

Clases 7 y 8 – TIM 71

Máquinas eléctricas

Tecnólogo Industrial Mecánico

24 y 26 de marzo de 2025

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H} \psi$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{df}{dt}$$

Clase 7

1. Repaso de clase pasada
2. Ejercicio en el pizarrón
3. Modelo del trafo real
4. Ensayos de vacío y cortocircuito

Tema 2: Transformadores

- **Objetivo general:**
 - Comprender el funcionamiento, modelado y aplicaciones de los transformadores en sistemas de potencia. Y aplicaciones industriales
- **Temario:**
 1. Aplicaciones de los transformadores
 2. Propósito del transformador en sistemas de potencia.
 3. Relaciones en un transformador ideal.
 4. Análisis de circuitos con trafos. Ideales (nuevo)
 5. **Transformadores reales vs. ideales.**
 6. **Modelado de pérdidas y efectos no ideales.**
 7. **Circuito equivalente del transformador.**
 8. **Deducción del circuito equivalente a partir de mediciones.**
 9. **Sistema de mediciones por unidad.**
 10. Pérdidas y eficiencia.
 11. Regulación de voltaje.
 12. Autotransformadores.
 13. Transformadores trifásicos.
 14. Capacidades nominales.
 15. Principios constructivos de los trafos. de potencia

Obs: modificamos levemente el orden del temario.

Repaso de clase 6

Repaso:

Análisis de Circuitos con Transformadores Ideales

1. Método de Análisis:

- **Reemplazo del circuito:**

- Sustituir la porción del circuito en un lado del transformador por un circuito “equivalente” (eliminando el transformador del circuito)

2. Pasos para el Reemplazo:

1. Referir un lado al otro:

1. Usar la relación de vueltas para escalar voltajes, corrientes e impedancias.

2. Mantener la forma del circuito:

1. El circuito equivalente tiene la misma estructura que el original.

3. Inversión de polaridades:

1. Si los puntos en los devanados están invertidos, las polaridades de las fuentes de voltaje también se invierten.

Fórmulas Clave:

- Voltajes referidos:

$$V_{\text{referido}} = a \cdot V_{\text{original}}$$

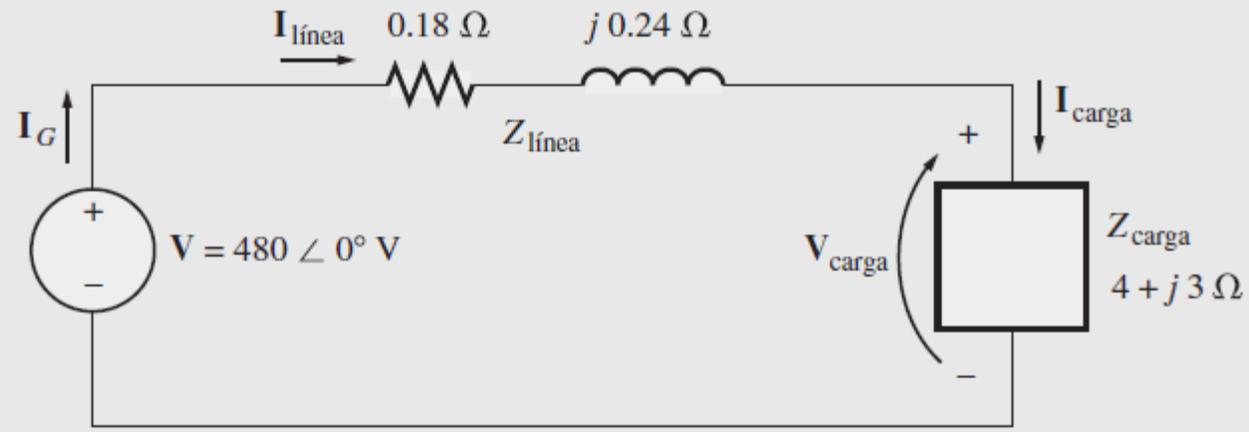
- Corrientes referidas:

$$I_{\text{referido}} = \frac{I_{\text{original}}}{a}$$

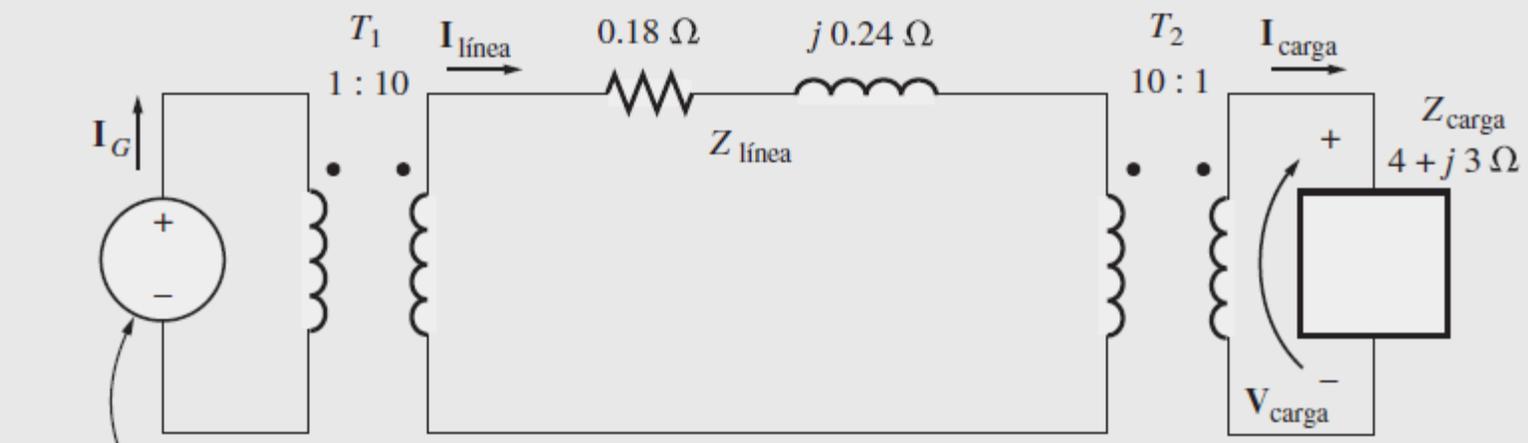
- Impedancias referidas:

$$Z_{\text{referido}} = a^2 \cdot Z_{\text{original}}$$

Obs: Si estoy refiriendo magnitudes al primario “a” es la relación de vueltas del trafo ideal)
(en caso contrario, es el inverso)



a)



b)

FIGURA 2-6 El sistema de potencia del ejemplo 2-1 a) sin transformador y b) con un transformador en los extremos de la línea de transmisión.

