

Facultad de Ingeniería - Universidad de la República
 Coloquio Mensual del IMERL
 Grafos localmente más separables
 Lista de Ejercicios

Se recomienda elegir 3 ejercicios para entregar dentro de la siguiente lista de 5 ejercicios para quienes elijan el Tema 1 como parte del Módulo de Taller. Por consultas, sírvanse escribir a la casilla promero@fing.edu.uy.

Ejercicio 1

Estudiar si los grafos G y H de la Figura 1 son isomorfos.

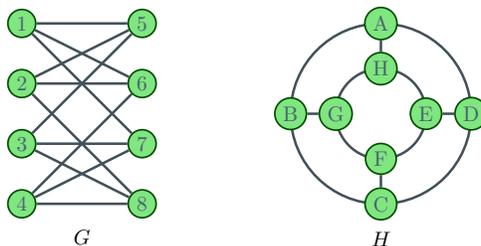


Figura 1: Ejemplo de dos grafos simples isomorfos.

Ejercicio 2

Probar que, para cada entero n tal que $n \geq 2$, el grafo camino P_n de n vértices cuyos vértices extremos son terminales es uniformemente más separable.

Ejercicio 3

Probar que los *polinomios de Bernstein* $\{b_{n,i}(x), i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$ dados por $b_{n,i}(x) = \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}$ definen una base del espacio vectorial de polinomios de grado n o menos.

Ejercicio 4

Sean G y H en $T_{n,m}$. Sea $N_i(G)$ la cantidad de subgrafos separadores de G con i aristas. Probar que si existe $i \in \{0, 1, \dots, m\}$ tal que $N_k(G) = N_k(H)$ para cada $k \in \{0, 1, \dots, i-1\}$ y $N_i(G) > N_i(H)$ entonces existe $\delta > 0$ tal que $S_G(p) > S_H(p)$ para todo $p \in (0, \delta)$.

Ejercicio 5

Dado un grafo G en $T_{n,m}$, denotamos $t(G)$ la cantidad de árboles recubridores de G , y $t_2(G)$ la cantidad de bosques con exactamente 2 árboles que separan los terminales de G . Sea G' el grafo en $T_{4,5}$ con terminales s y t tal que $G' = K_4 - \{s, t\}$. Sea H' el grafo en $T_{5,6}$ que proviene de subdividir la única arista de G' tal que ninguno de sus extremos es terminal. Probar que $t(G') = 4$ y que $t_2(G') = 8$, mientras que $t(H') = 8$ y $t_2(H') = 12$.