

AFOROS



Edición 2025

Federico Vilaseca

Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA)
Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

fvilaseca@fing.edu.uy

INTRODUCCIÓN

Bibliografía

- ❖ Chow V.T.; Maidment, D.R. & Mays, L.W. (1994), *Hidrología Aplicada*.
- ❖ Chow V.T (1994). *Hidráulica de canales abiertos*.
- ❖ U.S.B.R. (2001), *Water Measurement Manual* (<https://www.usbr.gov/tsc/techreferences/mands/wmm/>)
- ❖ Sauer, V.B. & Turnipseed, D.P. (2010). *Stage Measurement at Gaging Stations*. U.S.G.S. Techiques and Methods 3-A7 (<https://pubs.usgs.gov/tm/tm3-a7/tm3a7.pdf>)
- ❖ Turnipseed, D.P & Sauer, V.B. (2010). *Discharge Measurement at Gaging Stations*. U.S.G.S. Techiques and Methods 3-A8 (<https://pubs.usgs.gov/tm/tm3-a8/tm3a8.pdf>)
- ❖ Bentancor et al. (2018), *Tecnologías de medición y transmisión de datos en sistemas de riego por gravedad*, INIA FPTA -292. (<http://www.ainfo.inia.uy/digital/bitstream/item/11070/1/INIA-FPTA-66-292-Riego-Arroz-y-Pasturas.pdf>)

INTRODUCCIÓN

¿Qué es aforar?

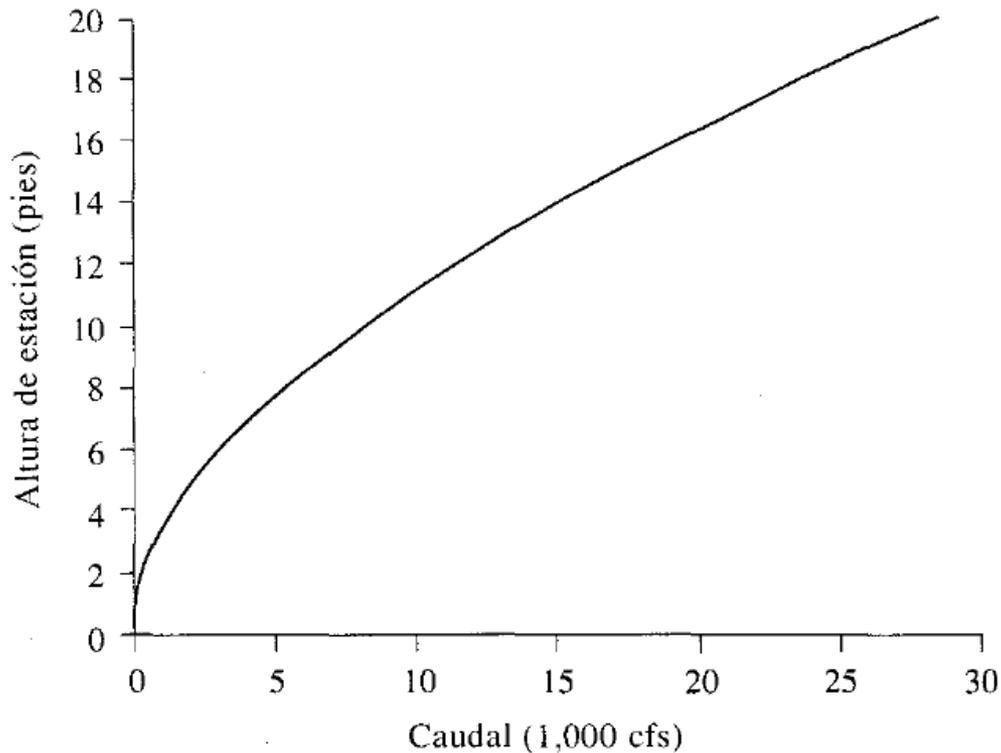
- ❖ Determinar, a través de mediciones, el caudal líquido que pasa por una sección dada en un cauce o canal.

¿Para qué aforar?

- ❖ Obtener información sobre los procesos hidrológicos de escorrentía superficial.
- ❖ Cuantificar volúmenes de agua disponibles para su adecuada gestión y distribución.
- ❖ Obtener datos de entrada a modelos de simulación hidrológica, para diseño, predicción, análisis y toma de decisiones.

INTRODUCCIÓN

Los métodos de aforo tradicionales buscan determinar una curva que vincule el nivel del pelo de agua y el caudal circulante en una sección dada. ¿Por qué?



Para generar esta curva es necesario medir nivel y caudal

Figura extraída de Chow (1994).

CONTENIDOS

- 1) Medición de niveles
- 2) Medición de caudales
- 3) Curvas de aforo



MEDICIÓN DE NIVELES

¿Qué buscamos medir?

La cota de la superficie libre del agua (respecto a un cero de referencia) en nuestra sección de interés.

Métodos de medición:

- ❖ Reglas
- ❖ Sensores de presión sumergibles
- ❖ Medidores ultrasónicos y de radar
- ❖ Otros métodos

MEDICIÓN DE NIVELES

Reglas



MEDICIÓN DE NIVELES

Reglas



MEDICIÓN DE NIVELES

Reglas



MEDICIÓN DE NIVELES

Reglas



MEDICIÓN DE NIVELES

Sensores de presión sumergibles



* Imágenes extraídas del manual 3-A7 del USGS “Stage Measurement at Gaging Stations”

