

Problemas de conteo

I Regla del producto

Si una tarea se realiza en dos etapas
 * Una etapa se realiza de m formas distintas
 * Otra " " " " " "
 Entonces la cantidad de formas que podemos realizar las tareas es $m \cdot n$

II Regla de la suma

Tenemos dos tareas
 * Una tarea se puede realizar de m formas distintas
 * Otra " " " " " "
 * Tareas disjuntas

Entonces hay $m+n$ formas de realizar alguna de las tareas

3 A, B, C, D 3 letras + 3 numeros = codigo
 a) $\underbrace{1ps. 3ps. 2ps.}_{\text{letras}} / \underbrace{1ps. 9ps. 8ps.}_{\text{numeros}}$ por la regla del producto la cantidad de codigos es $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 8$

b) $\underbrace{A}_{3ps.} \underbrace{-}_{2ps.} / \underbrace{-}_{9ps.} \underbrace{9}_{8ps.}$ Regla del producto $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 9$ codigos

c) $\underbrace{1ps. 3ps. 2ps.}_{\text{letras}} / \underbrace{8ps. 0 2}_{\text{numeros}}$ caso 1 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8$ codigos

$\underbrace{1ps. 3ps. 2ps.}_{\text{letras}} / \underbrace{0 2 8ps.}_{\text{numeros}}$ caso 2 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8$ codigos

Regla de la suma $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8$ codigos con el 0 y el 2 juntos y en ese orden

Arreglos de n en k

¿De cuantas formas podemos construir una lista ordenada de k elem. a partir de un conjunto de n elem.?

$\underbrace{1 \text{ elem.}}_{\uparrow} \quad \underbrace{2 \text{ elem.}}_{\uparrow} \quad \underbrace{3 \text{ elem.}}_{\uparrow} \quad \dots \quad \underbrace{k \text{-esimo elem.}}_{\uparrow}$
 $n \text{ pos.} \quad n-1 \text{ pos.} \quad n-2 \text{ pos.} \quad \dots \quad n-k+1 \text{ pos.}$
 $n+1-2 \quad n+1-3$

por la regla del producto $\#$ listas ordenadas = $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$

$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

$n! = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}_{(n-k)!} \cdot \underbrace{(n-k) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}_{(n-k)!}$

$A_k^n = \# \text{ listas ordenadas}$

$n! = A_k^n \cdot (n-k)! \Rightarrow A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$

Combinaciones de n en k

¿De cuantas formas puedo construir un subconjunto de k elem. a partir de un conjunto de n elem.?

ej. subconjuntos 3 elem. de $\{A, B, C, D\}$

$\{A, B, C\} \neq \begin{matrix} (ABC) & (BCA) & \dots \\ (ACB) & (CAB) & \dots \\ (BAC) & (CBA) & \dots \end{matrix}$
 subconjunto listas ordenadas
 $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$

A partir de n un subconjunto de 3 elem. puedo construir $3!$ listas ordenadas

$\# \text{ listas ordenadas de 3 elem} = \# \text{ subconjunto de 3 elem. } 3!$

$A_k^n = \# \text{ listas ordenadas de } k \text{ elem} = \# \text{ subconjunto de } k \text{ elem. } k!$
 $= C_k^n$

$A_k^n = C_k^n \cdot k! \Rightarrow C_k^n = \frac{A_k^n}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

2 3I, 5E y 4A (total 12 personas)

a) $\# \text{ comisiones} = C_4^{12}$

b) $\# \text{ comision con 1I, 2E y 1A} = 3 \cdot C_2^5 \cdot C_1^4$
 $= C_1^3 \cdot C_2^5 \cdot C_1^4$

c) $\# \text{ comisiones por lo menos 2A} = C_2^4 C_1^8 + C_3^4 C_1^5 + 1$ $0! = 1$

caso 2A $\rightarrow 2A + 2 \rightarrow C_2^4 C_2^8$

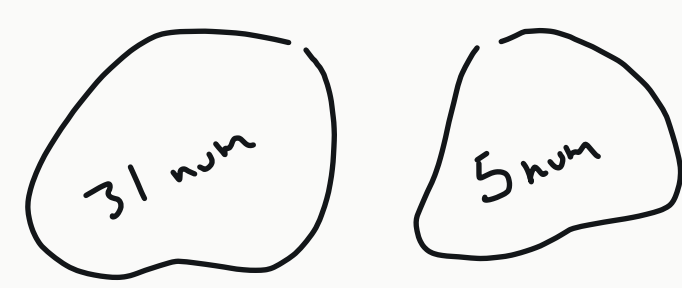
caso 3A $\rightarrow C_3^4 \cdot C_1^5$

caso 4A $\rightarrow 1 \text{ pos.} = C_4^4 \cdot C_0^8$

5 5 un. entre 36

a) $\# \text{ jugadas} = C_5^{36}$

b) $\# \text{ jugadas con 1 de los 5} = C_1^5 \cdot C_4^{31}$



c) caso con 2 $\rightarrow C_2^5 C_2^{31}$
 " 3 $\rightarrow C_3^5 C_3^{31}$
 " 4 $\rightarrow C_4^5 C_4^{31}$
 " 5 $\rightarrow C_5^5 C_5^{31} = 1$

$\# \text{ jugadas con al menos 2 de los 5} = C_2^5 C_2^{31} + C_3^5 C_3^{31} + C_4^5 C_4^{31} + 1$