Introducción al Control Industrial

Práctico 1

Modelado de sistemas, transformada de Laplace y linealización

2025

1) Calcular la transformada de Laplace de la siguientes funciones:

(a) $f(t) = \delta(t)$ (b) $f(t) = 7,8$ (c) $f(t) = 16 \cdot e^{-8t}$

(d) $f(t) = 18t^2$ (e) $f(t) = 120 \cdot sen(25t)$

(f) $f(t) = 3.2 \cdot cos(100t)$

2) Calcular $f(t)$, siendo $F(s)$ su transformada de Laplace:

(a) $\frac{s+2}{2(s^2-1)}$ (b) $\frac{8}{s^2}$ (c) $\frac{1}{s(s^2+1)}$ (d) $\frac{25\omega}{(s^2+\omega^2)}$

(e) $\frac{250\omega}{((s+4)^2+\omega^2)}$ (f) $\frac{e^{-4s}}{s^3}$ (g) $\frac{82}{s\cdot(5s+1)}$ (h) $\frac{4\cdot(s+5)(s+7)}{s(s+3)(s+6)}$

3) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales aplicando transformada de Laplace:

(a) $x''(t) + 5x'(t) + 4x(t) = 1,$ con $x(0) = 3,\ x'(0) = 1,\ \ t \geq 0$

(b) $0.5x''(t) + 0.6x'(t) + 2.1x(t) = 5,$ con $x(0) = 0,\ x'(0) = 0$

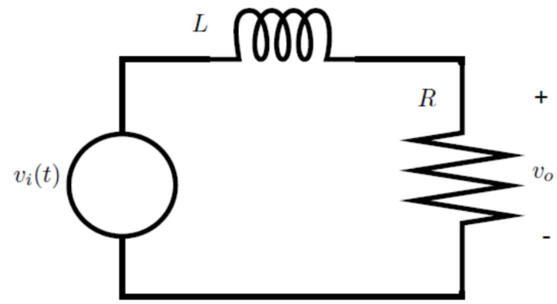
(c) $x'(t) + ax(t) = u(t),$ con $x(0) = x_0$ y $a > 0$
(i) $u(t) = 0$ (ii) $u(t) = 1$ (iii) $u(t) = cos(\omega_o t)$

4) Un sistema masa-resorte-amortiguador es descrito por siguiente ecuación diferencial:

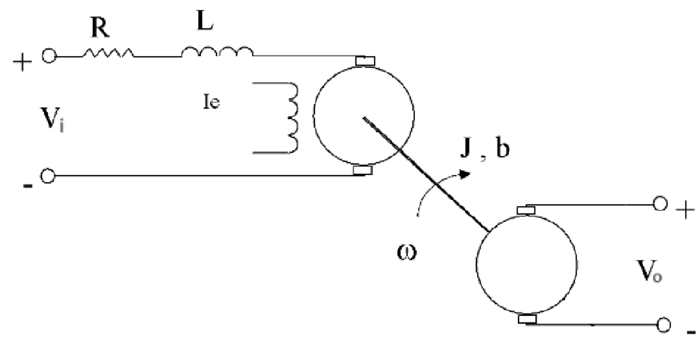
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F$$

Determine la función de transferencia, X(s)/F(s).

5) Dado el circuito RL de la figura, hallar la respuesta $v_o(t),\ t \geq 0$ cuando en la entrada se aplica una señal escalón de amplitud E utilizando la transformada de Laplace.



6) El siguiente sistema consiste en un par motor-generador. El motor es accionado por un voltaje de entrada ***Vi***, ***J*** y ***b*** son el momento de inercia y el coeficiente de fricción viscosa del eje de giro.



El generador está acoplado al mismo eje y genera el voltaje de salida ***Vo***, el cual es proporcional a la velocidad angular del eje con una constante de proporcionalidad ***K*** ($V_0 = K\omega$).

a) Plantear las ecuaciones diferenciales que rigen el sistema.

b) Calcular la función de transferencia en Laplace entre el voltaje de salida ***Vo*** y el de entrada ***Vi***.

7)

a) Verifique que el diagrama de bloques de la figura corresponde a un sistema lineal cuya dinámica viene dada por:

$x' = Ax + Bu$

$y = Cx + Du$

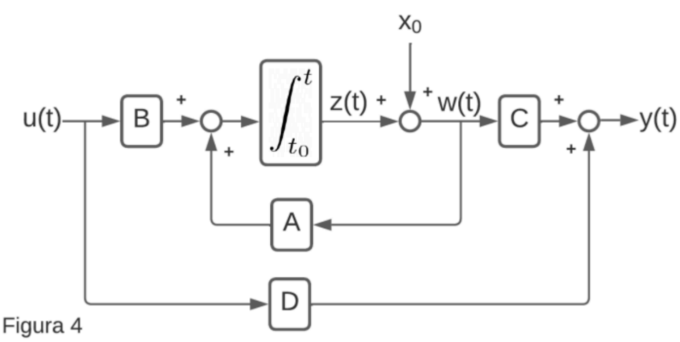


Figura 4

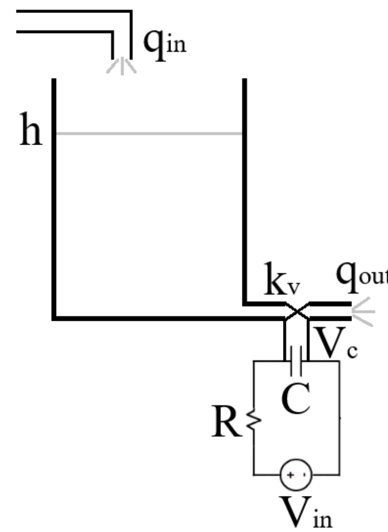
y la condición inicial $x(to) = xo$.

En ese caso, ¿qué representan los vectores $z(t)$, $\frac{dz(t)}{dt}$ y $w(t)$?

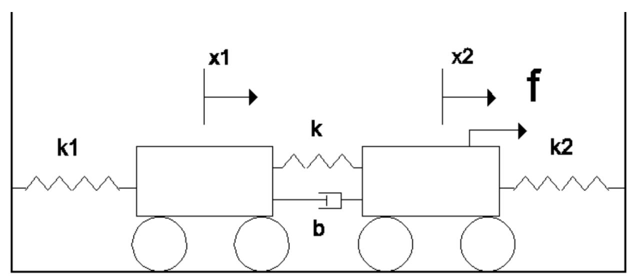
Obsérvese como se puede representar un sistema dinámico con condiciones iniciales nulas y una entrada adicional que representa la condición inicial.

b) Calcule la matriz de transferencia tomando como entradas u(t) y xo.

8) En el sistema de la figura, se muestra el sistema de control del nivel de agua en un tanque. Se tiene el caudal de entrada q_{in} y el de salida q_{out}, el cual se controla mediante una válvula accionada por un circuito RC de entrada V_{in} tal que $q_{out} = k_v V_c$. Hallar la matriz de transferencia del sistema de entradas $u = [q_{in}, V_{in}]$ y salida h.



9) Dado el mecanismo de la figura, con dos carritos, tres resortes y un amortiguador de pistón, se considera su movimiento alrededor de la posición de reposo con el carro de masa ***M2*** sometido a una fuerza variable ***f(t)***.



a) Modele el mecanismo con un sistema de la forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = A.x + B.u \\ y = C.x + D.u \end{cases}$$

$$donde \quad u = f(t), \quad x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 \end{bmatrix}^t, \quad y = x$$

b) Deduzca la matriz de transferencia ***H(s)*** para condiciones iniciales nulas.