MEDICIÓN DE NIVELES

Sensores de presión sumergibles



Cañada en Parque Salus



Arroyo Maldonado

MEDICIÓN DE NIVELES

Sensores ultrasónicos y de radar



MEDICIÓN DE NIVELES

Otros métodos



A



B

Medidor eléctrico

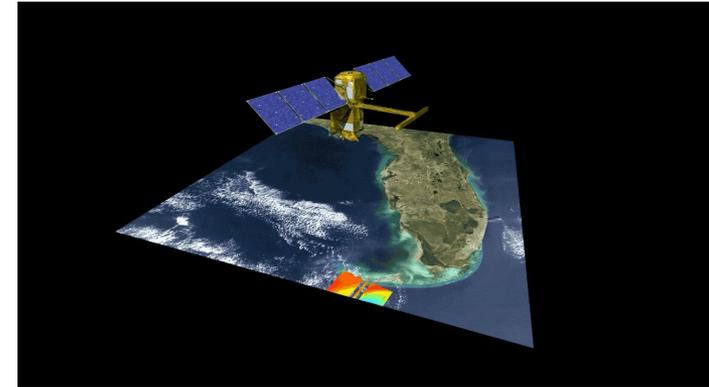


C



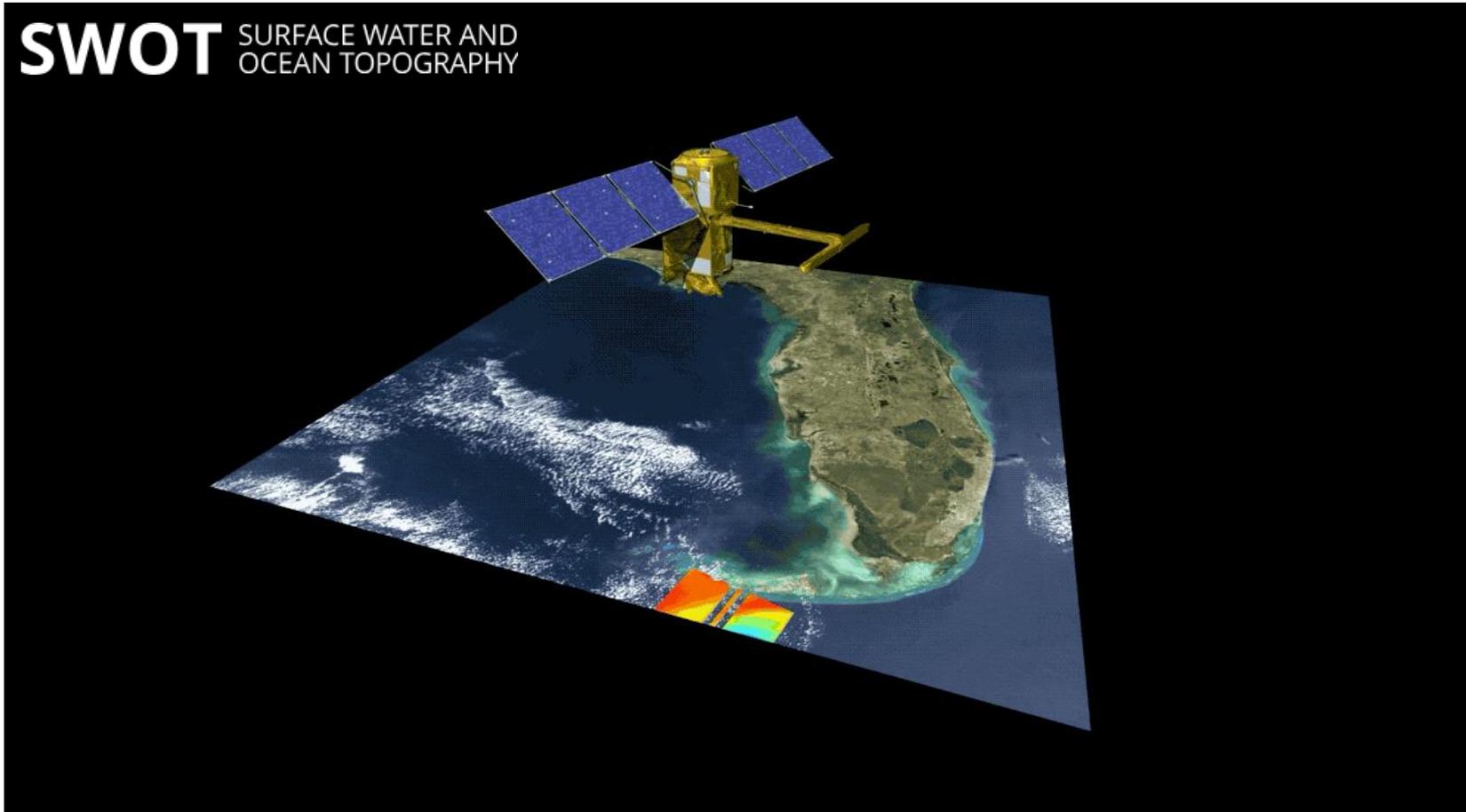
B

Flotador



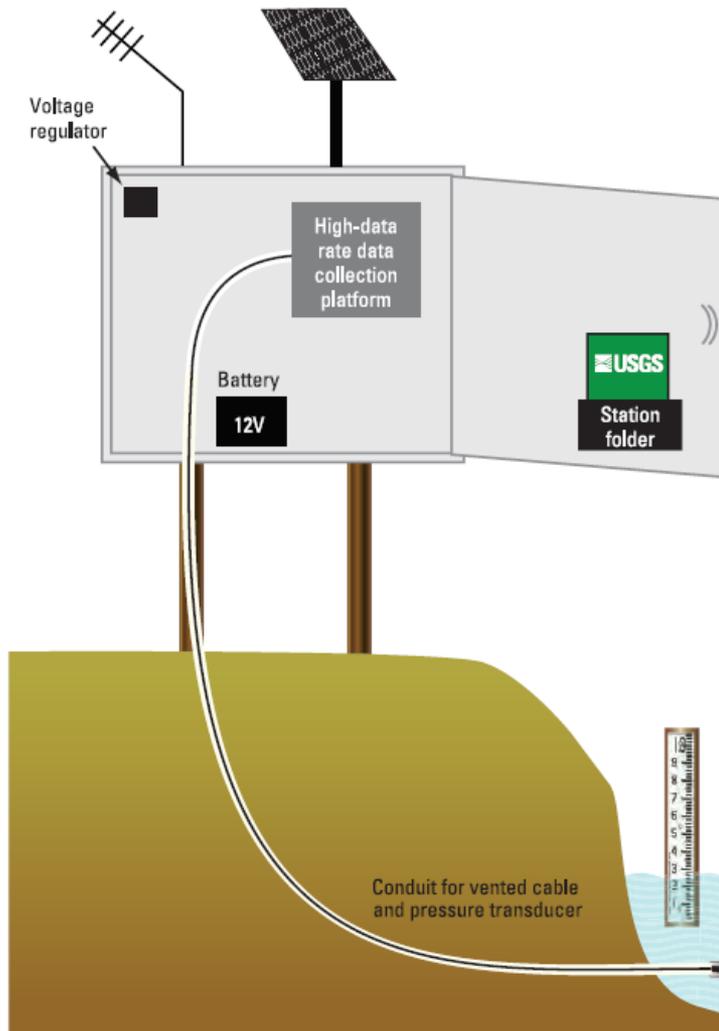
MEDICIÓN DE NIVELES

Otros métodos



MEDICIÓN DE NIVELES

Estaciones telemétricas



Río Daymán

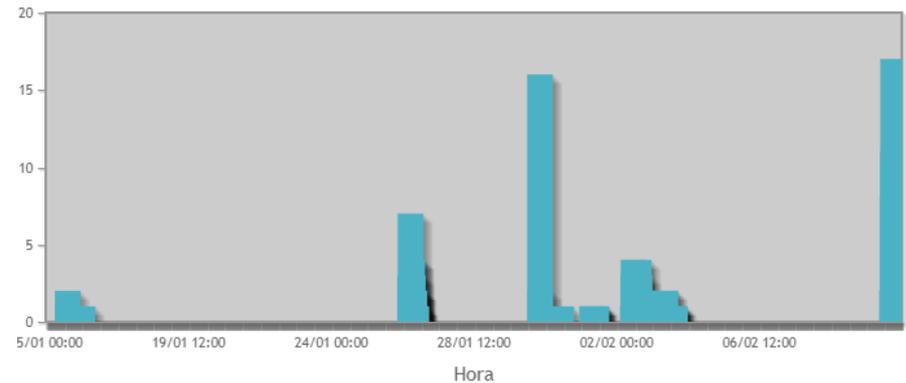
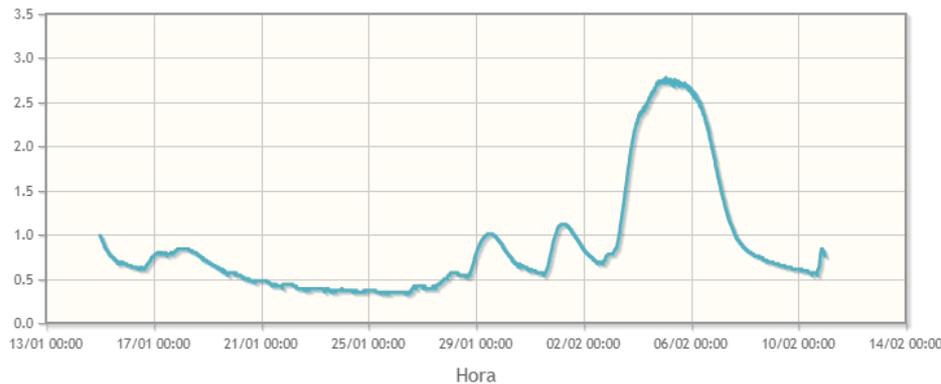
* Figura extraída del manual 3-A7 del USGS "Stage Measurement at Gaging Stations"

MEDICIÓN DE NIVELES

Estaciones telemétricas

Descarga de datos de nivel en Uruguay:

- ❖ <https://www.ambiente.gub.uy/SIH-JSF/paginas/sdh/consultaHDMCApublic.xhtml>
- ❖ https://www.saltogrande.org/mapa_estacion.php



MEDICIÓN DE CAUDALES

Métodos de medición:

- ❖ Estructuras de control
- ❖ Medición de velocidad
 - ❖ Correntómetros puntuales
 - ❖ Perfiladores
 - ❖ Trazadores superficiales
 - ❖ Radares
- ❖ Trazadores conservativos

MEDICIÓN DE CAUDALES

Criterios para selección de métodos de medición:

- ❖ Precisión requerida en la medida.
- ❖ Costo a corto, mediano y largo plazo.
- ❖ Rango de caudales que se quiere medir.
- ❖ Posibles efectos ambientales (inundabilidad, sedimentos, etc.).
- ❖ Condiciones o restricciones del sitio (accesibilidad, presencia de remansos, confluencias, estructuras, etc.)
- ❖ Frecuencia requerida de las mediciones.
- ❖ Aspectos constructivos (si aplica).
- ❖ Vandalismo.

MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición mediante estructuras de control

Estos métodos de aforo se basan en la instalación de estructuras interpuestas en el flujo, para generar una sección de control.

¿Qué es una sección de control?

Es una sección en la que existe una condición que determina **una relación única entre el caudal circulante y el tirante en la misma**. Por lo tanto, si se conoce el tirante se puede calcular el caudal.

¿Cómo hacemos para generar una sección de control?

