

Transferencia de cantidad de movimiento

Capítulo 1 - Bird



FACULTAD DE
INGENIERÍA



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Fenómenos de Transporte en Ingeniería de Procesos



Esfuerzos

El esfuerzo es la fuerza por unidad de área que ejerce el fluido sobre la superficie de contacto del sistema:

$$\tau \equiv \frac{F}{A}$$

El esfuerzo que ejerce el fluido en un punto de la superficie del sistema es:

$$\tau = \lim_{A \rightarrow \delta A} \left(\frac{F}{A} \right) = \frac{dF}{dA} \quad \Rightarrow \quad F = \int_A \tau \, dA$$



Esfuerzos

Definimos como τ_{ij} al esfuerzo aplicado sobre la superficie i en la dirección j .

τ_{ij}

- i define la superficie sobre la que se aplica el esfuerzo, representándola por su normal
- j define la dirección del esfuerzo (o fuerza) ejercido sobre la superficie i .

El esfuerzo en un punto se representa por 9 componentes, por lo que **τ es un tensor.**

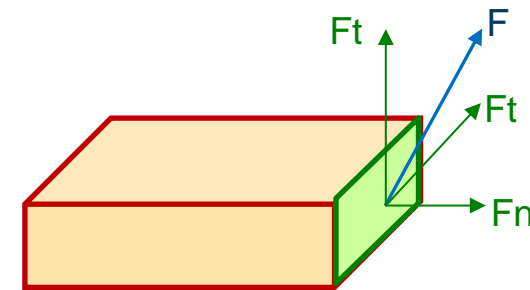
Esfuerzos

Son fuerzas superficiales por unidad de área.

Cualquier fuerza aplicada, se podrá descomponer en una componente normal y otra tangencial a la superficie, por lo que existirán esfuerzos normales a la superficie y esfuerzos tangenciales (o cortantes)

$$\tau_{ii} = \lim_{A \rightarrow \partial A} \frac{F_i}{A_i} \quad \text{Esfuerzos normales a } A_i$$

$$\tau_{ij} = \lim_{A \rightarrow \partial A} \frac{F_j}{A_i} \quad \text{Esfuerzos tangenciales a } A_i \text{ (o esfuerzos cortantes)}$$





Esfuerzos

El tensor de esfuerzos en un sistema cartesiano es:

$$\bar{\bar{\tau}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

τ_{ii} : esfuerzos normales a la superficie A_i

τ_{ij} : esfuerzos cortantes o tangenciales a la superficie A_i

Ley de newton de la viscosidad

Para un fluido en flujo unidireccional según x:

Esfuerzo cortante

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

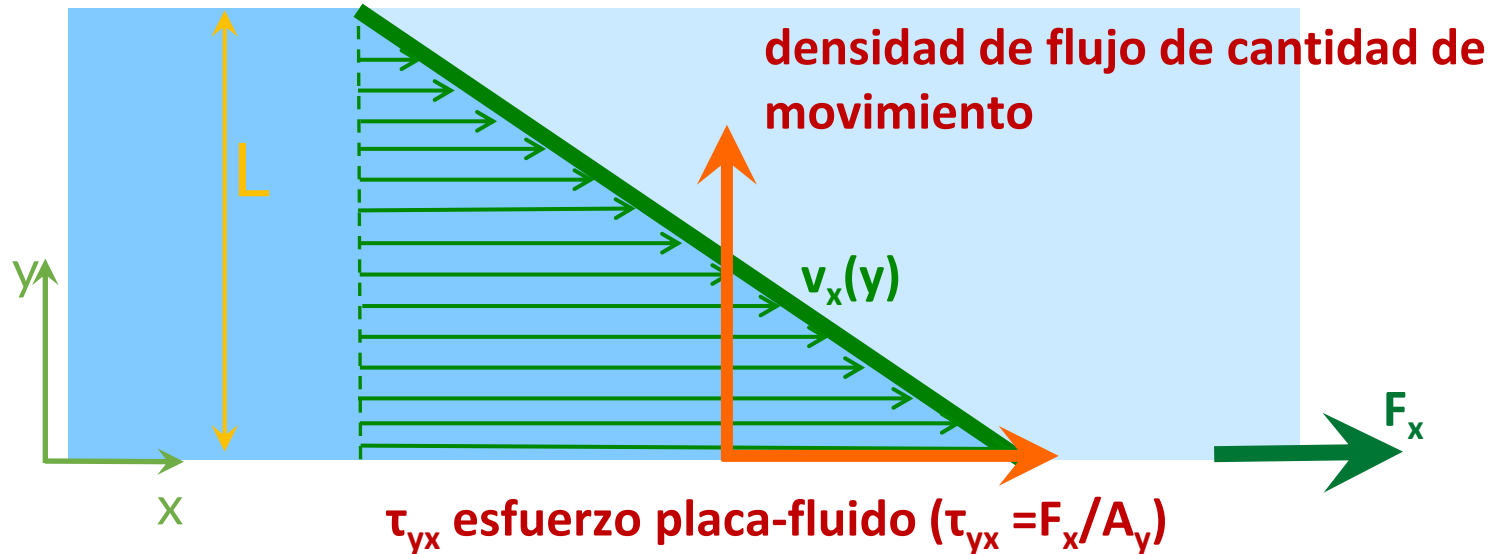
Densidad de flujo de
cantidad de movimiento

