

Esperanza de una VA

* Si X es una VA discreta

$$E(X) = \sum_{x \in R_x} x p_x(x)$$

$E(X)$ no es el valor mas probable

ni tiene porque ser un valor del recorrido de X

ej. si tiramos un dado

X = resultado de tirar el dado

$$R_x = \{1, \dots, 6\}$$

$$p_x(i) = \frac{1}{6} \quad i \in \{1, \dots, 6\}$$

$$E(X) = \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \dots + \frac{1}{6} \cdot 6 = 3,5$$

el valor esperado es 3,5

* Si Y es una VA continua

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f_Y(y) dy$$

Prop. . linealidad $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$ $a, b \in \mathbb{R}$

. si X e Y son indep $\Rightarrow E(XY) = E(X)E(Y)$

$$2- \quad p_x(x) = \begin{cases} K C_x^3 \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} & \text{con } x=1,2,3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$1 = p_x(1) + p_x(2) + p_x(3)$$

$$1 = K C_1^3 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4}\right)^2 + K C_2^3 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right) + K C_3^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$1 = K \left(3 \cdot \frac{3^2}{4^3} + 3 \cdot \frac{3}{4^3} + \frac{1}{4^3} \right) \Rightarrow \boxed{K = \frac{4^3}{37}}$$

$$E(X) = 1 \cdot K \frac{3^3}{4^3} + 2 \cdot K \frac{3^2}{4^3} + 3 \cdot K \frac{1}{4^3} = \frac{4^3}{37} \cdot \left(\frac{3^3 + 2 \cdot 3^2 + 3}{4^3} \right) = \frac{48}{37}$$

$$3- \quad f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)} & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^1 \frac{4x}{\pi(1+x^2)} dx + \int_1^{+\infty} x \cdot 0 dx$$

$$E(X) = \int_0^1 \frac{4x dx}{\pi(1+x^2)} = \frac{2}{\pi} \int_1^2 \frac{du}{u} = \frac{2}{\pi} \ln(u) \Big|_1^2 = \frac{2}{\pi} (\ln(2) - \ln(1))$$

$u = 1+x^2$
 $du = 2x dx$

$$E(X) = \frac{2 \ln(2)}{\pi} \quad ; \quad Y = 3X + 1 \Rightarrow E(Y)$$

$$E(3X+1) = 3E(X) + E(1) = \frac{6 \ln(2)}{\pi} + 1$$

4- S = suma de lo apostado

X = ganancia del juego 1

X_{neto} = ganancia neto $\Rightarrow X_{\text{neto}} = X - S$

Y = ganancia del juego 2

Y_{neto} = ganancia neto $\Rightarrow Y_{\text{neto}} = Y - S$

* 5 numeros entre 20

$\rightarrow$ salen 5 gana 20 veces

$\rightarrow$ " 4 " 4 "

$\rightarrow$ " 3 " 2 "

$\rightarrow$ en otro caso gana 0

recorrido de $X = \{0, 2s, 4s, 20s\}$

$$p_x(20s) = \frac{CF}{CP} = \frac{1}{C_5^{20}} \quad p_x(4s) = \frac{C_4^5 C_1^{15}}{C_5^{20}}$$

$$p_x(2s) = \frac{C_3^5 C_2^{15}}{C_5^{20}} \quad p_x(0) = 1 - \frac{1 + C_4^5 C_1^{15} + C_3^5 C_2^{15}}{C_5^{20}}$$

$$E(X) = 20s \cdot \frac{1}{C_5^{20}} + 4s \cdot \frac{C_4^5 C_1^{15}}{C_5^{20}} + 2s \cdot \frac{C_3^5 C_2^{15}}{C_5^{20}} + 0 \approx 0,16s$$

$$E(X_{\text{neto}}) = E(X - S) = E(X) - S = -0,84s$$

* 5 entre 32

$\rightarrow$ color y escalera gana 8s

$\rightarrow$ color gana 2s

$\rightarrow$ escalera gana s

$\rightarrow$ pierdo en otro caso

recorrido de $Y = \{8s, 2s, s, 0\}$

$$p_Y(8s) = \frac{4 \cdot 4}{C_5^{32}} \quad p_Y(2s) = \frac{C_5^8 \cdot 4 - 4 \cdot 4}{C_5^{32}}$$

$$p_Y(s) = \frac{4 \cdot 4^5 - 16}{C_5^{32}}$$

$$E(Y) = 8s \cdot \frac{16}{C_5^{32}} + 2s \cdot \frac{(4 \cdot 4^8 - 16)}{C_5^{32}} + s \cdot \frac{(4^6 - 16)}{C_5^{32}} \approx 0,02s$$

$$E(Y_{\text{neto}}) = E(Y - S) = E(Y) - S = -0,98s$$