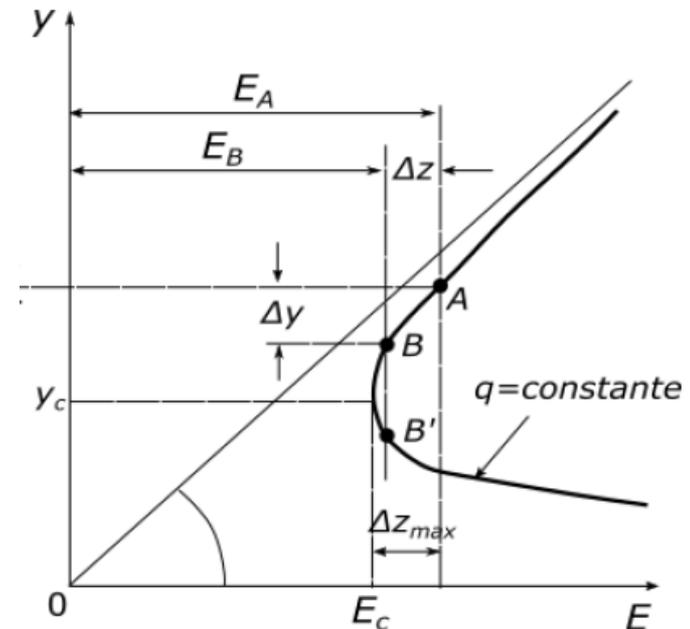
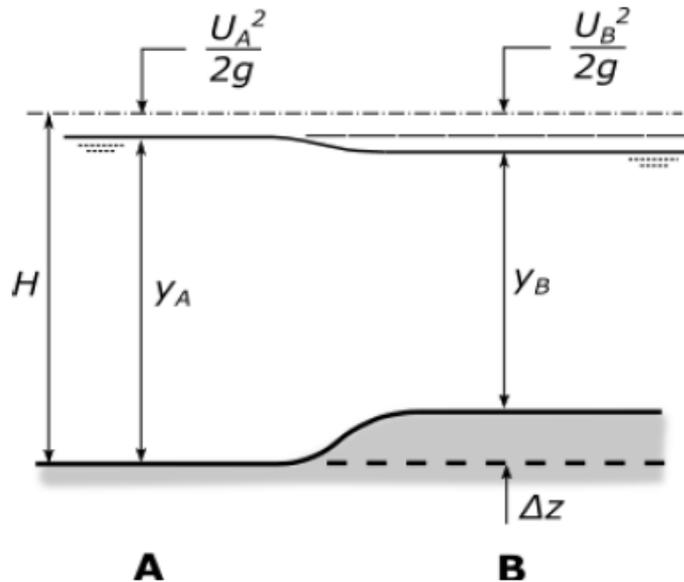
Imponiendo un tirante crítico mediante contracción lateral, sobreelevación del fondo o una caída libre.

MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición mediante estructuras de control

Ejemplo: escalón interpuesto en el flujo

- ❖ ¿Cuál es la condición para que se genere una sección de control?
- ❖ ¿Qué altura debe tener el escalón para que eso pase?



MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición mediante estructuras de control

Ejemplo: escalón interpuesto en el flujo

- ❖ ¿Cuál es la condición para que se genere una sección de control?

$$y_B = y_C \quad \Longrightarrow \quad E_B = E_C$$

- ❖ ¿Qué altura debe tener el escalón para que eso pase?

Por conservación de la carga: $H_A = H_B$

Energía específica: $E_A = y_A + U_A^2/2g$ (*carga respecto al fondo del canal*)

$$E_A = E_B + \Delta z$$

Entonces: $\Delta z > E_A - E_C \quad \Longrightarrow$ Condición para que se forme la sección de control

MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición mediante estructuras de control

Ejemplo: escalón interpuesto en el flujo

$$\Delta z > E_A - E_C \implies \text{Condición para que se forme la sección de control}$$

¿La sección de control se forma para todo el rango de caudales?

MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición mediante estructuras de control

- ❖ Las condiciones ideales que se plantean en el ejemplo del escalón no suelen cumplirse.
- ❖ La curva nivel vs. caudal se obtiene a partir de la combinación de desarrollos teóricos derivados de la mecánica de los fluidos y ensayos físicos de laboratorio.
- ❖ Entre los métodos más comunes se encuentran:
 - Vertederos de pared delgada
 - Vertederos de pared gruesa
 - Canales Parshall (o similar)
 - Orificios
 - Compuertas

MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada

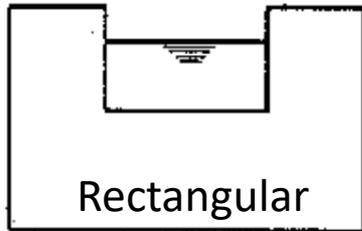
La sección de control se genera a través de un vertido por encima de una placa delgada (espesor del entorno de 2 mm o menos).

Hay una relación entre el tirante en la zona de aproximación y el caudal vertido (Q vs. h), que depende de la geometría del vertedero. De esa forma se determina el caudal indirectamente a través de la medición de nivel.

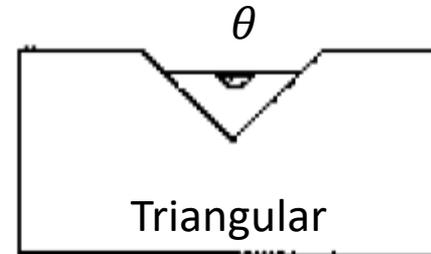


MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada



$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{3/2}$$



$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \mu \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) h^{5/2}$$

Siendo:

- ❖ Q el caudal
- ❖ μ coeficiente de gasto empírico.
- ❖ b el ancho del vertedero (caso rectangular)
- ❖ h la altura sobre cota de vertido

MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada



MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada



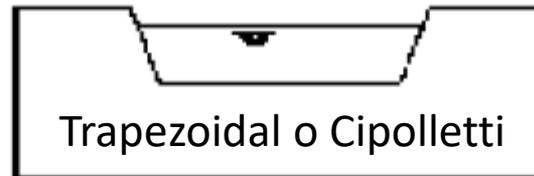
MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada



MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada



MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada



Sección compuesta triangular + vertical

MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared delgada

- ❖ Útiles en canales artificiales o cauces pequeños.
- ❖ Rango de caudales acotado.
- ❖ Se genera un remanso considerable.
- ❖ Tener en cuenta retención de sedimentos.
- ❖ Alto costo inicial, pero bajo costo de mantenimiento.
- ❖ Método preciso si funciona correctamente.

MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared gruesa

Se extienden las formulaciones para el caso de pared delgada, agregando un coeficiente de descarga adicional ε .

Caso rectangular: $Q = \varepsilon C_e b h^{3/2}$

Caso triangular: $Q = \varepsilon C_e \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) h^{5/2}$

MEDICIÓN DE CAUDALES

Vertederos de pared gruesa



MEDICIÓN DE CAUDALES

Canales

En este caso no se impone un vertido sino una contracción lateral y/o elevación del fondo de modo de generar la sección de control sobre la estructura.



Canal Parshall

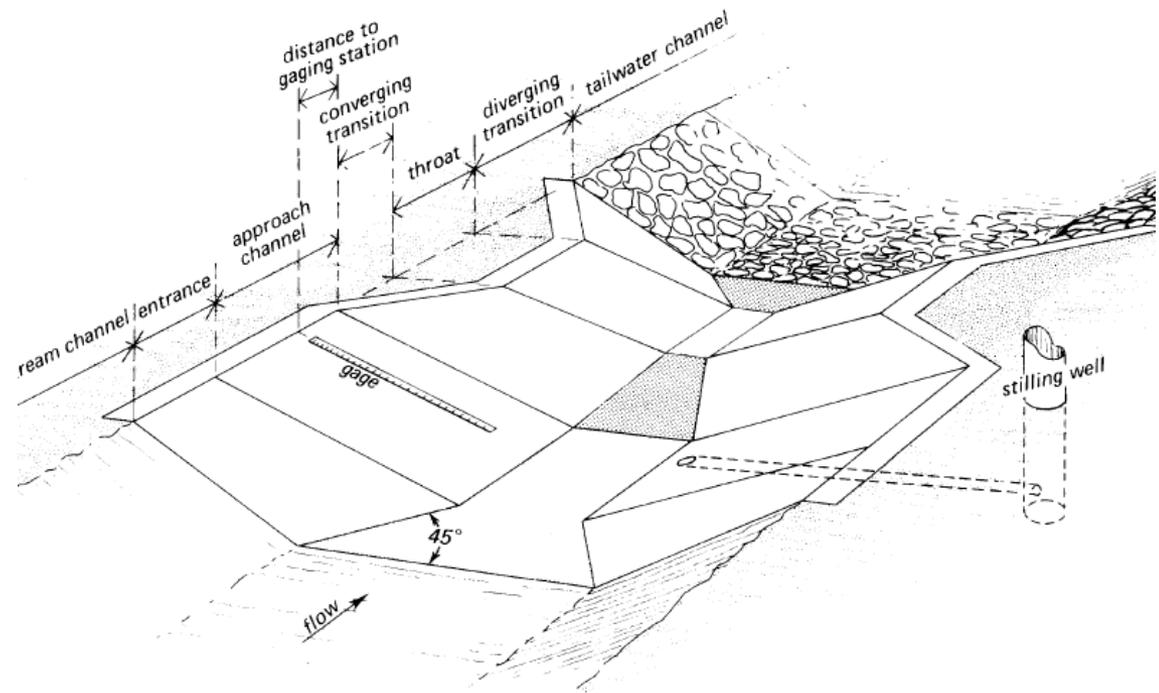


Figura extraída del manual del software WinFlume del USBR.

MEDICIÓN DE CAUDALES

Canales

- ❖ Aplicable a canales de mayor tamaño que los de pared delgada.
- ❖ Se generan remansos menores que con los de pared delgada.
- ❖ En general mayor costo constructivo.
- ❖ No generan tantos problemas de retención de sedimentos.
- ❖ De todas formas método no apto ante gran variabilidad de caudales.
- ❖ Flexibilidad de diseño para adecuarse a cada caso de estudio.
- ❖ Hay diseños predeterminados y ampliamente estudiados (Parshall).