1. Resultados del Ejercicio Anterior:

Reducción de pérdidas: Casi 90 veces menor.

Menor caída de voltaje: Mejor estabilidad en la carga.

2. Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP):

Generación: Se suele realizar entre 4-30 kV.

Transmisión: Transformadores elevadores aumentan el voltaje (ej: 500 kV).

Distribución: Transformadores reductores ajustan el voltaje para uso final.

3. Ventajas Clave:

Mayor eficiencia: Reducción significativa de pérdidas.

Menor caída de voltaje: Mejor calidad de energía en la carga.

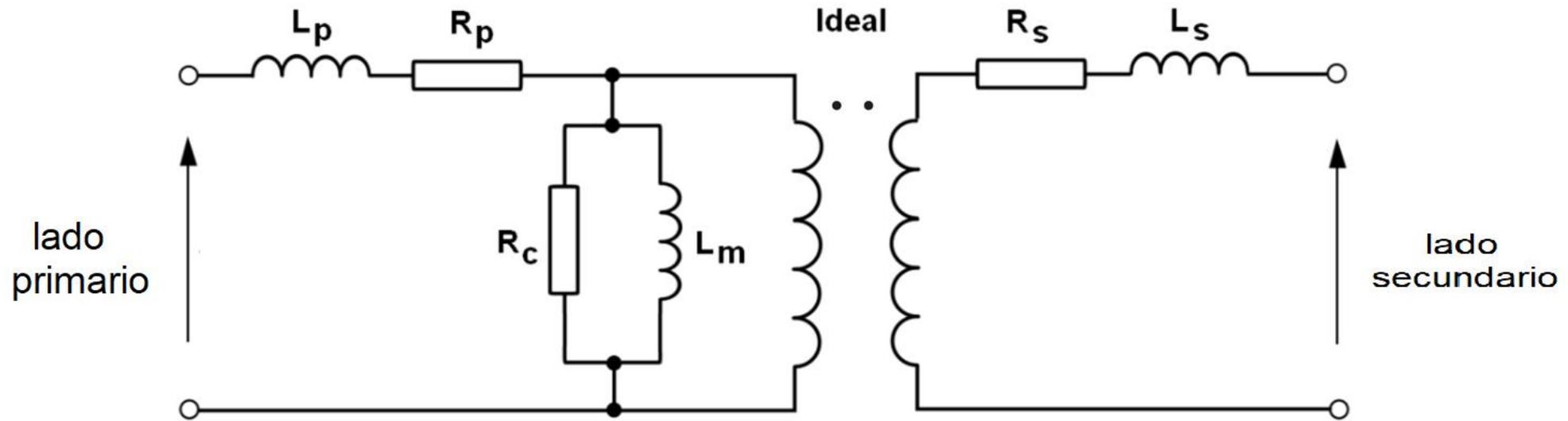
Esenciales: Optimizan la transmisión y distribución de energía.

Previo: ejemplos en clase

- ¿Cómo podemos aproximar un paralelo de dos impedancias cuando una es mucho mayor que la otra?
- ¿Cómo podemos aproximar un serie de dos impedancias cuando una es mucho mayor que la otra?
- Comprender esto es esencial para entender los ensayos de los trafos.

Trafo real

Transformador monofásico real



Modelo "exacto" en el dominio del tiempo

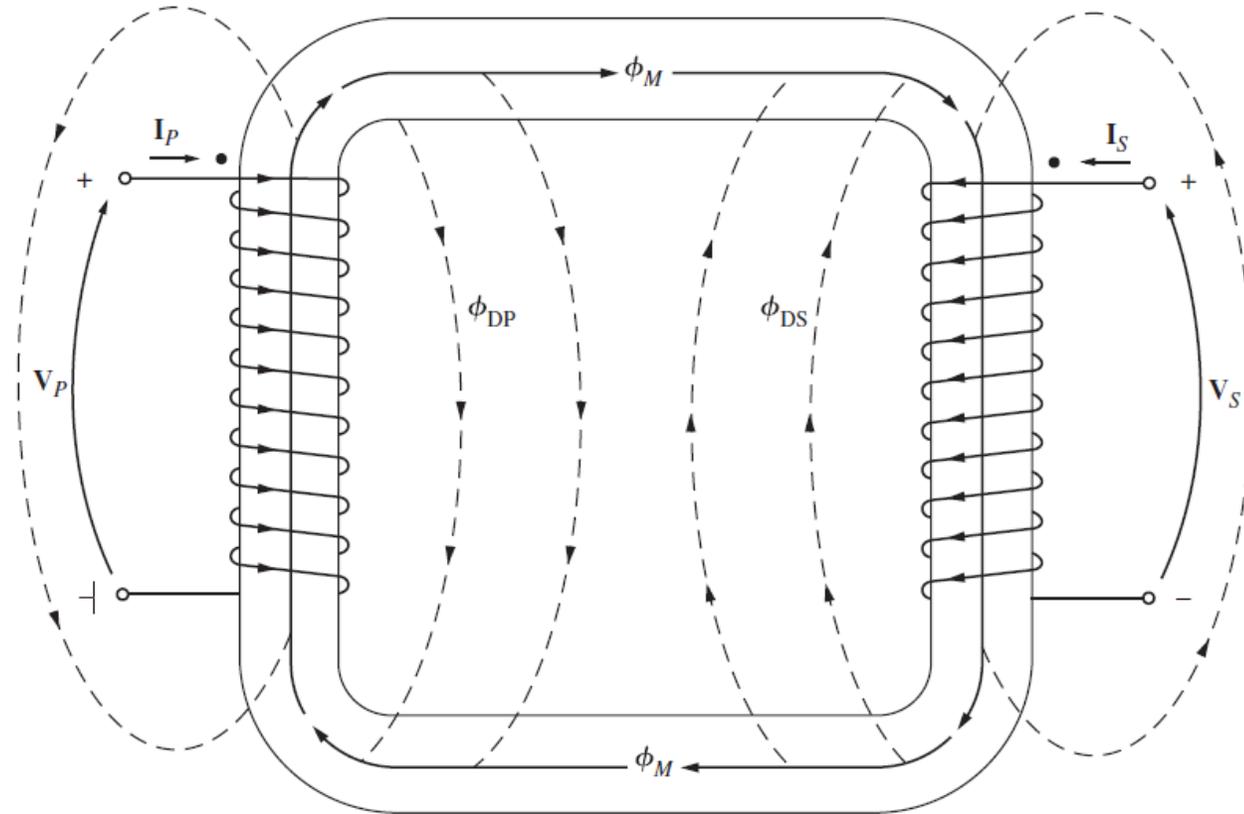
Transformador monofásico real (modelo “exacto”)