El esfuerzo cortante es proporcional al gradiente de velocidad, de igual dirección y de signo opuesto.

El gradiente de velocidad es la fuerza impulsora para el flujo de cantidad de movimiento y la constante de proporcionalidad es la viscosidad del fluido.

Solo es válida si el régimen de flujo es laminar.

Ley de Newton de la viscosidad

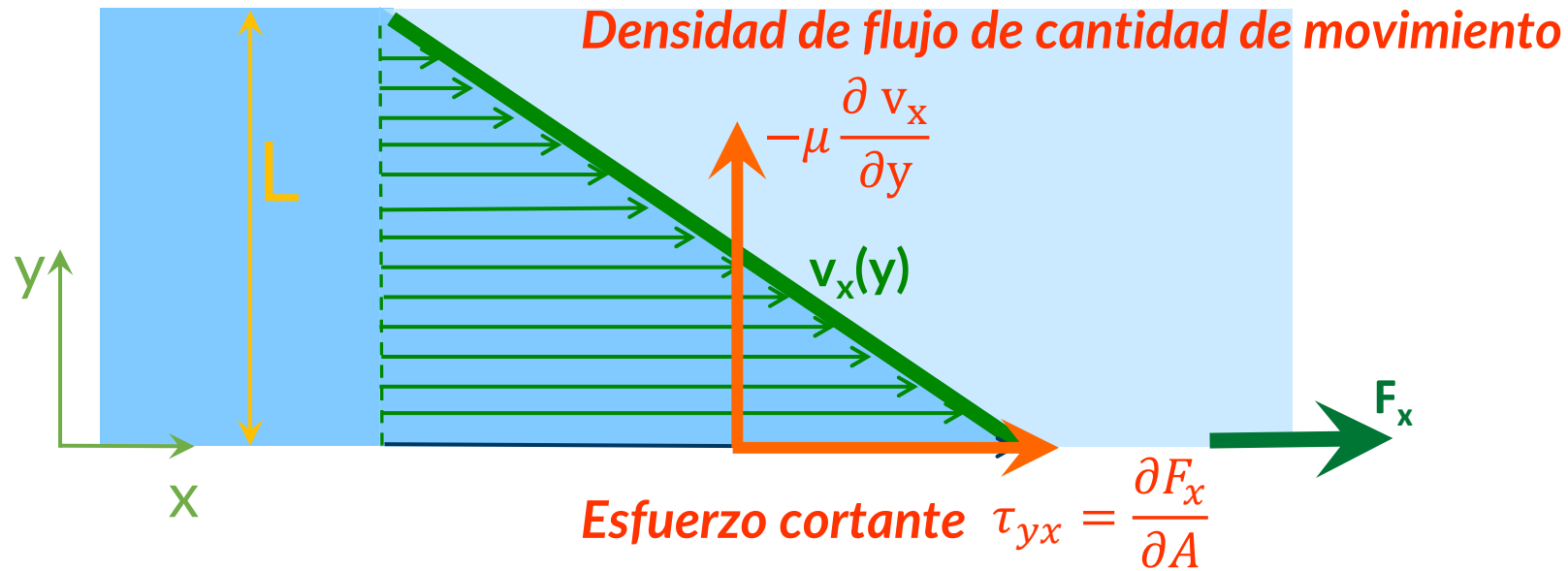


$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

La placa inferior en movimiento transfiere cantidad de movimiento a la capa contigua de fluido en la posición y , la cual adquiere cantidad de movimiento en la dirección «x», que luego la transfiere a la capa en $(y+\Delta y)$, y así el proceso continúa hasta llegar a la placa superior.