MEDICIÓN DE CAUDALES

Canales



MEDICIÓN DE CAUDALES

Canales



Fotografías
extraídas de
Bentancor et al.
(2018).

MEDICIÓN DE CAUDALES

Canales



MEDICIÓN DE CAUDALES

Métodos basados en medición de velocidades

Se basan en el principio de conservación de la masa, por el cual:

$$Q = V \cdot A$$

Siendo:

- Q el caudal
- V la velocidad media del agua en la sección
- A el área de flujo en la sección

Estos métodos requieren determinar:

1. La geometría de la sección transversal de flujo (relevamiento batimétrico)
2. La velocidad del agua en la sección

MEDICIÓN DE CAUDALES

Métodos basados en medición de velocidades

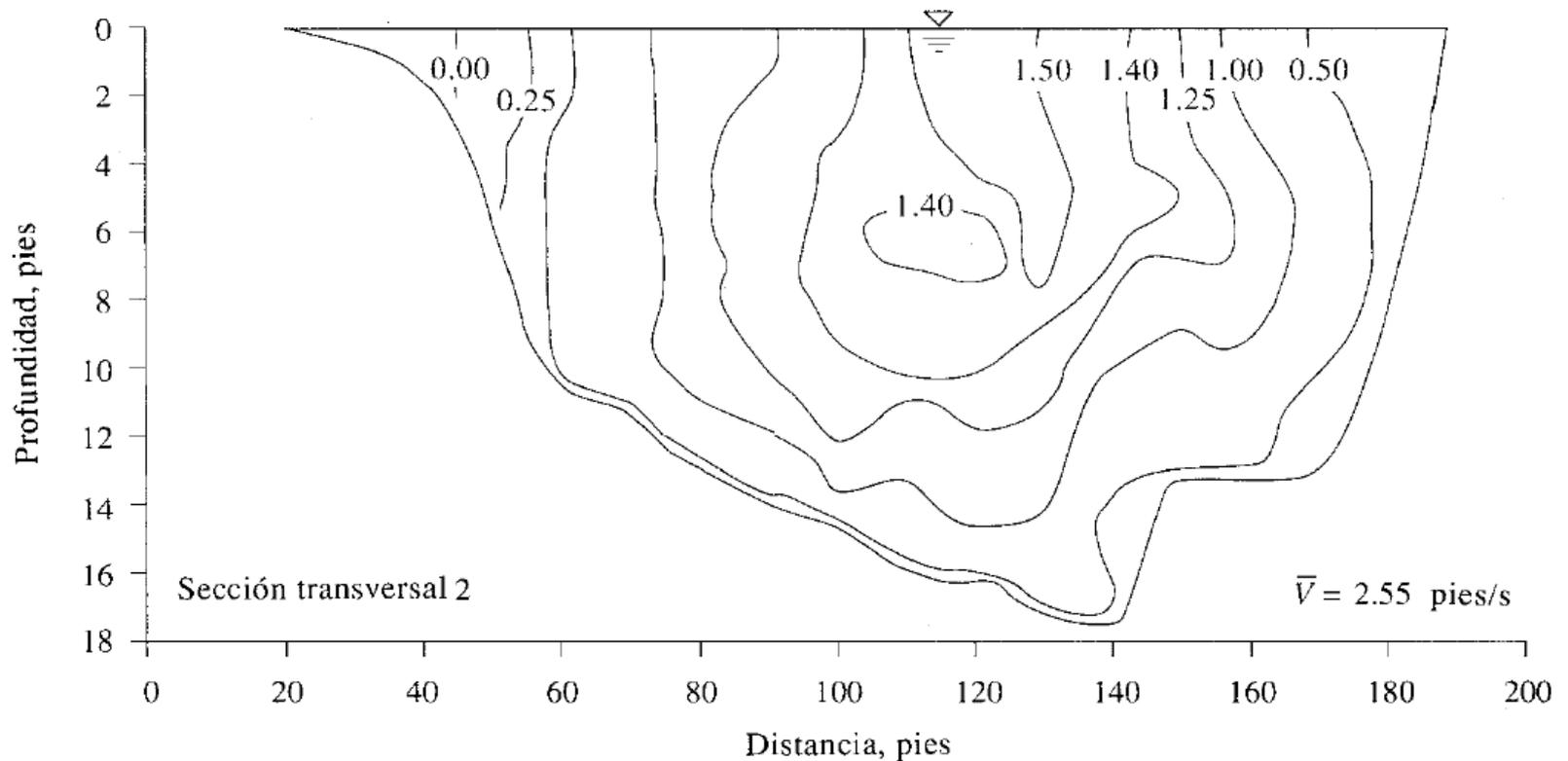
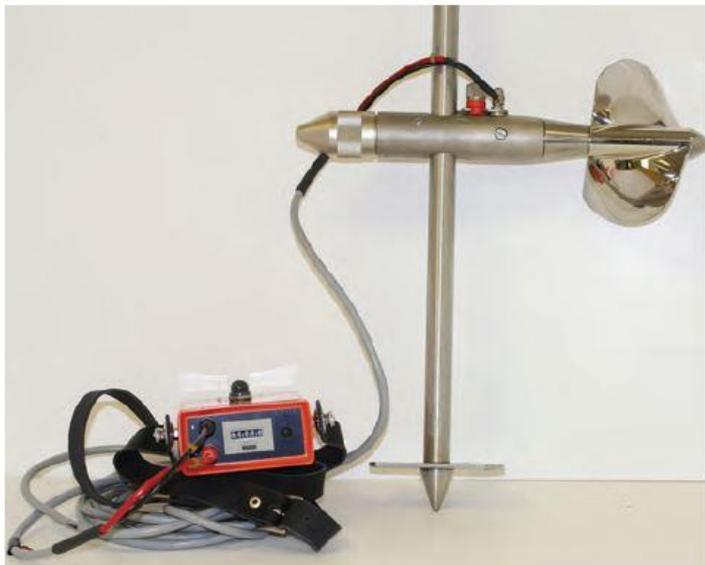


Figura extraída de Chow (1994).

MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro de hélice



* Figuras extraídas del manual 3-A8 del USGS “Discharge Measurement at Gaging Stations”

MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro de hélice

- ❖ Se cuenta la cantidad de vueltas por segundo que denominaremos n
- ❖ La velocidad v es igual a $v = K_1 \times n + K_2$
- ❖ Las constantes K_1 y K_2 son provistas por el fabricante.



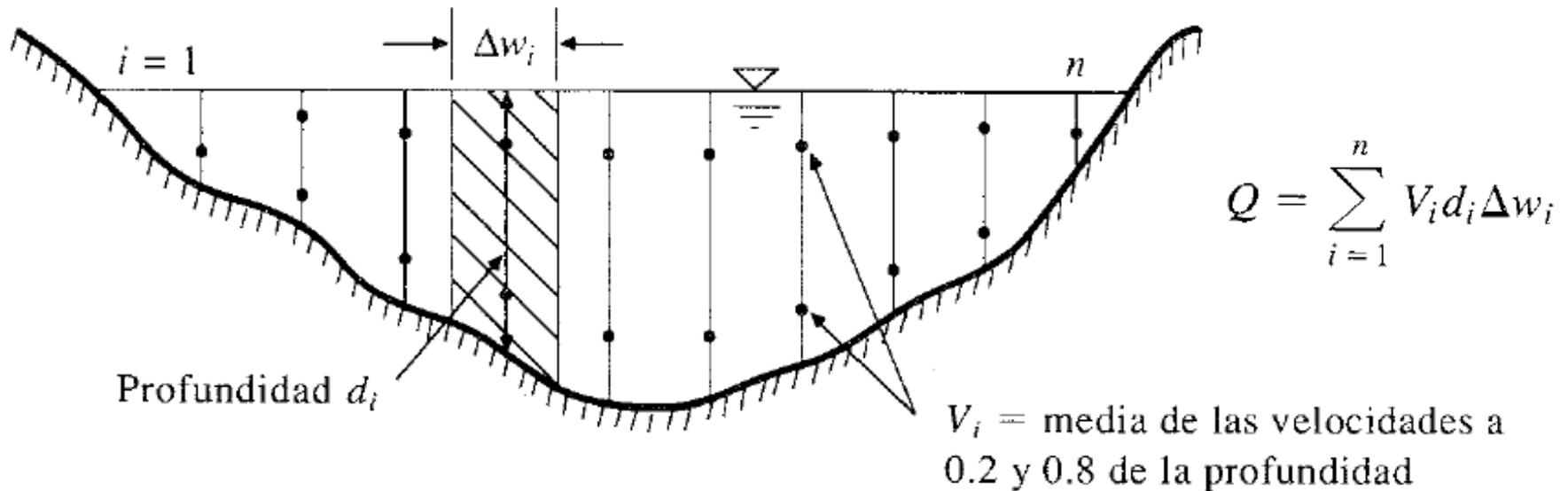
[VIDEO 1](#)