- LP: es la inductancia de fuga primaria
- RP: es la pérdida primaria en el cobre
- RC: son las pérdidas en el núcleo (debidas a las corrientes de Foucault y a la histéresis)
- LM: es la inductancia de magnetización
- LS: es la inductancia de fuga secundaria
- RS: es la pérdida secundaria en el cobre

En clase:

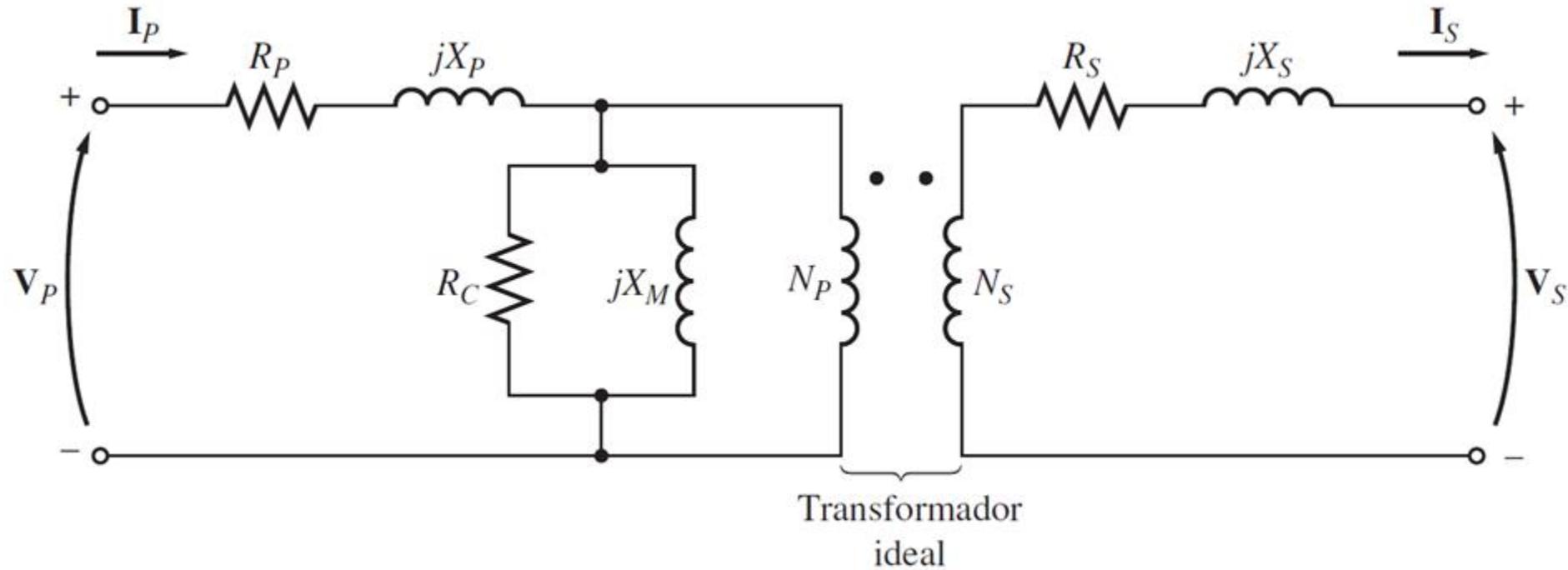
- Se discute brevemente el significado de cada componente.
- La intención es pasar rápidamente al modelo de circuito eléctrico del transformador

Concepto de flujo disperso



Flujo mutuo y disperso en el núcleo de un transformador.

