# Teoría de Lenguajes

AFD
AFND

# Expresiones Regulares

## Notación formal para definir lenguajes (conjuntos) sobre un alfabeto $\Sigma$

- $\emptyset$ es una ER que describe al conjunto $\emptyset$
- **a** es una ER $\forall a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- Si r y s son ER para describir R y S respectivamente entonces:
  - $r|s$ es una ER para $R \cup S$, *unión*
  - $r.s$ es una ER para $R.S$, *concatenación*
  - $r^*$ es una ER para $R^*$, *clausura de Kleene*
- Estas son todas las Expresiones Regulares definidas sobre $\Sigma$

# Lenguajes Regulares

Definición (1):

Un lenguaje ***L*** es **Regular** si existe una expresión regular *r* que lo describe, es decir, ***L*** = L(***r***)

Ver algunos ejemplos….

# Autómatas Finitos

# Autómata Finito Determinista

Un AFD es una máquina de estados que se puede representar por la siguiente quíntupla

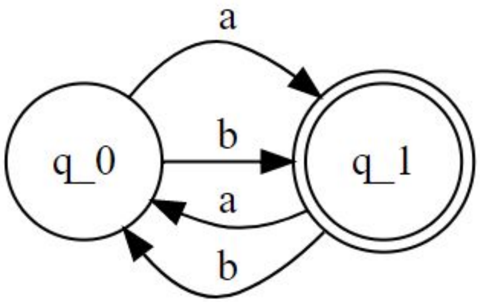
$$M : (Q, \Sigma, \delta, q_o, F) \text{ donde:}$$

- Q: conjunto de estados
- $\Sigma$: alfabeto
- $\delta$: función de transición / $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- $q_o$: estado inicial / $q_o \in Q$
- F: conjunto de estados finales (aceptores) / $F \subseteq Q$