[VIDEO 2](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

Métodos de medición puntual

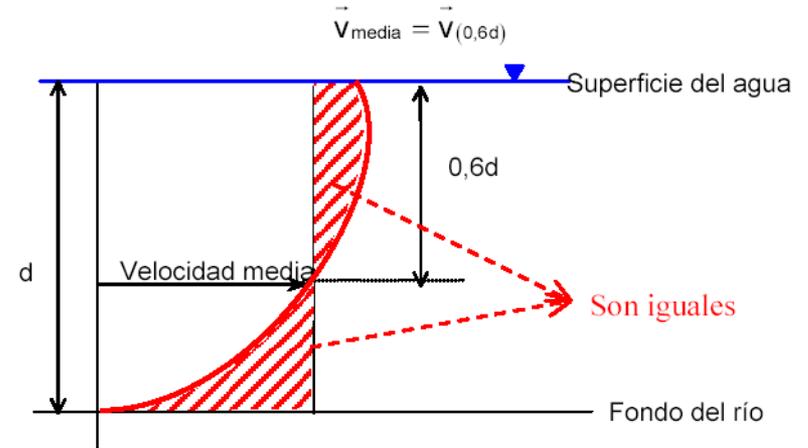
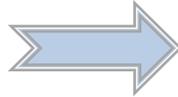
- ❖ Correntómetro de hélice.
- ❖ Correntómetro magnético
- ❖ Correntómetro acústico (ADV).



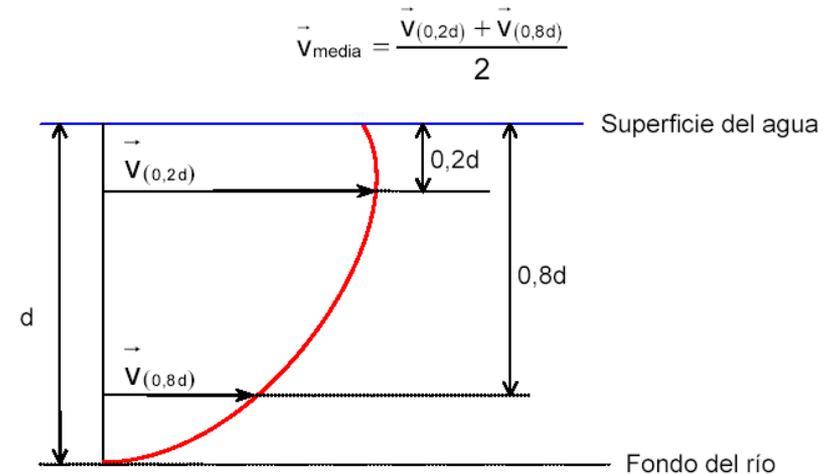
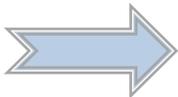
MEDICIÓN DE CAUDALES

Métodos de medición puntual

❖ Profundidad < 0.6 m



❖ Profundidad > 0.6 m



MEDICIÓN DE CAUDALES

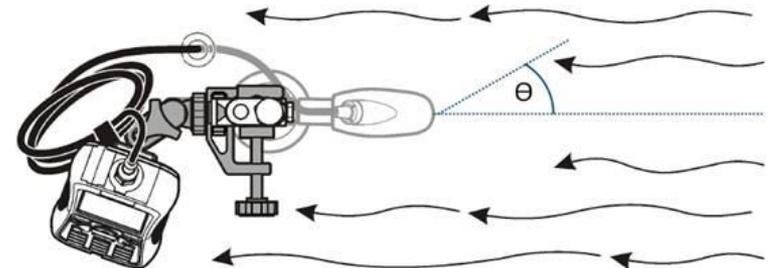
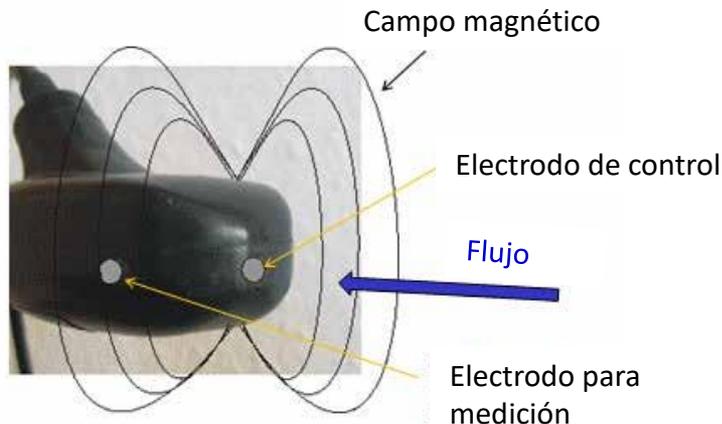
Correntómetro de hélice

- ❖ Aplicable en cauces y canales de diversa escala.
- ❖ Puede usarse por vadeo o desde puentes.
- ❖ La medición desde puentes requiere equipamiento adicional (linga, grúa, medidor de profundidad), lo que la hace considerablemente más costosa.
- ❖ Mucho error al medir con velocidades y tirantes bajos, no adecuado para casos de estiaje.
- ❖ Sensible al ángulo de esviaje respecto al flujo y a posibles obstrucciones por elementos flotantes arrastrados por el flujo.
- ❖ Funcionamiento mecánico, requiere mantenimiento frecuente.
- ❖ Debido al desgaste deben calibrarse periódicamente.
- ❖ Requiere relevamiento independiente de la batimetría.

MEDICIÓN DE CAUDALES

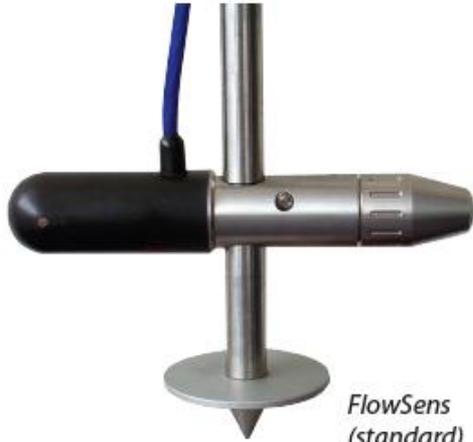
Correntómetro magnético

- ❖ Utiliza el principio de Faraday que establece que un conductor (el agua en este caso) que se mueve entorno a un campo magnético genera una corriente proporcional a la velocidad.
- ❖ Provee una medida directa de la velocidad, sin curva de calibración.
- ❖ Solo mide una componente de la velocidad, en la dirección en que se alinea el instrumento.



MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro magnético



*FlowSens
(standard)*



*FlowFlat
(for low water measurements)*



MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro magnético

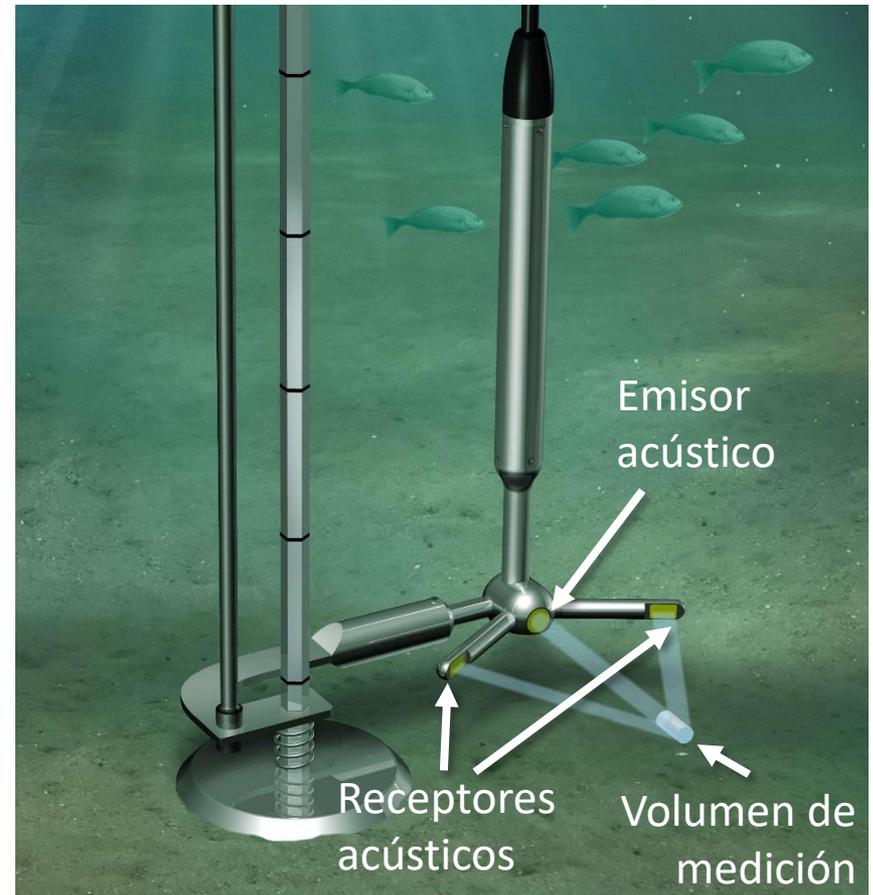
- ❖ Aplicable idealmente en cauces pequeños, para medición por vadeo.
- ❖ Mejora el rango de velocidades de medición respecto al correntómetro de hélice.
- ❖ Mayor precisión que el correntómetro de hélice
- ❖ Sensible al ángulo de esviaje respecto al flujo.
- ❖ No posee elementos mecánicos, no requiere tanto mantenimiento como el de hélice. Tampoco requiere calibración.
- ❖ Requiere relevamiento independiente de la batimetría.

