Matemática Discreta

"opuesto"
"complementario" de continua
(Cálculo)

Discreta (Latín)

Dis|cernir
separar

en este curso no $0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad 1$

$-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

Protagonistas : $\boxed{*}$ números naturales $\mathbb{N}$

$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

↳ a alguna gente no le gusta

. . . .

⊙ cada número tiene un sucesor $s(n) = n+1$

También van a aparecer
números enteros ($\mathbb{Z}$)

$\{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}$

$\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\boxed{*}$ Conjuntos (gran parte de las veces)
<u>finitos</u>

conjunto finito $\rightsquigarrow$ cantidad
de elementos

A

<u>$\# A$</u> (cardinal)

$|A|$

Matemática

$\boxed{*}$ conjuntos, clases (tipos de elementos)

Ej: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, {naturales positivos y pares}

M = {todas las personas conectadas a esta sala de zoom}

conjuntos de subconjuntos:

$\{\{0,1\}, \{0\}, \{1\}, \emptyset\}$ = Partes $\{0,1\}$ $\mathcal{P}(\{0,1\})$

$\boxed{*}$ Operaciones $\quad a, b \in \mathbb{N}$, $\quad a+b \in \mathbb{N}$

$a \cdot b$

A, B $\quad A \cup B$

subconjuntos $\quad A \cap B$

$\boxed{*}$ Proposiciones : oraciones, frases.

Las proposiciones pueden ser

Verdaderas o Falsas.

2 es par ✓

$3 > 2$ ✓

El nombre de la madre de Javier ✓
empieza con G.

Mañana va a llover (no sabemos)

157 321 es primo (en principio
no sabemos)

$7 > 38$ F

Montevideo tiene 3 millones de habitantes F

↑ Todas estas son proposiciones cerradas: sin variables (usamos P, Q, ...)

Las proposiciones abiertas son las que tienen variables. Las escribimos como funciones

$P(n)$: n es par $(n \in \mathbb{N})$

$Q(n)$: X tiene 39 millones de habitantes (X ciudad)

$R(n)$ Hay alguien en M que tiene n años $(n \in \mathbb{N})$

Van a ser verdaderas o falsas dependiendo del valor de la variable

$P(2)$ es V, $P(3)$ es F

Q(Montevideo) es falsa

Q(Tokio) es verdadera

$R(2)$ es falsa

$R(40)$ es verdadera

<u>Cuantificadores</u> $\forall$, $\exists$

Si $R(18)$, $R(19)$, $R(20)$, $R(21)$ son verdaderas,

podemos escribir $R(n)$ es verdadera

para todo $n \in \{18, 19, 20, 21\} = A$

que cumplen que

para todos los n naturales tales que

$$18 \leq n \leq 21$$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $R(n)$ es falsa

$\forall n \in A$ $R(n)$

---

existe

$R(n)$ tiene un $\exists$ escondido

$R(n)$: <u>Hay</u> alguien en M con n años

$P(n)$: $\exists X \in M$ tal que la edad de X es n años

persona

¿Cómo probar un $\exists$? Muchas veces es encontrando un elemento

¿Cómo probar un $\forall$? En conjuntos grandes, muchas veces es con un razonamiento (demostración)

Participantes de MD1 T4

$\exists X \in M$: edad$(X) = 18$: por ejemplo Alfonso

no $\exists X \in M$: edad$(X) = 2 \Leftrightarrow \forall X \in M$ edad$(X) \neq 2$

Si $X \in M \Rightarrow X$ terminó Bachillerato, UTU, ...

$\Rightarrow$ edad $(X) \geq 17 \Rightarrow$ edad$(X) \neq 2$

Proposiciones que son implicancias

(A)

$\forall n$ Si n es par $\Rightarrow n$ termina en 2

(B)

$\forall x$ La ciudad X tiene más de 3.000.000 de habitantes $\Rightarrow$ La ciudad X tiene subte

(C)

$\forall D$ El día D llueve mucho $\Rightarrow$ El día D se suspenden los tablados

(A) es falsa: encontramos un contraejemplo

$n = 10$ es par y no termina en 2

(C) es verdadera: Si llueve mucho

$\Rightarrow$ se mojan todos los tablados

$\Rightarrow$ se suspenden los tablados

Las recíprocas son

rA) si n termina en 2 $\Rightarrow$ n es par:

si n termina en 2, $n = \underbrace{10a}_{\text{par}} + \underbrace{2}_{\text{par}} \Rightarrow n$ es par

$22 = 10 \cdot 2 + 2$

$572 = 10 \cdot 57 + 2$

otra forma: $n = 10a + 2 = 2\left(\overbrace{5a+1}^{\in \mathbb{Z}}\right)$ par

rB y rC ¿son verdaderas o falsas?