El esfuerzo cortante τ_{yx} según «x» genera un gradiente de velocidades según y , que provoca un flujo de cantidad de movimiento “x” en la dirección del gradiente («y») y sentido opuesto.

Ley de Newton de la viscosidad

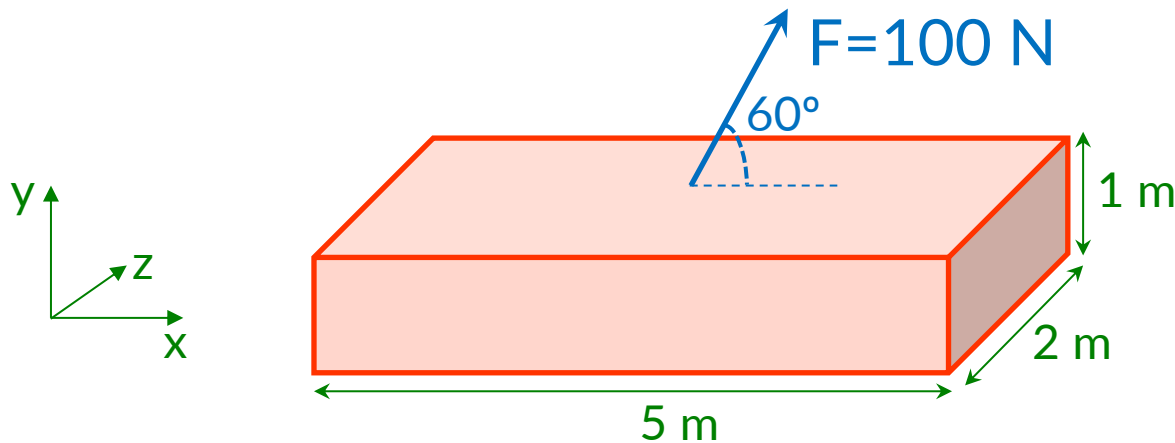


La dirección del flujo de cantidad de movimiento es la dirección del gradiente («y»)

La dirección del esfuerzo cortante es la del fluido («x»)

Esfuerzos

Considere el prisma indicado en la figura, y una fuerza ubicada en el plano xy , $F = 100 \text{ N}$, como se esquematiza.



$$\begin{aligned}\text{Sen } 60 &= 0,866 \\ \text{Cos } 60 &= 0,5\end{aligned}$$

Calcular el tensor de esfuerzos del sistema.

$$\bar{\bar{\tau}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

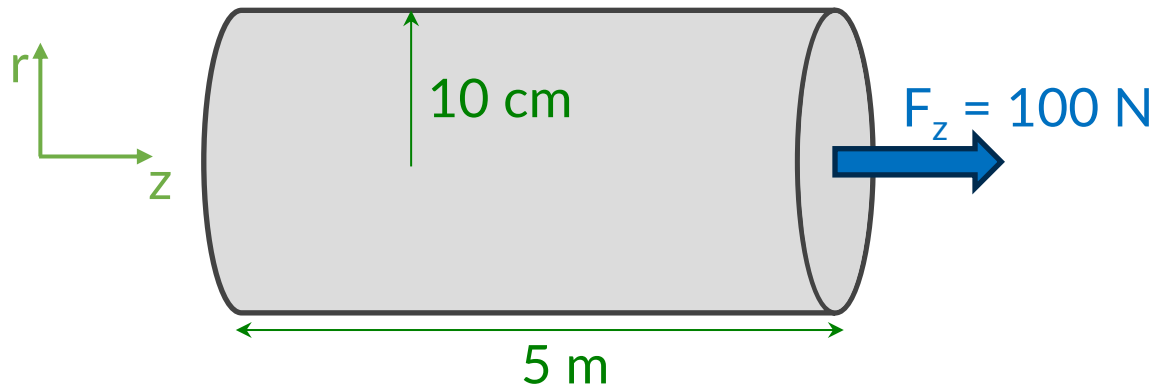


Esfuerzos

$$\bar{\tau}[Pa] = \begin{pmatrix} 25 & 43 & 0 \\ 5 & 8,7 & 0 \\ 10 & 17,3 & 0 \end{pmatrix}$$

Esfuerzos

Considere el cilindro macizo indicado en la figura, y una fuerza según el eje z , $F_z = 100$ N, como se esquematiza.



$$\bar{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \tau_{\theta\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

Calcular el tensor de esfuerzos del sistema.