[VIDEO](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

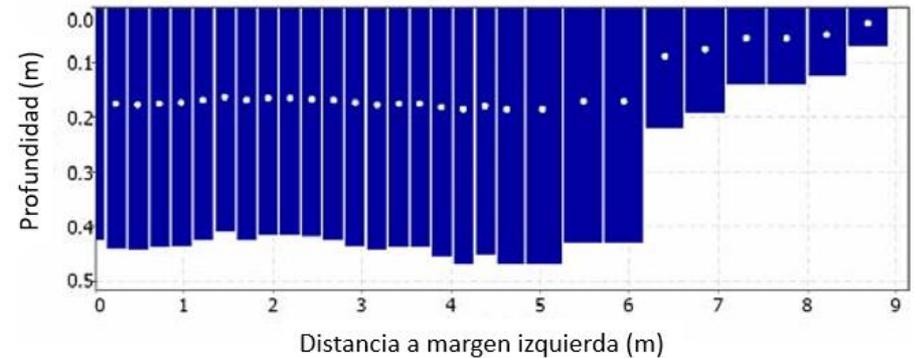
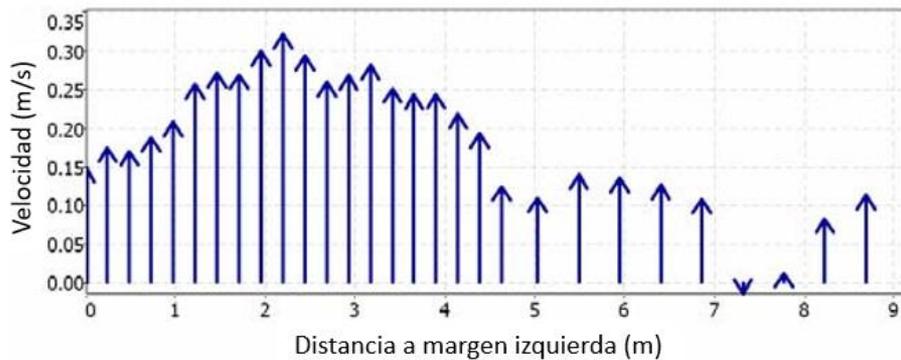
Correntómetro acústico (ADV)

- ❖ Funciona con un principio acústico, aprovechando el efecto Doppler.
- ❖ ADV = Acoustic Doppler Velocimeter
- ❖ Envía pulsos sonoros mediante el emisor. Estos rebotan en las partículas del flujo y su retorno es captado por los receptores. El instrumento estima la velocidad a partir del cambio en la longitud de la onda sonora entre su emisión y su recepción.
- ❖ Es capaz de medir tantas componentes de la velocidad como receptores tenga. Se comercializan con 2, 3 y hasta 4 receptores.



MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro acústico (ADV)



MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro acústico (ADV)



Instrumento	Rango de Velocidades (m/s)	Profundidad mínima (m)
Correntómetro de hélice	0.025 – 10	0.05
Correntómetro magnético	$1 \times 10^{-3} - 5$	0.08
Correntómetro acústico	$1 \times 10^{-3} - 4$	0.08

MEDICIÓN DE CAUDALES

Correntómetro acústico (ADV)

- ❖ Aplicable idealmente en cauces pequeños, para medición por vadeo.
- ❖ Igual o mayor precisión que correntómetro magnético.
- ❖ Menor sensibilidad a orientación del instrumento.
- ❖ Tampoco requiere mucho mantenimiento ni calibración.
- ❖ Permite aplicaciones científicas que exceden la medición de caudal.
- ❖ Depende de que haya una concentración adecuada de sedimento o partículas en suspensión.
- ❖ Requiere relevamiento independiente de la batimetría.

[VIDEO](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

Perfilador acústico (ADCP)

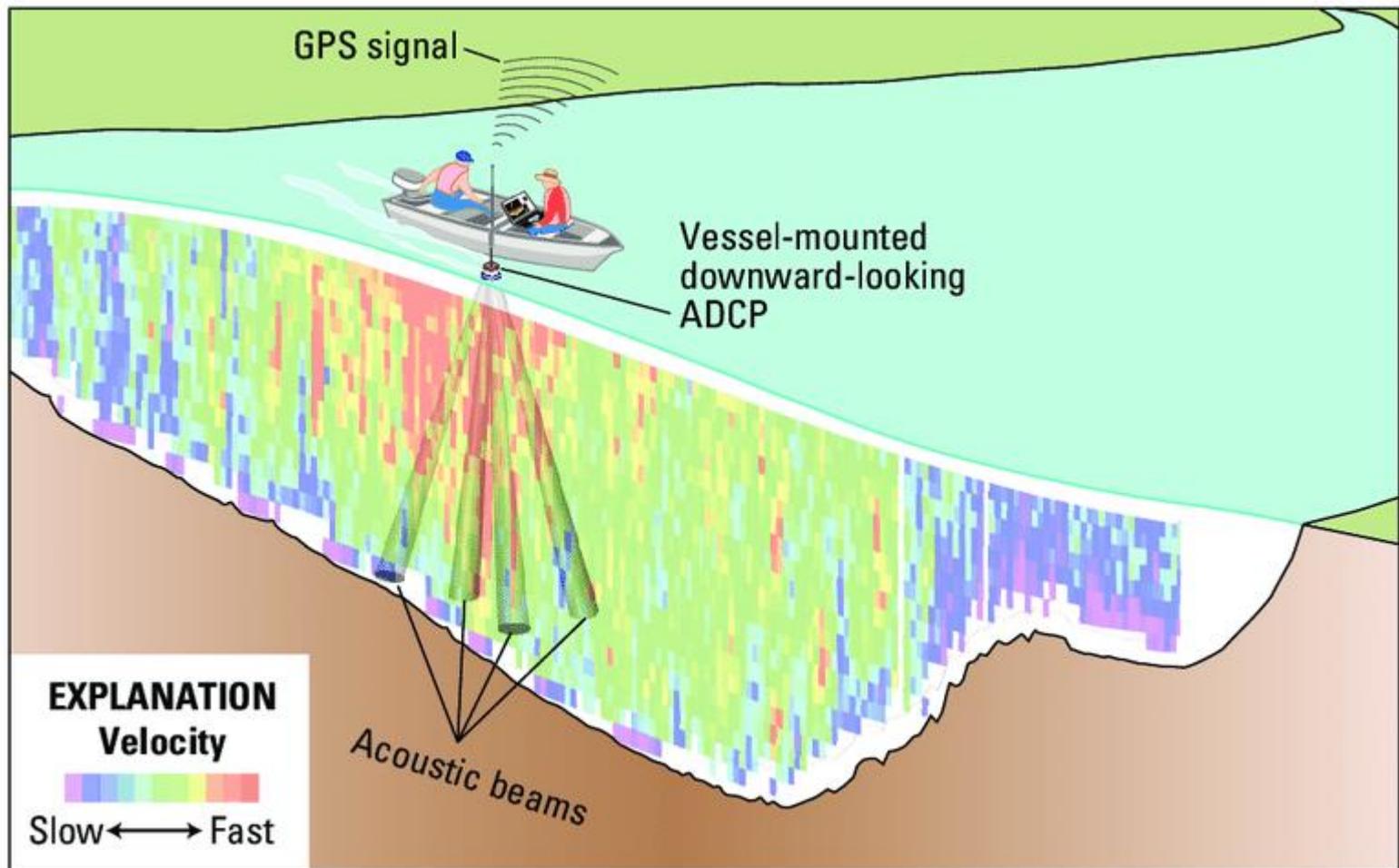
- ❖ Mismo principio de funcionamiento que el ADV.
- ❖ ADCP = Acoustic Doppler Current Profiler
- ❖ Envía pulsos sonoros en 4 direcciones. La diferencia con el ADV es que estima perfiles de velocidad en esas 4 direcciones, en lugar de realizar mediciones puntuales.
- ❖ Desplazándolo a lo ancho del cauce es capaz de medir todo el campo transversal de velocidad. El software del instrumento lo integra para determinar el caudal.



