

Variables aleatorias discretas

Distribucion binomial

→ Tenemos un experimento que da éxito con probabilidad p

→ Repetimos el experimento n veces y queremos ver

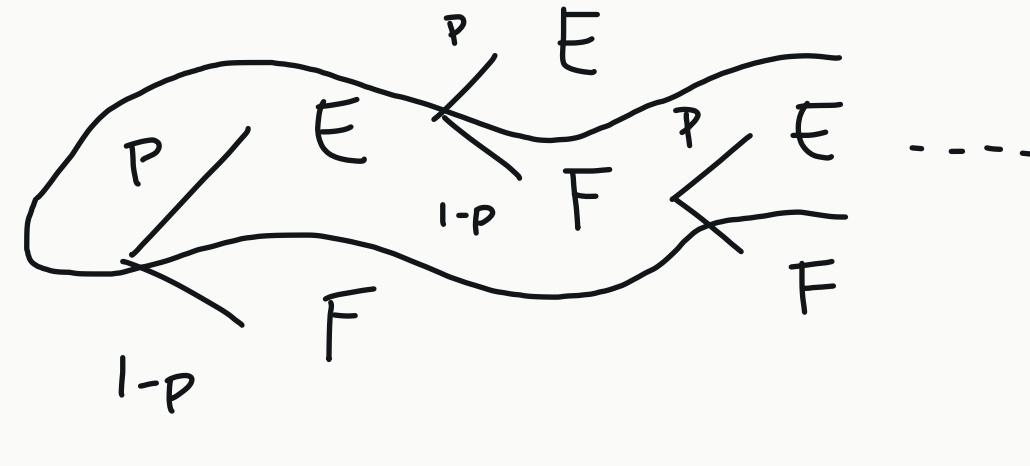
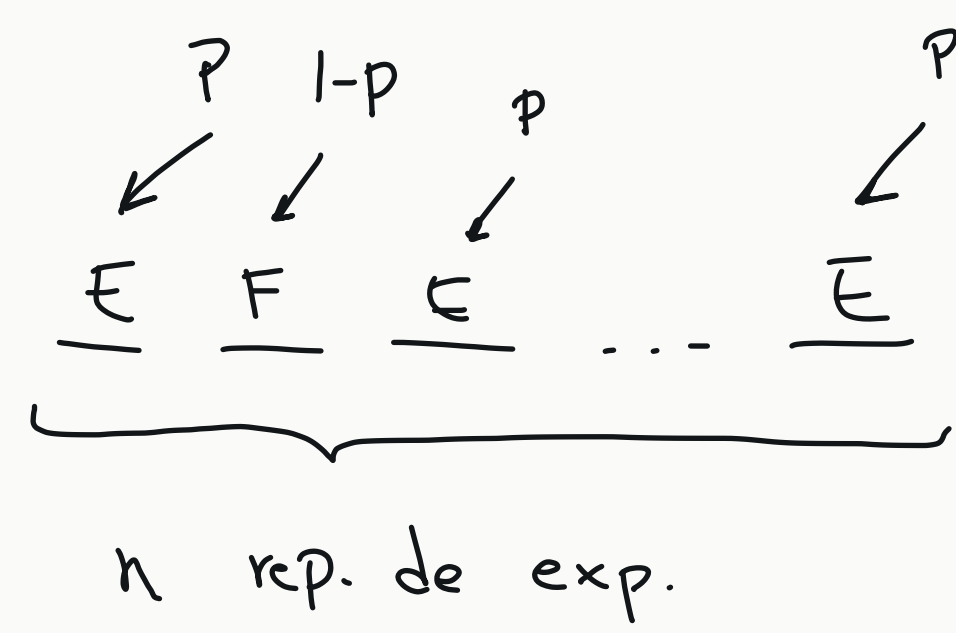
cuantos veces sale éxito

X variable aleatoria que cuenta la cantidad de éxitos que tuvimos en las n repeticiones

$X \sim \text{Bin}(n, p)$
 cantidad de veces que repetimos el experimento $\rightarrow$ n
 probabilidad de éxito $\rightarrow$ p

X toma valores en $\{0, 1, \dots, n\}$

$$p_x(k) = P(X=k) =$$



$$\frac{(1-p)^{n-k} p^k}{K \text{ éxitos}}$$

n rep. en total entre los cuales nos dio éxito K veces

hay C_n^k formas de elegir las K repeticiones donde están los éxitos

$$p_x(k) = P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

veamos que p_x es efectivamente un fpp

hay que verificar $\bullet p_x(k) \geq 0 \quad \forall k$
 $\hookrightarrow$ producto de reales positivos

$$\bullet P(X \in \{0, 1, \dots, n\}) = 1$$

$$P(X \in \{0, 1, \dots, n\}) = P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=n)$$