# Autómata Finito Determinista

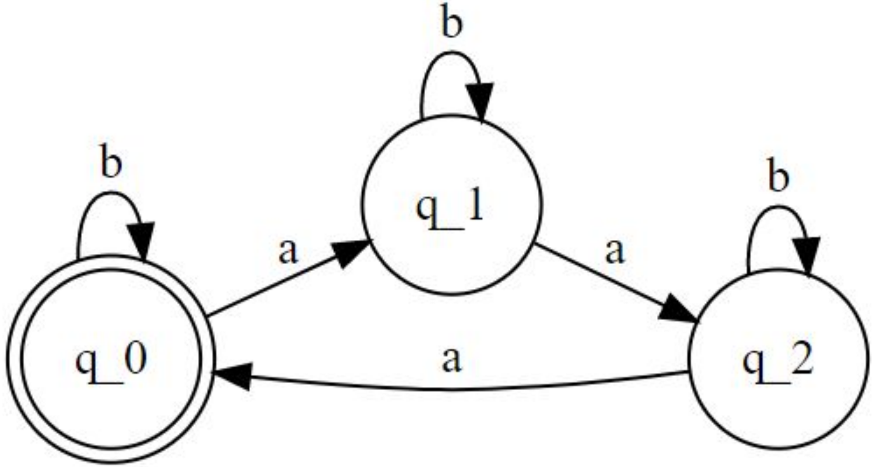
Ejemplos dado {a,b}

1) Lenguaje de tiras con cantidad impar de símbolos



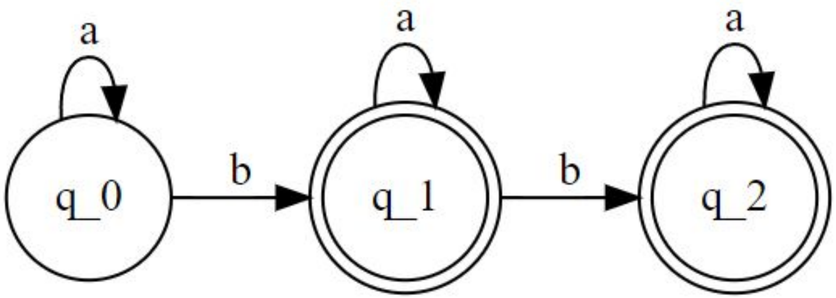
# Autómata Finito Determinista

2) Lenguaje de tiras con cantidad de **a**'s múltiplo de 3



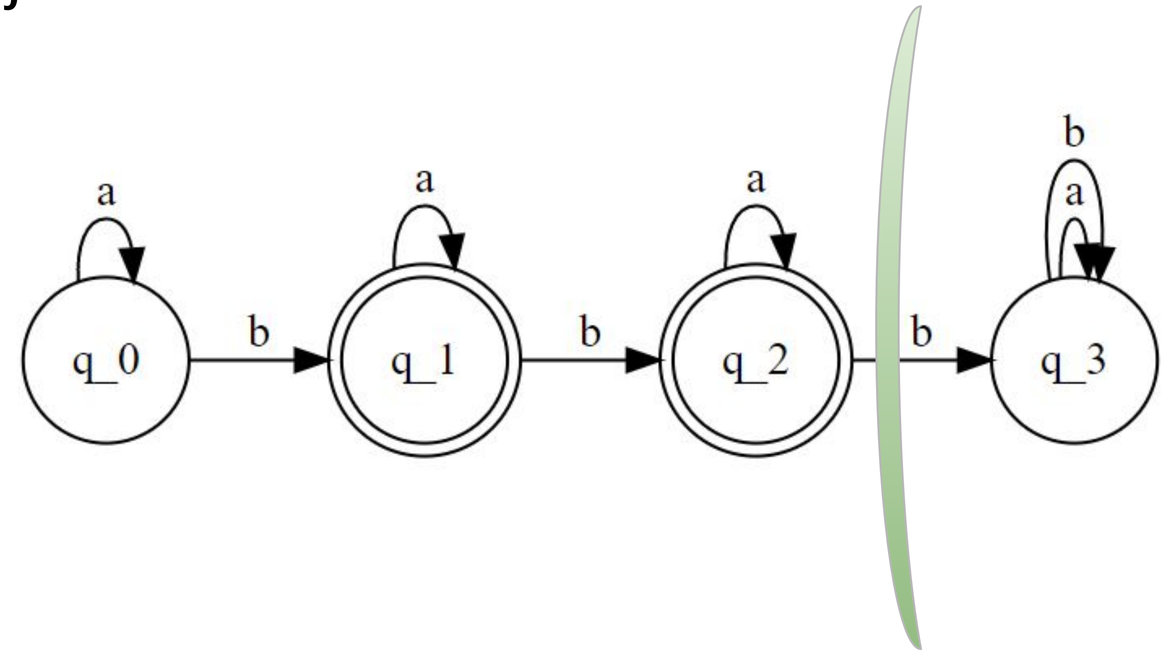
# Autómata Finito Determinista

3) Lenguaje con exactamente una o dos **b**'s



# Autómata Finito Determinista

## 3) Lenguaje con exactamente una o dos **b**'s



# Autómata Finito Determinista

## Extensión para manejar strings

$\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

$\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q \quad \forall\, q \in Q$

$\hat{\delta}(q,wa) = \delta(\hat{\delta}(q,w),a) \quad \forall\, q \in Q \quad a \in \Sigma \quad w \in \Sigma^*$

Basado en la definición inductiva de $\Sigma^*$

$\varepsilon \in \Sigma^*$

si $a \in \Sigma$, $w \in \Sigma^*$ entonces $wa \in \Sigma^*$

# Autómata Finito Determinista

Definición:

Lenguaje ***L*** aceptado por un AFD M : $(Q,\Sigma,\delta,q_o,F)$

$$\boldsymbol{L} = L(M) = \{ x \in \Sigma^* \ / \ \delta\hat{}(q_0,x) \in F \}$$

# Lenguaje Regular

Definición (2):

Un lenguaje ***L*** es Regular si es aceptado por un AFD $M:(Q,\Sigma,\boldsymbol{\delta},q_o,F)$

otra forma

Un lenguaje ***L*** es Regular si existe un AFD $M:(Q,\Sigma,\boldsymbol{\delta},q_o,F)$ que lo reconoce

$$\boldsymbol{L} = L(M)$$

# Lenguaje Regular

¿El lenguaje de las tiras de a’s y b’s / el 3er símbolo de la derecha (desde el final de las tiras) es una **b**, es regular?

