Práctico 2

1): Alfabeto con 5 vocales y 22 consonantes
¿Cuántas palabras de 6 letras
hay sin dos consonantes juntas
ni dos vocales juntas?

JAVIER no está en este conjunto
ABECID tiene dos vocales juntas
ABACAD sí, MAMAMA sí (se puede repetir)
JJAAHH no

Vamos a ponerles símbolos
Vocal: Vo
Consonante: Co

La condición de consonantes y vocales
es Vo Vo X, Co Co X
Es lo mismo que decir que las palabras
sólo pueden ser de dos formas

1) Co Vo Co Vo Co Vo
ó 2) Vo Co Vo Co Vo Co

Si contamos las 1) y las 2) y sumamos, listo (regla de la suma)

En este caso además 1) y 2) tienen la misma cantidad de palabras: a todas las conseguimos eligiendo independientemente y ordenadamente 3 consonantes y 3 vocales

¿Cómo hacemos esto? Por ejemplo 1)

Lugar	Co o Vo	# Posibilidades
1	Co	22
2	Vo	5
3	Co	22
4	Vo	5
5	Co	22
6	Vo	5

Por cada una, tengo todas las del siguiente paso

En total, aplicando la regla del producto, las palabras de tipo 1) son

$22 \cdot 5 \cdot 22 \cdot 5 \cdot 22 \cdot 5 = 1.331.000$

También lo podíamos escribir $22^3 \cdot 5^3$

Entre las de tipo 1) y 2), por la regla de la suma, hay 2.662.000

otro ejercicio parecido sería si no podemos repetir letras ABABAC ✗

ABECID ✓

En ese caso, cada letra nueva que elijo no puede ser igual a las anteriores

1)

Lugar	Co o Vo	# Posibilidades
1^{er}	Co	22
2^{o}	Vo	5
3^{er}	Co	21 → ($\neq$ del 1^{er})
4^{o}	Vo	4 → ($\neq$ del 2^{o})
5^{o}	Co	20 → ($\neq$ del 1^{er} y del 3^{er}, que son $\neq$ entre ellos, por eso 22-2)
6^{o}	Vo	3

En total, de tipo 1)

hay $22 \cdot 5 \cdot 21 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 3 = 554.400$

Es lo mismo que si hubiéramos elegido

Co Co Co, Vo Vo Vo sin repetir

Esto es $A(22,3) \cdot A(5,3) = 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

se puede escribir también como $\frac{22!}{19!} \cdot \frac{5!}{2!}$

Juntando tipo 1) y tipo 2), por la regla de la suma, tenemos en total

$$554.400 + 554.400 = 1.108.800$$

Comentario: Lo único que importa es que tenía 3 lugares para elegir, y que los lugares son distinguibles

(1, 2, 3, 4, 5, 6)

DABECI $\neq$ DEBACI

(Comentarios) <u>Ejercicio 2</u>

11 jugadoras distinguibles
5 lugares distinguibles (¿importa quién patea primero o después?)

Si importa, tenemos $A(11,5) = 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$
$= 55.440$

también se puede escribir $\dfrac{11!}{6!}$

Una manera de interpretar esto es

que tengo 11 lugares, pero los últimos 6 son indistinguibles entre sí (el banco tiene 6 jugadoras)

P = permutaciones

Por eso $A(11,5) = \frac{P(11)}{P(6)}$

Supongamos ahora, que sólo me importa quiénes patean y no cuándo patean, o sea, los lugares son indistinguibles.

$GJABM = MAJBG \longrightarrow \{A, B, G, J, M\}$

Al contar con lugares distinguibles, cada conjunto de 5 jugadoras lo contamos $P(5) = 5!$ veces $\ast$

Entonces, la cantidad de formas en que podemos elegir 5 jugadoras para patear, en posiciones indistinguibles, es

$$\frac{A(11,5)}{P(5)} = \frac{\frac{11!}{6!}}{5!} = \frac{11!}{6!\,5!} = C(11,5)$$

Tiene sentido, elegimos de un conjunto de 11, las 5 que el conjunto de patean

3 a) Si tengo que usar todas las 5 letras, sin repetir (1 vez cada una) son $P(5) = 5!$ palabras distintas

b) 3 letras en lugares distinguibles $\acute{A}RB \neq B\acute{A}R$, y las 5 letras son todas distintas (distinguibles)

Entonces Hay $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ opciones

También lo puedo pensar como $A(5,3) = \frac{5!}{2!}$

c) Es parecida a a) pero las letras no son todas distintas

ALGORITMO Las dos O son indistinguibles

Estrategia: Cuando algunas cosas son distinguibles y otras no, puedo probar contar como si fuera todo distinguible, y después divido ⊛

Primero resolvemos el problema para letras todas distinguibles

$ALGO_1RITMO_2$, son 9 letras "distintas"

En este caso la cantidad de palabras con todas las letras una vez, es $9!$

Ahora pasamos de la solución con O_1 y O_2 distinguibles, a la solución donde son indistinguibles

Ejemplo: $\left.\begin{array}{l} ALTRO_1IMGO_2 \\ ALTRO_2IMGO_1 \end{array}\right\} \rightarrow ALTROIMGO$

Cada palabra la cuento 2 veces

Entonces el número total de palabras diferentes, si las dos O son indistinguibles, es $\dfrac{9!}{2!}$ → Todas las permutaciones de esas 2 letras O

MANZANA ¿Cuántas palabras distintas podemos formar con sus letras?

¿Cuántas letras indistinguibles hay de cada tipo?

M → 1

A → 3

N → 2

Z → 1

En total son 7 letras si fueran todas distinguibles tengo 7! palabras,

Pero como las tres A son indistinguibles

$$3!\ \text{posibles}\left\{\begin{array}{l} M\,A_1 Z\,A_2 A_3 N_1 N_2 \\ M\,A_1 Z\,A_3 A_2 N_1 N_2 \\ \quad\vdots \end{array}\right\} \text{MAZAANN}$$

y cada una de ellas está contada 2 veces porque las dos N son indistinguibles

En total son $\dfrac{7!}{\underset{A}{3!}\ \underset{N}{2!}}$

Otra forma de pensar el problema.

Elegimos en qué lugares poner cada letra

A : Elijo 3 lugares donde va la A   _ _ _ _ _ _ _

Tengo $C(7,3)$ formas posibles

N : Elijo 2 lugares entre los $7-3=4$ que ya tienen A   _ X _ _ X _ X

Tengo $C(4,2)$ formas posibles

M : Elijo 1 lugar de los $2=7-3-2$ que quedan

Z : El lugar que queda

En total hay

$$C^{7}_{3} \cdot C^{4}_{2} \cdot C^{2}_{1} = \frac{7!}{3!\,4!} \cdot \frac{4!}{2!\,2!} \cdot \frac{2!}{1!}$$

$$= \frac{7!}{3!\;2!}$$