* Figuras extraídas del manual 3-A8 del USGS
“Discharge Measurement at Gaging Stations”

MEDICIÓN DE CAUDALES

Perfilador acústico (ADCP)



MEDICIÓN DE CAUDALES

Perfilador acústico (ADCP)

[VIDEO 1](#)

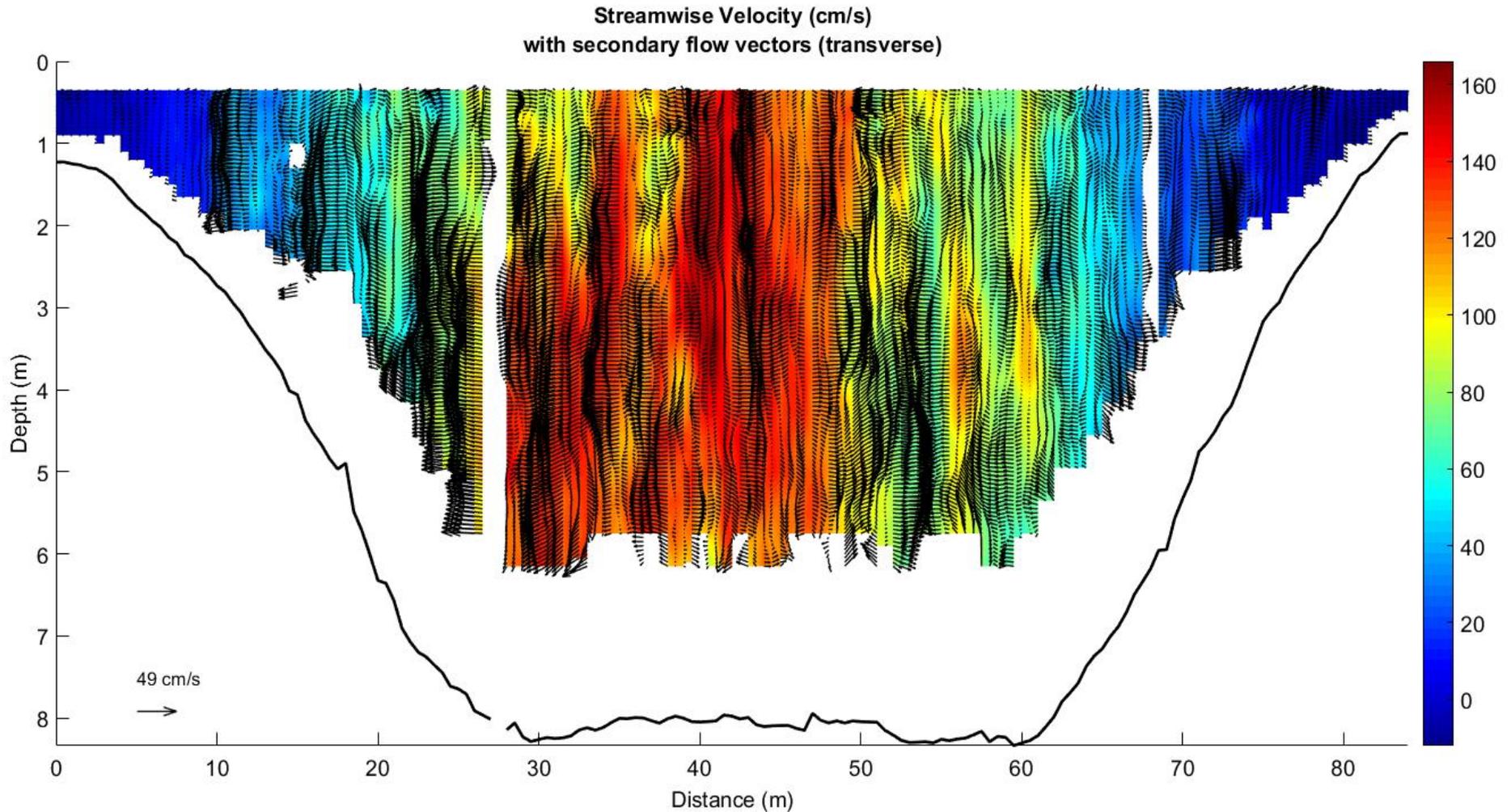
[VIDEO 2](#)

[VIDEO 3](#)

[VIDEO 4](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

Perfilador acústico (ADCP)



MEDICIÓN DE CAUDALES

Perfilador acústico (ADCP)

- ❖ El rango de aplicación depende de las características del instrumento. Los hay aptos para distintos rangos de tirante y caudal.
- ❖ Permite obtener una medida muy precisa del caudal si se usa adecuadamente.
- ❖ Utilizable por vadeo o desde puentes.
- ❖ Depende de que haya una concentración adecuada de sedimento o partículas en suspensión.
- ❖ Elimina la necesidad de relevar la batimetría de la sección, pues utiliza un pulso sonoro adicional con este fin.
- ❖ Puede ser un método de “caja negra”.
- ❖ Instrumento de costo elevado y que requiere personal capacitado para su uso.

MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición con trazadores

Se considera un trazador a cualquier elemento o sustancia que se mezcla o se desplaza junto con el flujo y es detectable por algún método.

Ejemplos:

- Tintas
- Sustancias químicas como fertilizante, sal, etc.
- Radioisótopos
- Elementos flotantes
- Secuencias de presión turbulenta generadas por vórtices

MEDICIÓN DE CAUDALES

Velocidad con trazadores superficiales

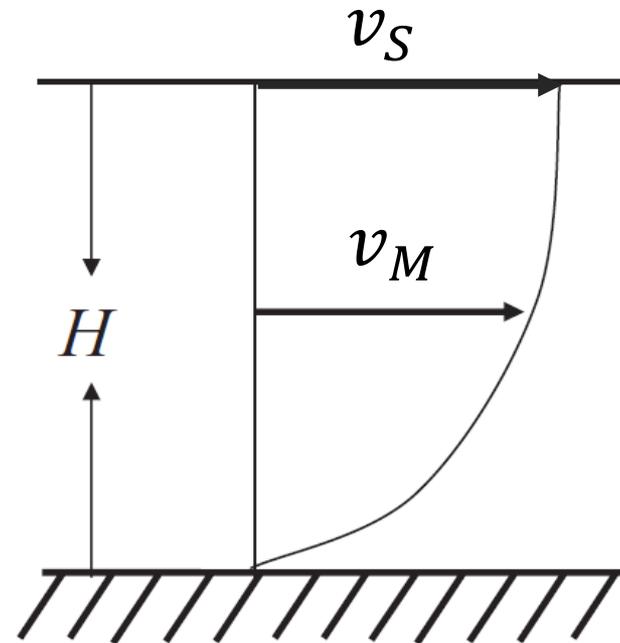
Se determina la velocidad superficial mediante el seguimiento de trazadores flotantes. Luego se estima la velocidad media en vertical a través de un coeficiente empírico α :

$$v_M = \alpha v_S$$

v_M = velocidad promedio en vertical

v_S = velocidad superficial

α = coeficiente empírico, toma valores entre 0.6 y 0.9

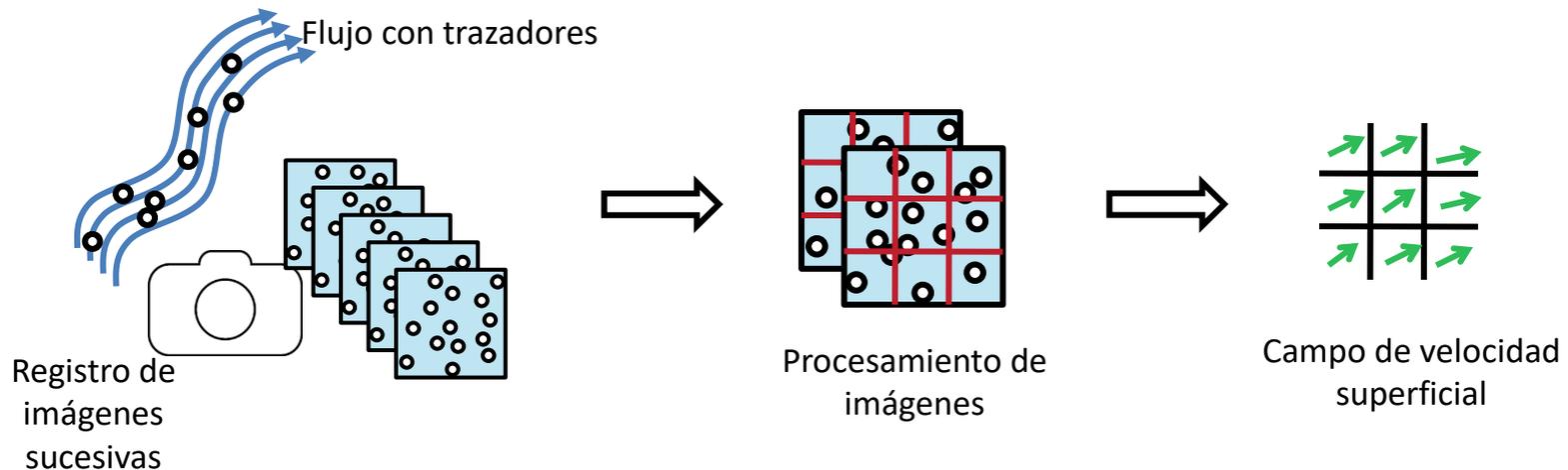


[VIDEO](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial - Velocimetría por imágenes (PIV)