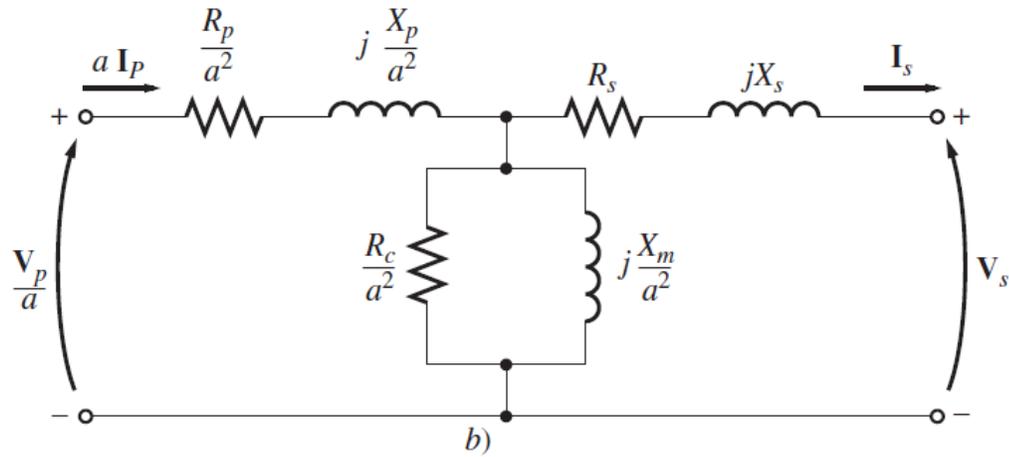
Transformador monofásico real



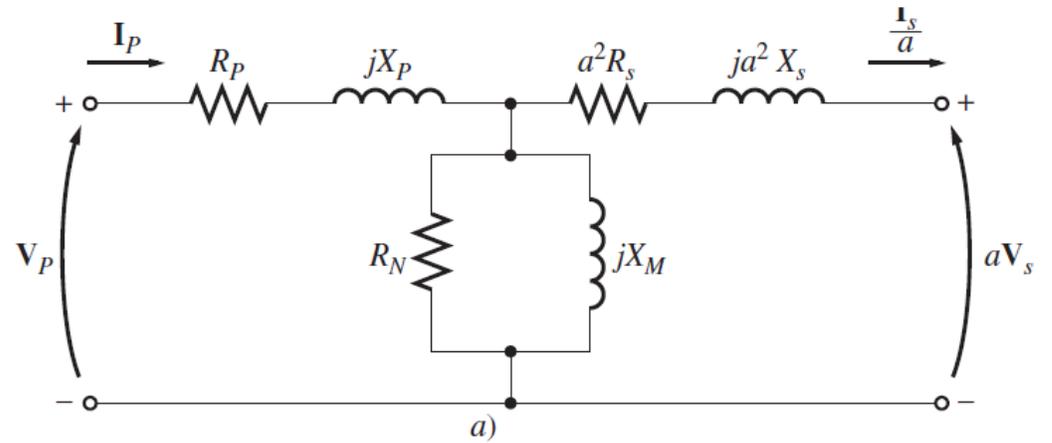
Modelo "exacto" en el dominio fasorial

Equivalentes aproximados de un trafo

Paso 1: Refiero a un lado del trafo



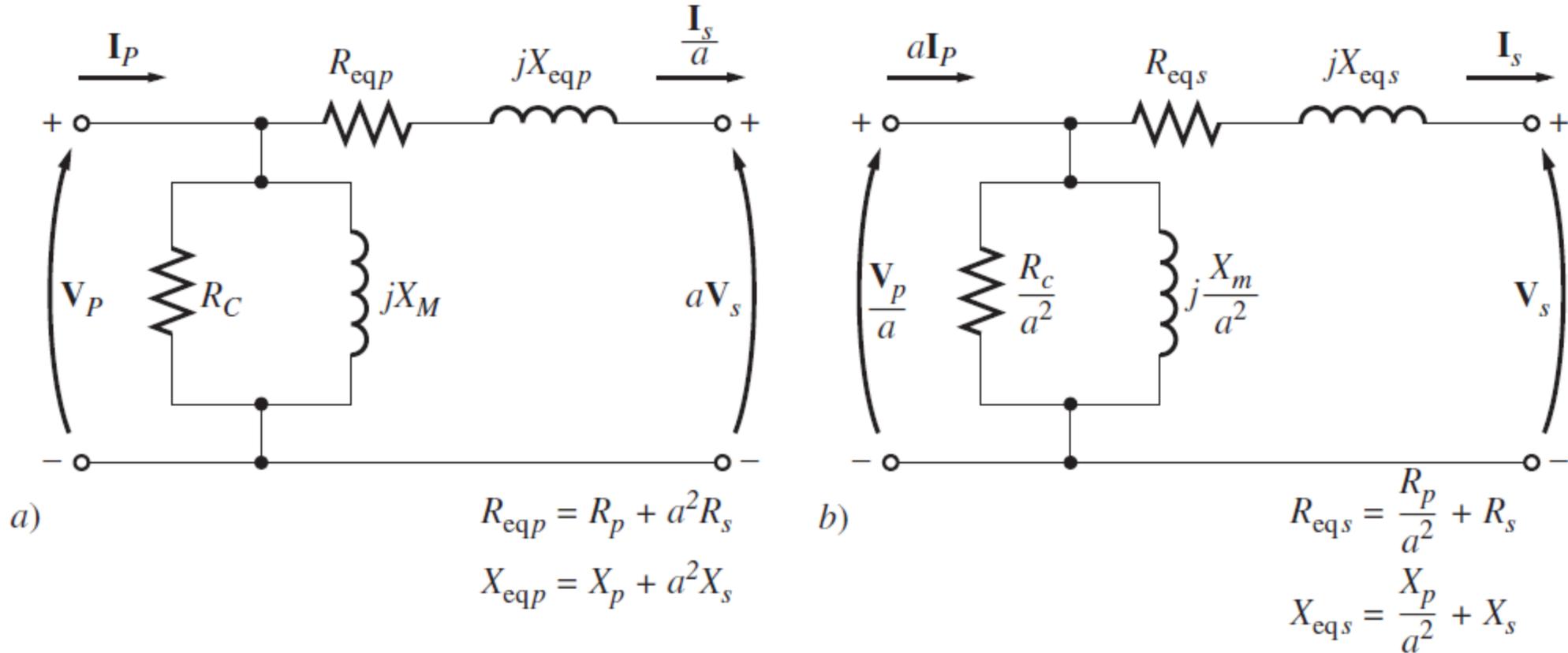
b) El modelo del transformador referido a su nivel de voltaje _____



a) Modelo del transformador referido a su nivel de voltaje _____

Completar las palabras que faltan y explicar cómo se llega a los circuitos

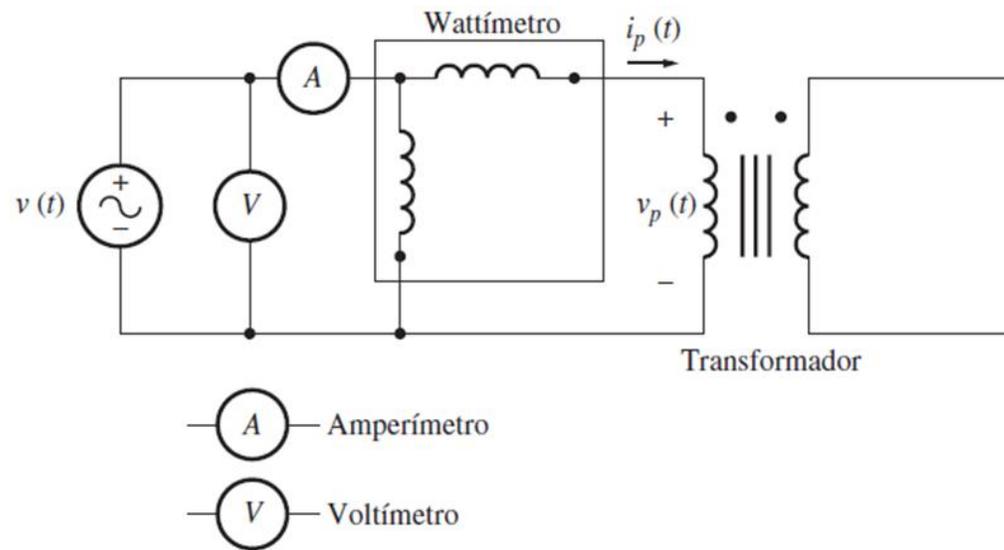
Paso 2: Se mueve al frente del transformador la rama de excitación (aproximación)



