Calculo de probabilidades

Equiprobabilidad → todos los resultados del experimento tienen la misma probabilidad

elementos del espacio muestral

ej. tiramos un dado

$\Omega = \{1, 2, \dots, 6\}$ $\quad P(1) = \frac{1}{6} \quad P(i) = \frac{1}{6} \quad i \in \{1, \dots, 6\}$

$P(\text{el resultado es par}) = P(\{2,4,6\}) = P(\{2\} \cup \{4\} \cup \{6\})$

$= P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{6} = \frac{|\{2,4,6\}|}{|\Omega|} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$

en gral. $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$

no es necesario al hablar de conjuntos

2. (III) $\Omega = \{ \{n_1, \dots, n_5\} : n_1, \dots, n_5 \in \{1, \dots, 36\},\ n_1 \neq \dots \neq n_5 \}$

$|\Omega| = C^{36}_5$

(I) $P(\text{ganar}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{C^{36}_5} \approx 0{,}0000027$

(II) $P(\text{al menos } 3) = P(\{\text{acertar exactamente } 3\} \cup \dots \cup \{\text{exactamente } 5\})$

$P(\text{exactamente } 3) + P(\text{exactamente } 4) + P(\text{exactamente } 5)$

$P(\text{exactamente } 3) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{C^{31}_2 C^5_3}{|\Omega|} = \frac{C^{31}_2 C^5_3}{C^{36}_5}$

$P(\text{al menos } 3) = \frac{C^{31}_2 C^5_3}{C^{36}_5} + \frac{C^{31}_1 C^5_4}{C^{36}_5} + \frac{1}{C^{36}_5} = \frac{C^{31}_2 C^5_3 + C^{31}_1 C^5_4 + 1}{C^{36}_5}$

4. (a) $\Omega = \{ (i, j, k) : i, j, k \in \{1, \dots, 6\} \}$

$\Omega = \{ (1,1,1), (1,1,2), (1,1,3) \dots \} = \{3, 4, 5, \dots, 18\}$

$(1,1,2) = (1,2,1) = (2,1,1)$ no hay equiprobabilidad

$\Omega = \{ (1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (2,1,1), (1,1,3) \dots \}$

$P(\text{obtener una suma} < 18) = P(\text{suma} = 3) + P(\text{suma} = 4) + \dots + P(\text{suma} = 17)$

$= P((\text{obtener una suma} = 18)^c) = 1 - P(\text{suma} = 18)$

$P(\text{suma} = 18) = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{AR^6_3} = \frac{1}{6^3}$

(b) n personas $\quad n > 365 \quad P(\dots) = 1$

$P(\text{al menos dos personas cumplan el mismo dia}) =$

$P((\text{todos cumplan en dias distintos})^c) = 1 - P(\text{todos cumplen en dias distintos})$

$\Omega = \{ (C_1, \dots, C_n) : 1 \leq C_i \leq 365 \text{ con } i \in \{1, \dots, 365\} \}$

$\Omega = \{ (C_1, \dots, C_n) : 1 \leq C_i \leq 365 \}$ no tiene equiprobabilidad

persona	cumple
1	6 abril
2	3 marzo
⋮	
n	1 setiembre

cumple	persona
1 dia	1
2 dia	2
⋮	⋮
365 dia	0

$|\Omega| = AR^{365}_n = 365^n$

$P(\text{todos cumplen en dias distintos}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{A^{365}_n}{AR^{365}_n}$

$CF = 365 \cdot 364 \dots (365 - n + 1) = A^{365}_n = \frac{365!}{(365-n)!}$

$P(\text{al menos dos personas cumplen el mismo dia}) = 1 - \frac{365!}{(365-n)!\,365^n}$

n	P(n)
10	0,117
20	0,411
22	0,476
23	0,507
50	0,97
75	0,999