$(a|b)^* \, b \, (a|b) \, (a|b)$

Entonces es Regular

¿Cómo sería un AFD?

# Autómata Finito No Determinista

Un AFND es una máquina de estados que se puede representar por la siguiente quíntupla

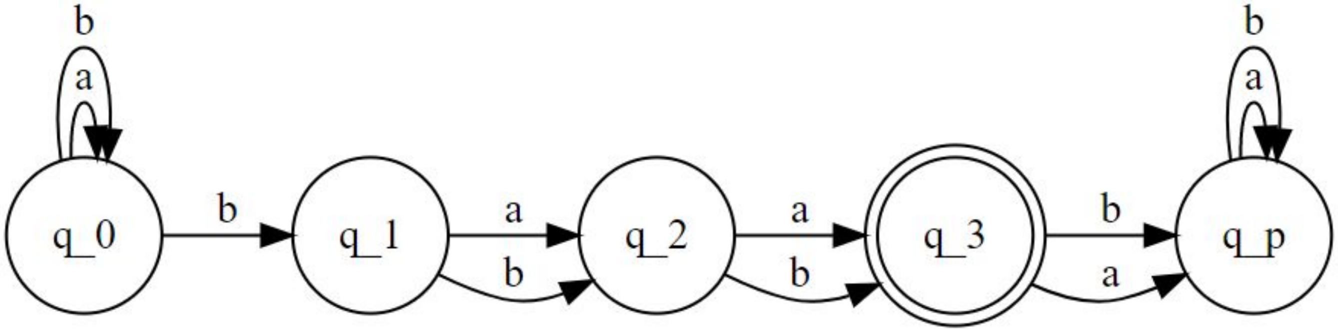
$$M : (Q, \Sigma, \delta, q_o, F) \text{ donde:}$$

- Q: conjunto de estados
- $\Sigma$: alfabeto
- $\delta$: función de transición / $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
- $q_o$: estado inicial / $q_o \in Q$
- F: conjunto de estados finales (aceptores) / $F \subseteq Q$