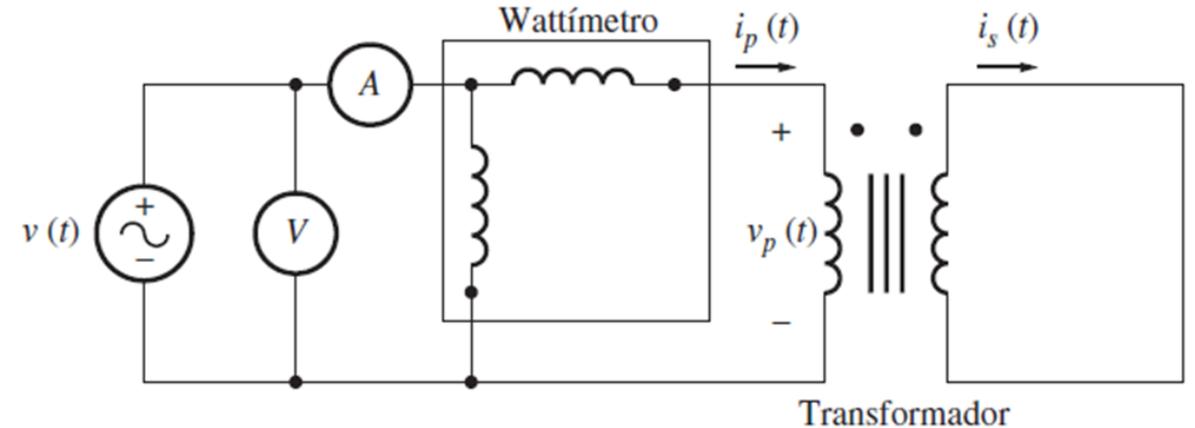
El movimiento de la rama de excitación se justifica porque la corriente en dicha rama es mucho menor que I_p

Determinación de los valores de los componentes en el modelo de transformador

Pueden relevarse experimentalmente las impedancias del modelo del trafo mediante dos ensayos (circuito abierto y cortocircuito).



Conexión para la prueba de circuito abierto del transformador.



Conexión para la prueba de cortocircuito del transformador.

Ensayo de vacío

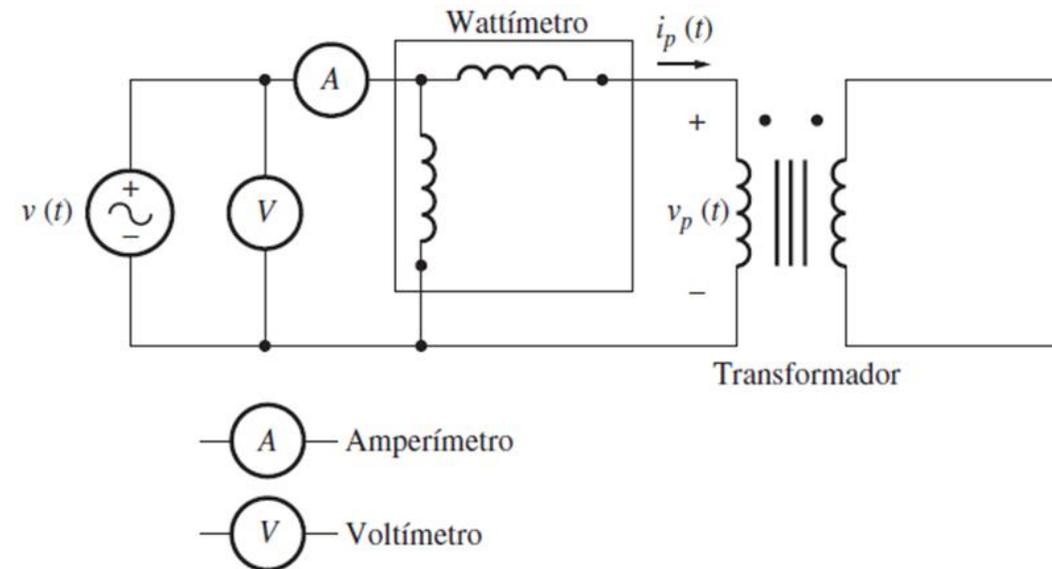
Procedimiento

1. Configuración:

1. Dejar el devanado de alta tensión **abierto** (en la figura es el secundario)
2. Aplicar voltaje nominal al devanado primario.
3. Medir (en el circuito de la figura):
 1. Voltaje de entrada (V_{oc})
 2. Corriente de entrada (I_{oc})
 3. Potencia de entrada (P_{oc})

2. Circuito Equivalente:

1. La fuente ve aproximadamente a la **rama de excitación** ($R_c || X_m$), ya que la impedancia serie del primario ($R_p + jX_p$ en el modelo exacto) es despreciable.



Conexión para la prueba de circuito abierto del transformador.

Cálculo de Parámetros

1. Factor de Potencia (FP):

$$FP = \cos \theta = \frac{P_{OC}}{V_{OC} \cdot I_{OC}}$$

2. Impedancia de Excitación (Z_m):

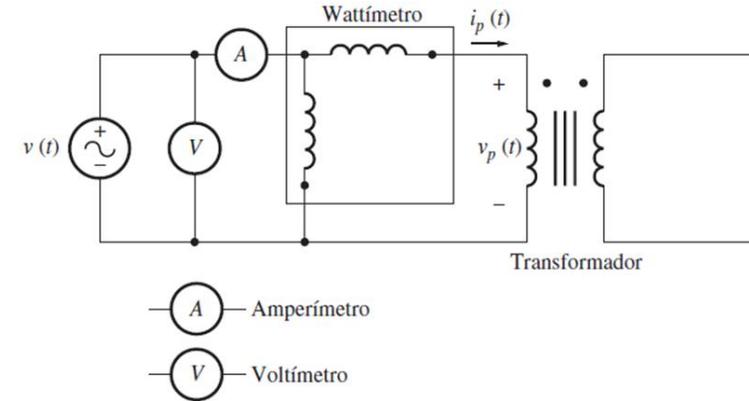
$$Z_m = \frac{V_{OC}}{I_{OC}} \quad (\text{magnitud})$$

$$\theta = \cos^{-1}(FP) \quad (\text{ángulo})$$

3. Resistencia (R_c) y Reactancia (X_m):

$$R_c = \frac{V_{OC}^2}{P_{OC}}, \quad X_m = \frac{V_{OC}^2}{Q_{OC}}$$

$$\text{Donde } Q_{OC} = \sqrt{(V_{OC}I_{OC})^2 - P_{OC}^2}.$$



Conexión para la prueba de circuito abierto del transformador.

Obs: No es necesario ni útil memorizar estas relaciones, se deducen directamente del circuito eléctrico en el dominio fasorial .

