} \right] \quad (\text{Perez \& Calvelo, 1984})$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{(1 - \varepsilon)} \left[1 + \frac{\rho_0(X - X_0)}{\rho_w(1 + X_0)} - \varepsilon_0 \right] \quad (\text{Mayor \& Sereno, 2004})$$

Donde: V = volumen
 V_0 = volumen inicial
 X = contenido de humedad en base seca
 X_0 = contenido de humedad inicial en base seca
 ρ_0 = densidad inicial
 ρ_w = densidad del agua
 ε = porosidad del material
 ε_0 = porosidad inicial del material

Bibliografía

- Arana, I. (2012). Physical properties of foods. CRC Press, Boca Raton.
- Figura, L.O.; Teixeira, A.A. (2007). Food Physics: Physical properties- Measurement and Applications. Springer, Berlin.
- Sahin, S.; Gülüm Sumnu, S. (2006). Physical properties of foods. Springer, New York.