" " " " "
 $p_x(0) \quad p_x(1) \quad p_x(n)$

$$\text{entonces queremos probar } \sum_{k=0}^n p_x(k) = 1$$

Binomio de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

$$\sum_{k=0}^n p_x(k) = \sum_{k=0}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = (p + (1-p))^n = 1^n = 1$$

En la transmisión de un mensaje compuesto por signos, la prob.

de que un signo este equivocado es 0,1. Calcular la prob. de

que en un mensaje con 4 signos

X = cant. de errores en el mensaje

$$X \sim \text{Bin}(4, 0,1) \rightarrow p_x(k) = C_4^k (0,1)^k (0,9)^{4-k}$$

a) no hay errores

$$P(X=0) = p_x(0) = C_4^0 (0,1)^0 (0,9)^4 = (0,9)^4$$

b) ocurra un error

$$P(X=1) = p_x(1) = C_4^1 (0,1)^1 (0,9)^3$$

c) no menos de un error

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - (0,9)^4$$

6.3) X = cant. de sist. que funcionan correctamente

$$X \sim \text{Bin}(n, p) \rightarrow p_x(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

queremos $P(X \geq 1) \geq 0,99$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - p_x(0) = 1 - (1-p)^n$$

buscamos n para que $1 - (1-p)^n \geq 0,99$

$$\text{si } p=0,9: 1 - (0,1)^n \geq 0,99 \rightarrow n=2 \quad \checkmark$$

$$\text{si } p=0,8: 1 - (0,2)^n \geq 0,99 \rightarrow n=3 \quad \checkmark$$

Distribucion hipergeometrica

$$\left[\begin{array}{l} D \text{ bolillas rojas} \\ N-D \text{ bolillas no rojas} \end{array} \right]$$

sacamos n bolillas de la caja

N bolillas en la caja

Nos interesa cuantos bolillas de las n son rojas

X variable aleatoria que cuenta la cantidad de bolillas rojas entre las n que sacamos

$$X \sim \text{HG}(N, D, n)$$

cant. de bolillas de la caja $\rightarrow$ N
 cant. de bolillas rojas en la caja $\rightarrow$ D
 cant. de bolillas que sacamos $\rightarrow$ n

Vamos a calcular la fpp de X :

X toma valores en $\{0, 1, \dots, n\}$

sea $k \in \{0, 1, \dots, n\}$

$$p_x(k) = P(X=k) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

$$\text{casos posibles } C_n^N$$

$$\text{casos favorables } C_k^D C_{n-k}^{N-D}$$

$$\underbrace{K \text{ rojas y } n-K \text{ no rojas}}_{n \text{ bolillas}}$$

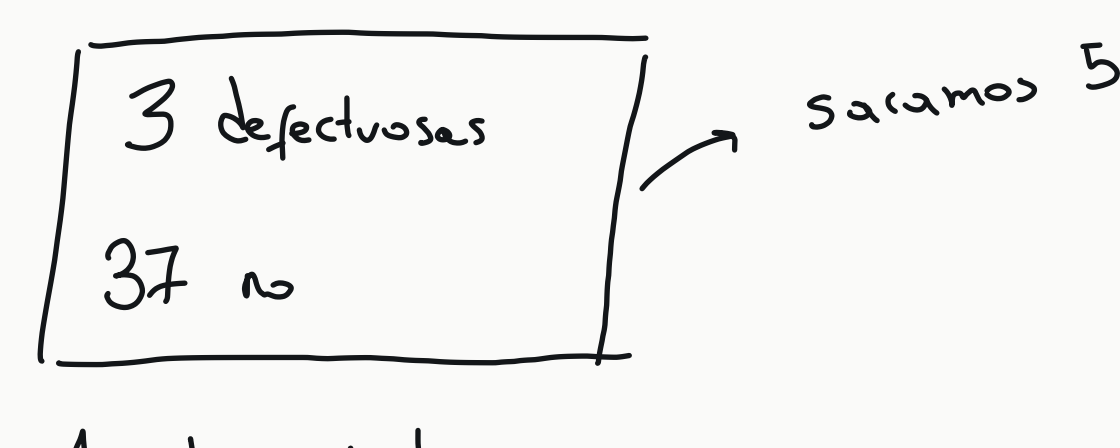
$$p_x(k) = \frac{C_k^D C_{n-k}^{N-D}}{C_n^N}$$

7.2) Caja con 40 herramientas

Muestra de 5 $\rightarrow$ si una es defectuosa rechaza la caja

Caja con 3 defectuosas

$$P(\text{rechazar la caja}) = ?$$



X = cantidad de defectuosas que hay en la muestra de 5 herramientas

$$X \sim \text{HG}(40, 3, 5) \rightarrow p_x(k) = \frac{C_k^3 C_{5-k}^{40-3}}{C_5^{40}}$$

$$P(\text{rechazar la caja}) = P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - p_x(0) = 1 - \frac{C_0^3 C_5^{37}}{C_5^{40}}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - \frac{C_5^{37}}{C_5^{40}}$$