Esfuerzos

$$\bar{\bar{\tau}}[Pa] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 31,8 \\ 0 & 0 & 200 \\ 0 & 0 & 3183 \end{pmatrix}$$

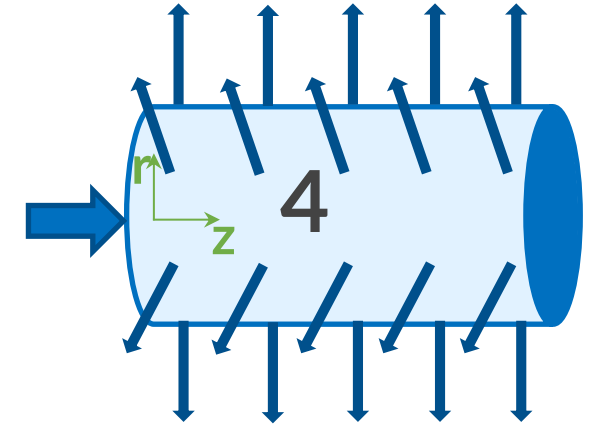
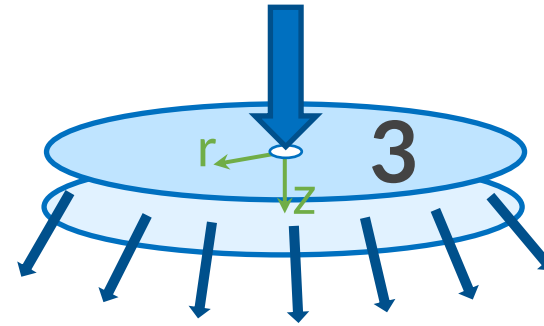
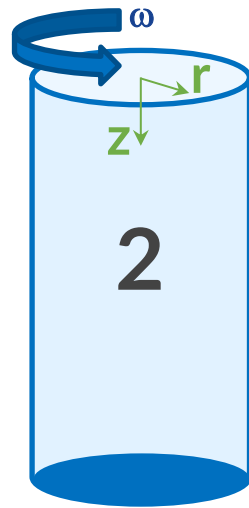
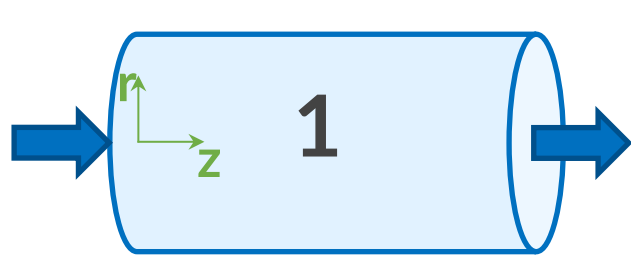


Velocidades y Esfuerzos

Asumamos ahora el escurrimiento de un fluido en los siguientes sistemas:

- 1) Agua que fluye dentro de un tubo según z .
 - 2) Agua dentro de un cilindro (tapado) que gira con velocidad angular ω .
 - 3) Agua que fluye dentro de un cilindro poroso, según r .
 - 4) Agua que fluye entre dos discos horizontales paralelos.
-
- a) ¿Qué componentes tiene el vector velocidad en cada sistema? ¿De qué coordenadas depende cada componente?
 - b) ¿Qué esfuerzos no son nulos en cada sistema?

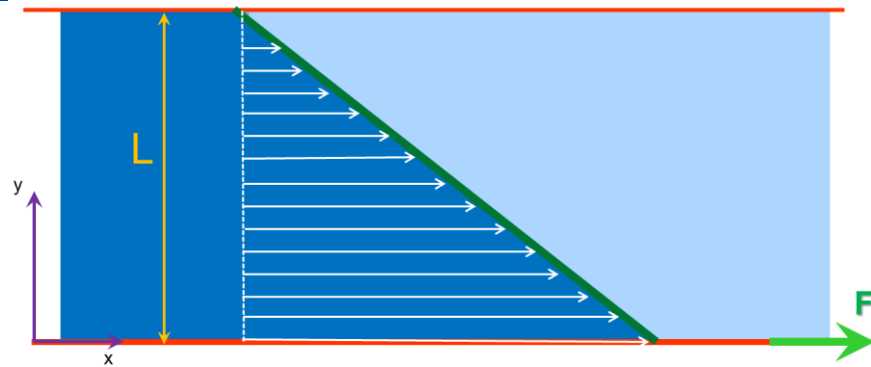
Velocidades y esfuerzos



- ¿Qué componentes tiene el vector velocidad en cada sistema? ¿De qué coordenadas depende cada componente?
- ¿Qué esfuerzos no son nulos en cada sistema?

