

Práctico 5

Ej 1: Para probar que hay dos

Palomas = Personas

Nidos = segundos

de los
últimos

123 años

o más personas que nacieron en el mismo segundo, podemos contar personas y contar segundos, y si hay más personas que segundos podemos usar el principio del Palomar

personas vivas $> 8\,000\,000\,000 = 8 \cdot 10^9$

segundos posibles en los que estas personas hagamos nacido: Tenemos que contar todos los segundos de los últimos 123 años.

$$123 \text{ años} \left(\begin{array}{c} \leq 366 \\ 365 \text{ días} \\ \text{ó } 366 \text{ año} \end{array} \right) \cdot \frac{24 \text{ horas}}{\text{día}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{\text{hora}} \cdot \frac{60 \text{ seg}}{\text{min}}$$

$$\leq 123 \cdot 31\,622\,400 = 3\,889\,555\,200 \text{ segundos} \\ < 4\,000\,000\,000 \text{ segundos}$$

personas vivas ahora $> 8 \cdot 10^9 > 4 \cdot 10^9 > \#$ segundos posibles para que hayan nacido

Por el principio del palomar, hay al menos 2 personas que nacieron en el mismo segundo de los últimos 123 años

Hay al menos 2 personas vivas que nacieron en el mismo segundo

Pero podemos decir más,

como $\#$ personas vivas hoy $> 2 \#$ segundos posibles para que hayan nacido,

Podemos hacer el "Principio del palomar generalizado" y concluir que al menos 3 personas vivas nacieron en el mismo segundo.

Ej 2: Probar que de cualquier forma que elijamos 6 enteros distintos entre 1 y 9, dos de los que elegimos van a sumar 10

Palomas, números

Nidos: parejas de números que suman 10
o números sueltos

$\{1, 9\}$, $\{2, 8\}$, $\{3, 7\}$, $\{4, 6\}$, $\{5\}$ 5 nidos
A B C D E

Por el principio del Palomar, al menos 2 de los 6 números elegidos van a estar en el mismo nido.

Como son distintos, ese nido no va a ser $\{5\}$, van a ser dos números que suman 10

Ejemplos de posibles elecciones.

Palomas 1 2 3 4 5 6 1 2 3 5 7 9

Nidos $\left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \right\}$ 6
A B C D E

$\left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 9 \end{array} \right\}$ 7
A B C D E

Variación del problema: ^{todas las posibilidades}
¿Cuántos números entre 0 y 13 tengo
que elegir como mínimo, para asegurar
que al menos dos de ellos suman 11?
_{condición para armar}

Palomas: números (tengo que ver cuántos) ^{los nidos}

Nidos: Pares de números entre 0 y 13
que suman 11, o números sueltos

$\{0, 11\}$, $\{1, 10\}$, $\{2, 9\}$, $\{3, 8\}$, $\{4, 7\}$, $\{5, 6\}$, $\{12\}$, $\{13\}$

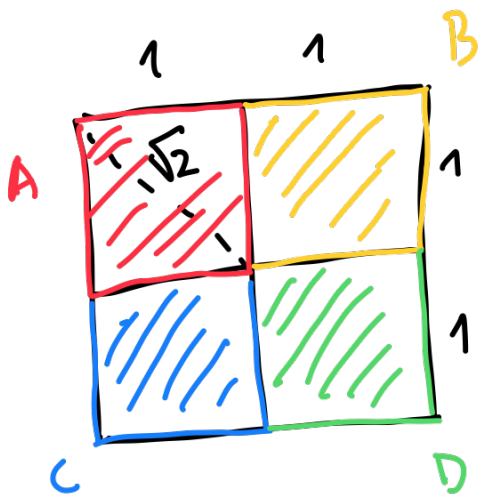
8 nidos.

Entonces, para asegurar que elegí dos números
que suman 11, tengo que elegir al menos
9 números. (número de nidos + 1)

Ej 4: Probar que de cualquier conjunto de 5 puntos en un cuadrado de lado 2, al menos un par de ellos van a estar a distancia menor o igual a $\sqrt{2}$

Palomas: Los 5 puntos

Nidos:



Si hay dos puntos dentro del mismo sub-cuadrado, la distancia entre ellos va a ser menor que $\sqrt{2}$

Como hay 4 sub-cuadrados y 5 puntos, por el P.P. hay al menos 2 de ellos que están en el mismo sub-cuadrado. Esos dos puntos están a distancia menor o igual a $\sqrt{2}$