# Autómata Finito No Determinista

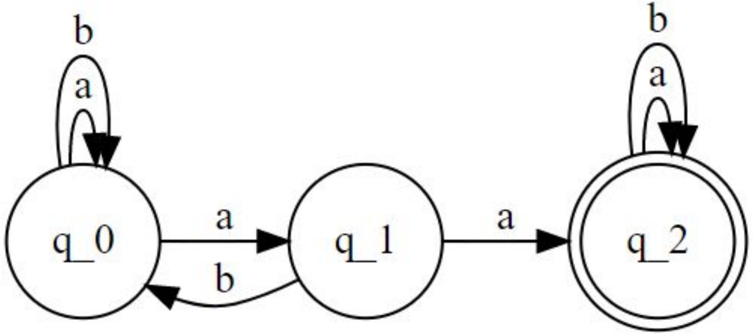
## Ejemplos dado {a,b}

1) El lenguaje tal que el 3er símbolo de la derecha es una **b**



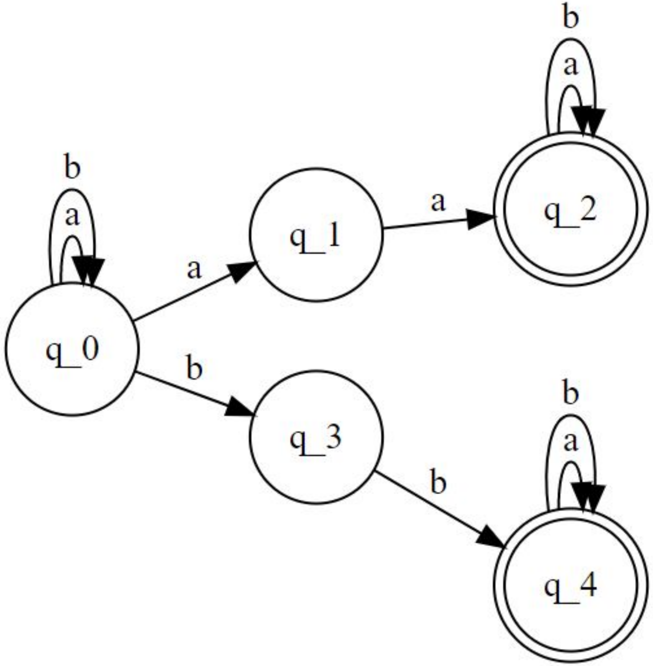
# Autómata Finito No Determinista

2) El lenguaje de las tiras con al menos dos **a**'s consecutivas



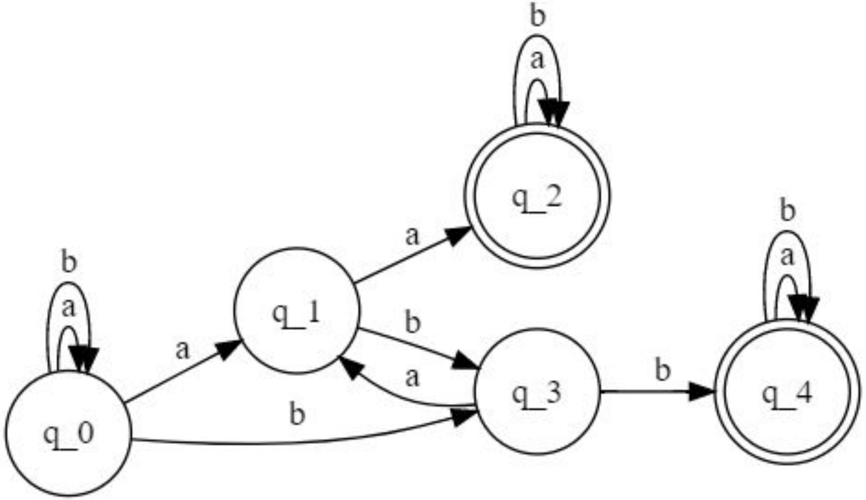
# Autómata Finito No Determinista

## 3) El lenguaje de las tiras con al menos dos **a**'s o dos **b**'s consecutivas



# Autómata Finito No Determinista

3) El lenguaje de las tiras con al menos
dos **a**’s o dos **b**’s consecutivas
(con **δ** total)



# Autómata Finito No Determinista

Extensión para manejar strings

$\delta^\wedge: Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$

Necesito manejar la función $\delta$ con conjuntos de estados...

$\delta^\sim: 2^Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

$\delta^\sim(P,a) = \bigcup_{q \in P} \delta(q,a) \quad P \subseteq Q$

de donde

$\delta^\wedge(q,\varepsilon) = \{q\} \quad \forall\, q \in Q$

$\delta^\wedge(q,wa) = \delta^\sim\big(\delta^\wedge(q,w),a) \quad \forall\, q \in Q \quad a \in \Sigma \quad w \in \Sigma^*$

# Autómata Finito No Determinista

Definición:

Lenguaje $\boldsymbol{L}$ aceptado por un AFND M : $(Q,\Sigma,\delta,q_o,F)$

$$\boldsymbol{L} = L(M) = \{ x \in \Sigma^* \ / \ \delta^\wedge(q_0,x) \cap F \neq \emptyset \}$$

# Lenguaje Regular

Definición (3):

Un Lenguaje $\boldsymbol{L}$ es Regular si es aceptado por un AFND $M:(Q,\Sigma,\boldsymbol{\delta},q_o,F)$

otra forma

Un Lenguaje $\boldsymbol{L}$ es Regular si existe un AFND $M:(Q,\Sigma,\boldsymbol{\delta},q_o,F)$ que lo reconoce

$$\boldsymbol{L} = L(M)$$

# Equivalencia de AFD y AFND

1) AFD $\Rightarrow$ AFND
2) AFND $\Rightarrow$ AFD :: $M : (Q,\Sigma,\delta,q_o,F) \Rightarrow M' : (Q',\Sigma,\delta',q'_o, F')$