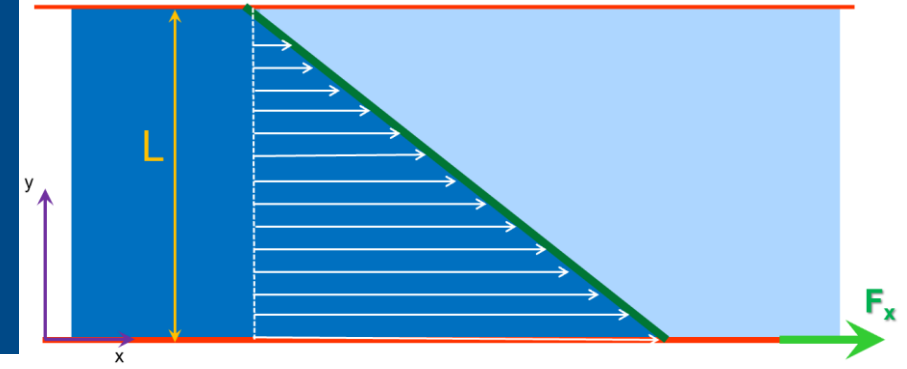
Ejercicio 1

En la experiencia de Newton:



- Encontrar la expresión del perfil de velocidades.
- Calcular y esquematizar el perfil de esfuerzos cortantes en el fluido.
- ¿Qué dirección y sentido tienen el esfuerzo cortante y la densidad de flujo de cantidad de movimiento en el sistema?
- ¿Qué dirección y sentido tiene la fuerza que el fluido ejerce sobre la placa inferior? Calcular su valor si el área de la placa es A .
- ¿Qué dirección y sentido tiene la fuerza que el fluido ejerce sobre la placa superior? Calcular su valor si el área de la placa es A .

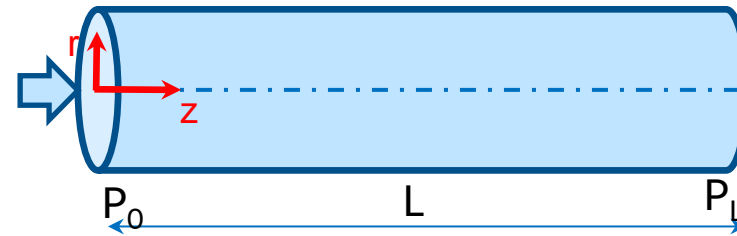
Ejercicio 1



Ejercicio 2

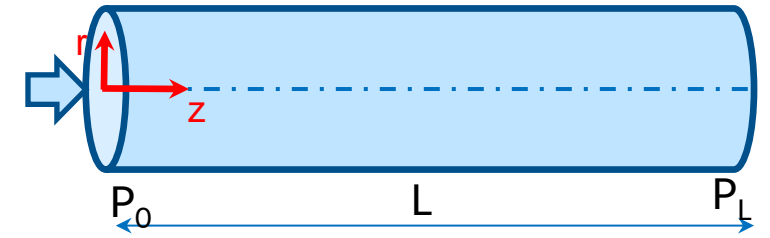
Considere el flujo de agua dentro de un tubo de radio R y largo L , bajo una diferencia de presiones $P_0 - P_L$, en dirección z . En estas condiciones el perfil de velocidades está dado por:

$$v_z(r) = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$



- Calcular y esquematizar el perfil de esfuerzos cortantes en el fluido.
- ¿Qué dirección y sentido tienen el esfuerzo cortante y la densidad de flujo de cantidad de movimiento?
- ¿Qué dirección y sentido tiene la fuerza que el fluido ejerce sobre las paredes del tubo? ¿Cuánto vale esta fuerza?

Ejercicio 2



Muchas gracias por tu atención

 www.fing.edu.uy

   /fingudelar



FACULTAD DE
INGENIERÍA



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY