

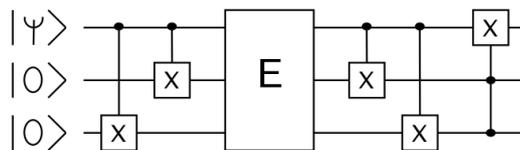
Repaso 1ra parte - Procesamiento Cuántico de la Información - FING, 1er semestre 2025

1. Supongamos que tenemos un estado de dos qubits de la forma:

$$a \circ \square \mid b \circ \blacksquare \mid c \bullet \blacksquare$$

donde $a, b, c \in \mathbb{C}$.

- Escribir qué condición deben cumplir a, b, c para que el estado esté normalizado. En lo sucesivo suponer que esa condición se cumple.
 - Calcular la probabilidad de cada resultado si se miden los dos qubits.
 - Calcular ahora la probabilidad de cada resultado si se mide solamente el primer qubit.
 - Suponer que se realiza la medición sobre el primer qubit únicamente. Indicar cuál es el estado posterior a la medición en cada caso, escribiendo dicho estado en forma normalizada.
2. Mostrar que las matrices I, X, Y, Z son una base para todas las matrices de 2×2 (con coeficientes complejos), es decir que toda matriz de este tipo puede escribirse como combinación lineal de I, X, Y, Z .
3. Consideramos el código contra bit-flips en una versión “comprimida” como se muestra en la figura:



En esta figura, $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ es un estado arbitrario desconocido de un qubit, y la caja E representa un posible canal ruidoso. En esta versión del código, en lugar de la medición de la paridad a través de qubits auxiliares y la posterior corrección de los errores dependiendo de los resultados obtenidos, la corrección se implementa a través de las compuertas que aparecen luego del posible error (la última compuerta es la de Toffoli).

- Mostrar que, si E corresponde a la aplicación de la identidad o de una compuerta X sobre uno (solo uno, pero cualquiera) de los tres qubits, entonces en el final del circuito el primer qubit (el de arriba) vuelve a su estado original $|\psi\rangle$, y queda desentrelazado de los qubits auxiliares.
- Mostrar que midiendo el estado final de los qubits auxiliares se puede averiguar cuál fue el error que ocurrió (suponiendo que E es una de las cuatro opciones: I, X_j con $j = 1, 2, 3$).
- Mostrar a través de un ejemplo que si el error E no es de la forma del ítem anterior entonces no siempre puede corregirse.