Resumen

- La prueba de circuito abierto mide **pérdidas en el núcleo** ($R_c R_c$) y la **corriente de magnetización** ($X_m X_m$).
- Se realiza en el lado de **bajo voltaje** por ser más fácil de trabajar (mayor seguridad / instrumentos)
- Los parámetros obtenidos completan el circuito equivalente del transformador real.

Ensayo de cortocircuito

Procedimiento

1. Configuración:

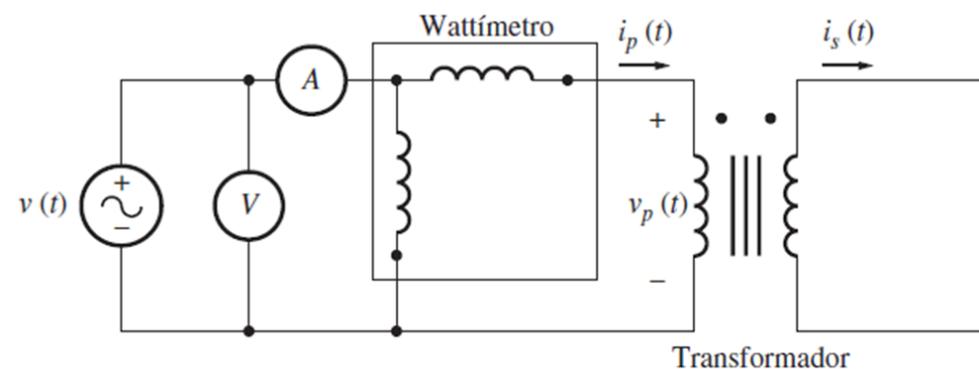
1. Cortocircuitar el devanado de baja tensión **abierto** (en la figura es el secundario)
2. Aplicar voltaje reducido ($V \ll V_{nom}$) al devanado de alta tensión (en la figura es el primario)
3. Aumentar el voltaje hasta que la corriente sea igual a la nominal (I_{nom}).
4. Medir (en el circuito de la figura):
 1. Voltaje de entrada ($V_{sc} \ll V_{nom}$)
 2. Corriente de entrada ($I_{sc} = I_{nom}$)
 3. Potencia de entrada (P_{sc})

2. Circuito Equivalente:

1. La fuente ve aproximadamente a la **rama serie** (¿por qué?)

3. Precaución:

Mantener el voltaje bajo para evitar daños (¡no quemar los devanados!).



Conexión para la prueba de cortocircuito del transformador.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H} \psi$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{df}{dt} =$$

Clase 8

1. Repaso de clase pasada
2. Ejercicio: ensayos de vacío y cortocircuito
3. Sistema de medidas por unidad

EJEMPLO 2-2

Se requiere determinar las impedancias del circuito equivalente de un transformador de 20 kVA, 8 000/240 V, 60 Hz. La prueba de circuito abierto se realizó ~~en la prueba del circuito~~ secundario del transformador (para reducir el voltaje máximo que se tenía que medir), y la prueba de cortocircuito se realizó en el lado primario del transformador (para reducir la máxima corriente que se tenía que medir). Se tomaron los siguientes datos:

Prueba de circuito abierto (en el secundario)	Prueba de cortocircuito (en el primario)
$V_{CAb} = 240 \text{ V}$	$V_{CC} = 489 \text{ V}$
$I_{CAb} = 7.133 \text{ A}$	$I_{CC} = 2.5 \text{ A}$
$P_{CAb} = 400 \text{ W}$	$P_{CC} = 240 \text{ W}$

Encuentre las impedancias del circuito equivalente referido al lado primario y dibuje el circuito.

Solución

La razón de vueltas de este transformador es $a = 8\ 000/240 = 33.3333$. El factor de potencia durante la prueba de *circuito abierto* es

$$\text{FP} = \cos \theta = \frac{P_{\text{CAb}}}{V_{\text{CAb}} I_{\text{CAb}}} \quad (2-45)$$

$$\text{FP} = \cos \theta = \frac{400 \text{ W}}{(240 \text{ V})(7.133 \text{ A})}$$

$$\text{FP} = 0.234 \text{ en retraso}$$

La admitancia de excitación está dada por

$$Y_E = \frac{I_{CAb}}{V_{CAb}} \angle -\cos^{-1} \text{FP} \quad (2-47)$$

$$Y_E = \frac{7.133 \text{ A}}{240 \text{ V}} \angle -\cos^{-1} 0.234$$

$$Y_E = 0.0297 \angle -76.5^\circ \text{ S}$$

$$Y_E = 0.00693 - j 0.02888 = \frac{1}{R_N} - j \frac{1}{X_M}$$

Por lo tanto, los valores de la rama de excitación *referidos al lado de bajo voltaje (secundario)* son

$$R_N = \frac{1}{0.00693} = 144 \Omega$$

$$X_M = \frac{1}{0.02888} = 34.63 \Omega$$

Resolver el resto del ejercicio (ver Chapman)

El circuito equivalente simplificado resultante se muestra en la figura 2-21.