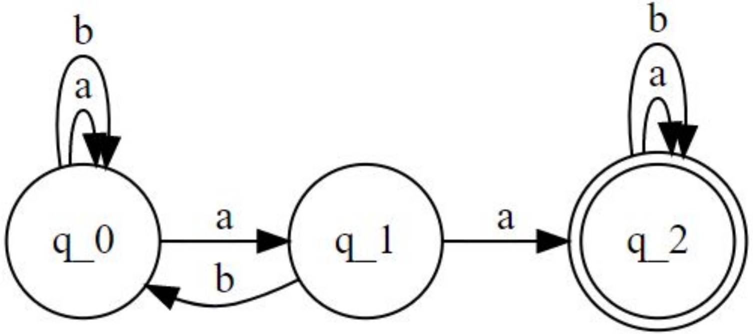
Algoritmo:

- $Q' \subseteq 2^Q$ cada estado en Q' está asociado a subconjuntos de Q
- $q_0' = \{q_0\}$ :: $[q_0]$
- $F' \subseteq Q'$ asociados a subconjuntos de Q que contienen algún $q \in F$
- $\delta'([q_i\ldots q_t],a) = [q_j\ldots q_r] \Leftrightarrow \delta^{\sim}(\{q_i\ldots q_t\},a) = \{q_j,..,q_r\}$

Entonces $\delta'^{\wedge}([q_0],x) \in F' \Leftrightarrow \delta^{\wedge}(q_0,x) \cap F \neq \emptyset$

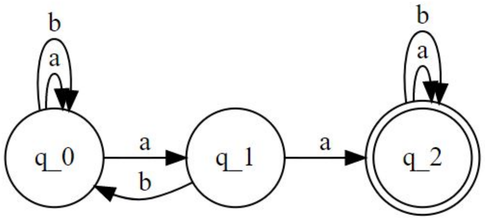
# Aplicación

## El lenguaje de las tiras con al menos dos **a**'s consecutivas

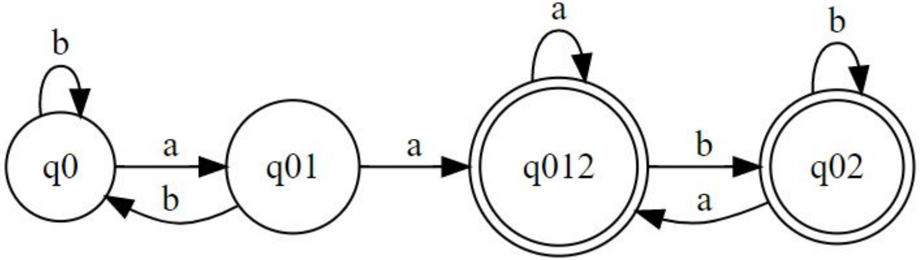


# Aplicación (cont.)

## El lenguaje de las tiras con al menos dos **a**'s consecutivas

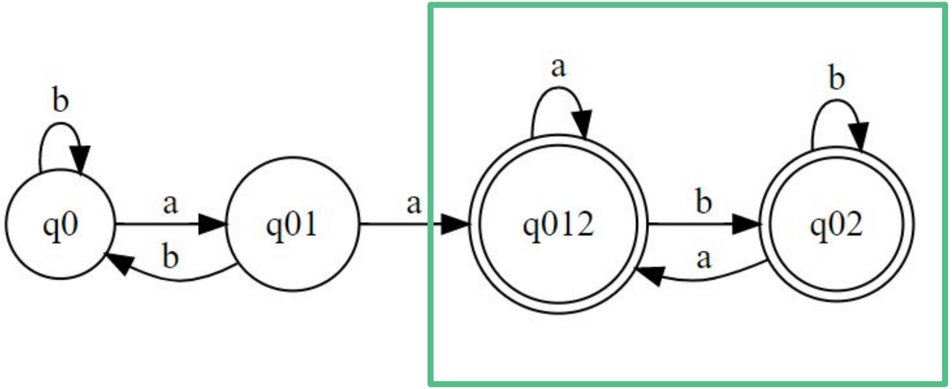



| δ' | a | b |
|---|---|---|
| [q0] | [q01] | [q0] |
| [q01] | [q012] | [q0] |
| [q012] | [q012] | [q02] |
| [q02] | [q012] | [q02] |



# Aplicación (cont.)

El lenguaje de las tiras con al menos dos **a**'s consecutivas




intuitivamente...