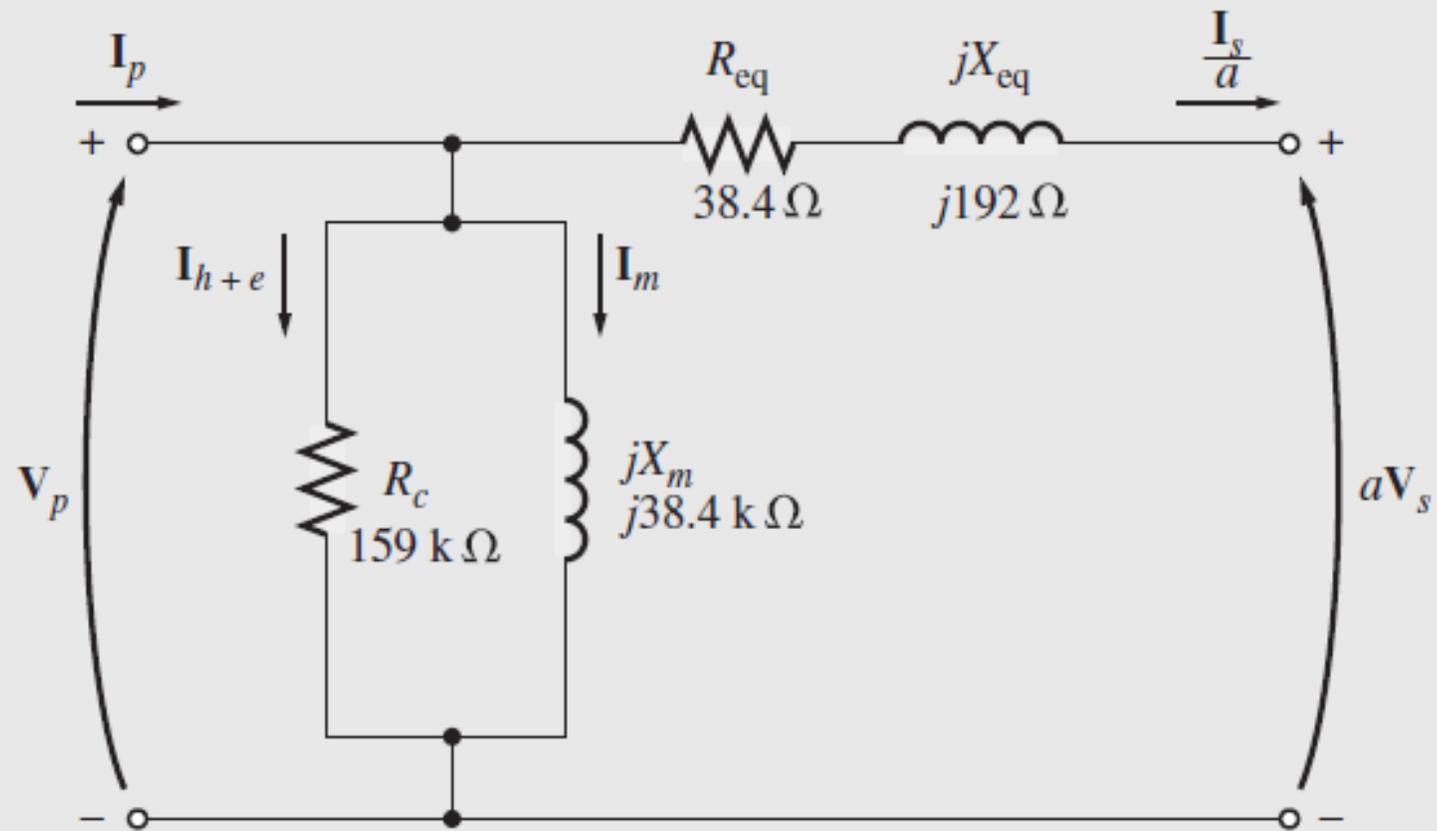


FIGURA 2-21 Circuito equivalente del ejemplo 2-2.

Sistema de Medidas por Unidad (p.u.)

1. Conceptos Clave

Definición:

- Las cantidades eléctricas (V, I, Z, etc.) se expresan como **fracciones de valores base**.
- **Fórmula:**

$$\text{p.u.} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}}$$

Ventajas:

- ✓ Normaliza sistemas con múltiples tensiones.
- ✓ Permite comparar equipos de distintos tamaños.
- ✓ Valores típicos en p.u. son consistentes (ej: impedancias de transformadores).



2. Valores Base para un Transformador

Regla práctica:

- Usar los **valores nominales del propio transformador** como base:
 - $S_{\text{base}} = S_{\text{nominal}}$ (VA o kVA).
 - $V_{\text{base}} = V_{\text{nominal}}$ (V o kV).

Ejemplo:

- Transformador de 10 kVA, 480/120 V:
 - Lado AT: $V_{\text{base}} = 480V$, $S_{\text{base}} = 10 \text{ kVA}$.
 - Lado BT: $V_{\text{base}} = 120V$, $S_{\text{base}} = 10 \text{ kVA}$.

3. Valores Típicos en p.u. (Transformadores)

Parámetro	Rango típico (p.u.)	Ejemplo
Resistencia serie (R_{eq})	~0.01	0.008 p.u.
Reactancia serie (X_{eq})	0.02 – 0.10	0.05 p.u.
Reactancia magnetización (X_m)	10 – 40	20 p.u.
Resistencia núcleo (R_c)	50 – 200	100 p.u.

Nota:

- Transformadores más grandes → Impedancias serie **más pequeñas** (p.u.).
- Valores en placas suelen darse en % (1 p.u. = 100%).

EJEMPLO 2-4

Dibuje el circuito equivalente por unidad aproximado del transformador del ejemplo 2-2. Utilice los valores nominales del transformador como base del sistema.

Recordar que es un transformador de 20 kVA, 8 000/240 V, 60 Hz cuyo circuito equivalente es:

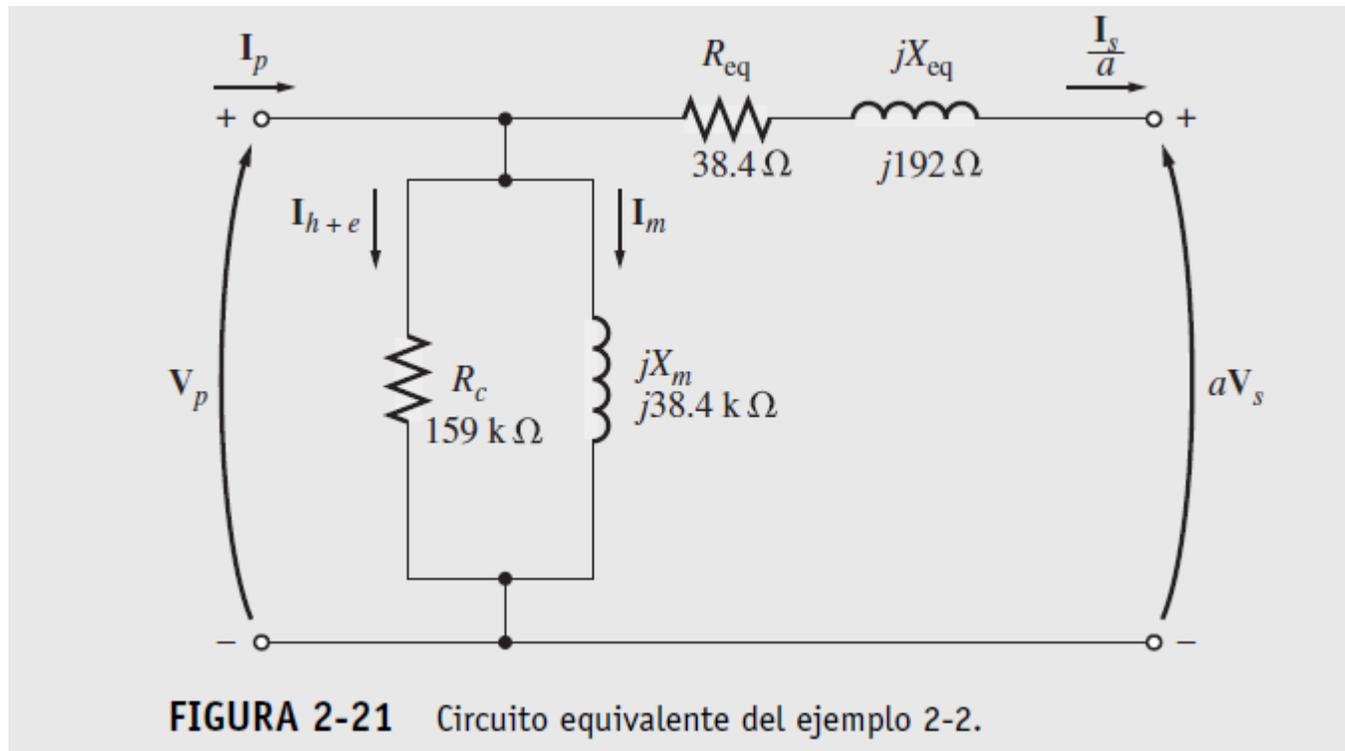


FIGURA 2-21 Circuito equivalente del ejemplo 2-2.

Solución

Los valores del transformador del ejemplo 2-2 son 20 kVA, 8 000/240 V. El circuito equivalente aproximado (figura 2-21) desarrollado en el ejemplo se refirió al lado de alto voltaje del transformador; para convertirlo a por unidad se debe encontrar la impedancia base del circuito primario. En éste,

$$V_{\text{base 1}} = 8\,000 \text{ V}$$

$$S_{\text{base 1}} = 20\,000 \text{ VA}$$

$$Z_{\text{base 1}} = \frac{(V_{\text{base 1}})^2}{S_{\text{base 1}}} = \frac{(8\,000 \text{ V})^2}{20\,000 \text{ VA}} = 3\,200 \, \Omega$$

Por lo tanto,

$$Z_{\text{SE,pu}} = \frac{38.4 + j192 \, \Omega}{3\,200 \, \Omega} = 0.012 + j0.06 \text{ pu}$$

$$R_{N,\text{pu}} = \frac{159 \text{ k}\Omega}{3\,200 \, \Omega} = 49.7 \text{ pu}$$

$$Z_{M,\text{pu}} = \frac{38.4 \text{ k}\Omega}{3\,200 \, \Omega} = 12 \text{ pu}$$

El circuito equivalente aproximado por unidad, expresado en la propia base del transformador, se muestra en la figura 2-25.

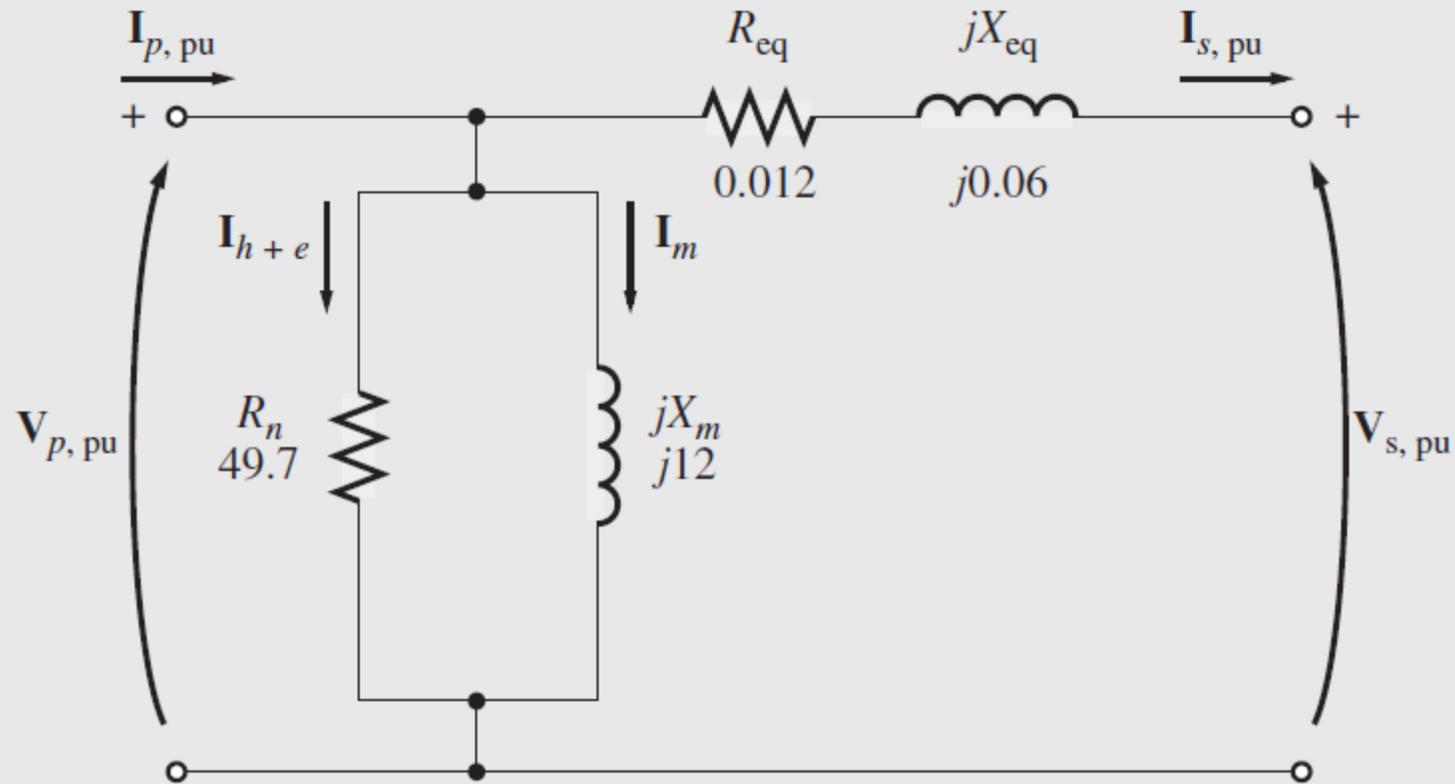


FIGURA 2-25 El circuito equivalente por unidad del ejemplo 2-4.