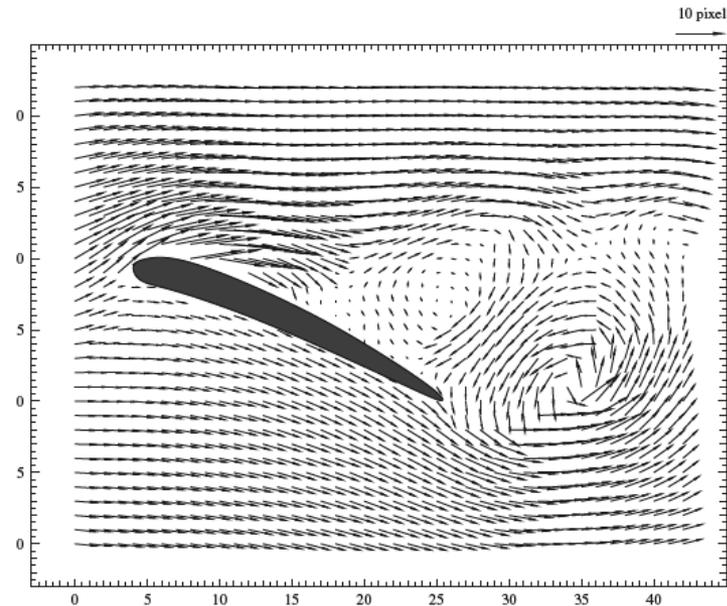
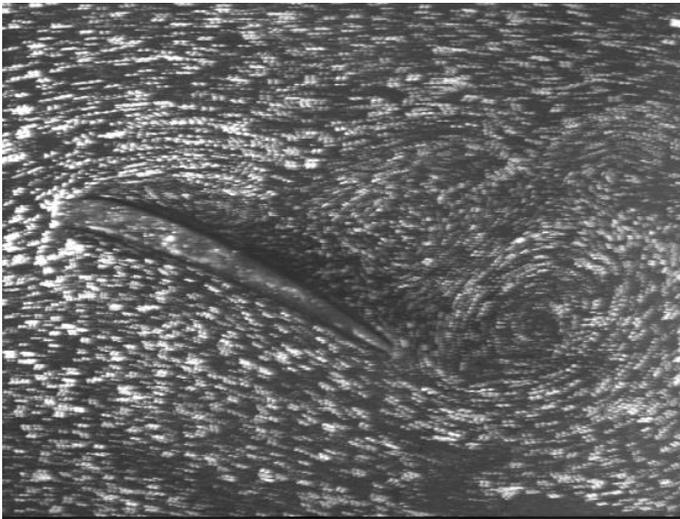
Se realiza un seguimiento de trazadores mediante fotografías sucesivas y luego se procesan las imágenes para obtener velocidades:



MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial - Velocimetría por imágenes (PIV)

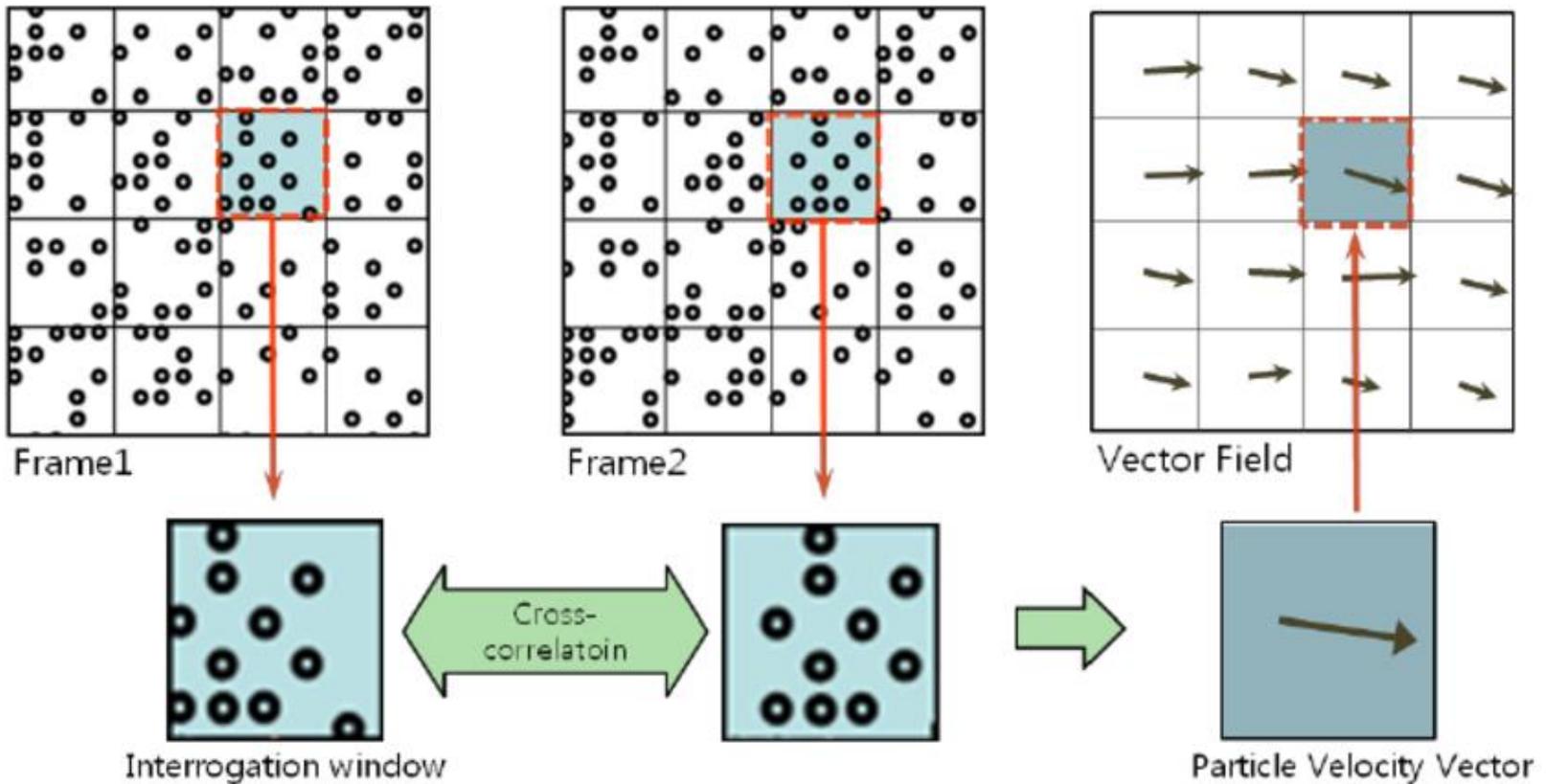
Tiene su origen en laboratorio, para la caracterización de flujos turbulentos. Tradicionalmente se utiliza iluminación láser y una cámara de alta velocidad.



[VIDEO](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial - Velocimetría por imágenes (PIV)



MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial - Velocimetría por imágenes de gran escala (LSPIV)

- ❖ Los avances técnicos en equipos de fotografía y de computación permitieron ampliar el método para medición en campo. A esta variante se la denomina LSPIV (Large Scale Particle Image Velocimetry).
- ❖ El mismo se utiliza para determinar el campo de velocidad superficial del flujo, que luego se multiplica por el factor α para estimar el campo de velocidades medias. Este luego se integra en horizontal para el cálculo del caudal
- ❖ En este caso se requieren procesamientos adicionales, como aplicación de filtros y rectificaciones a las imágenes registradas.

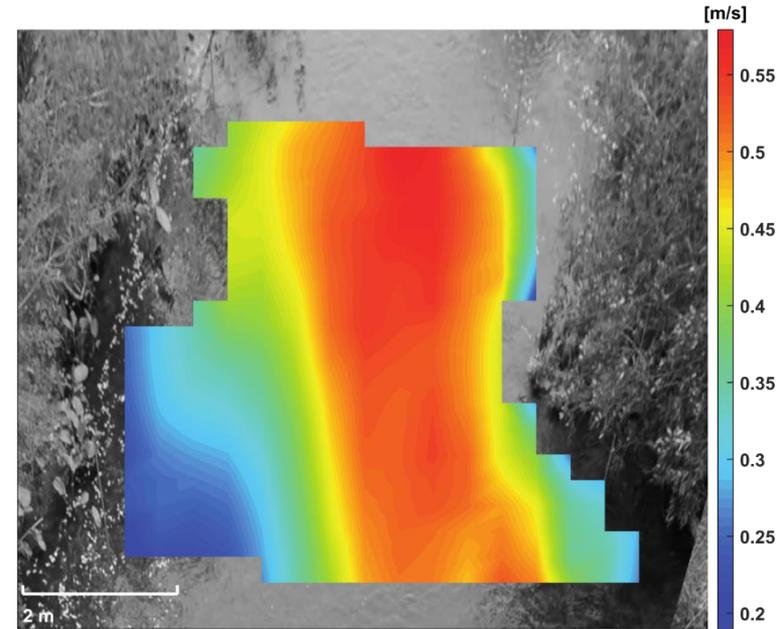
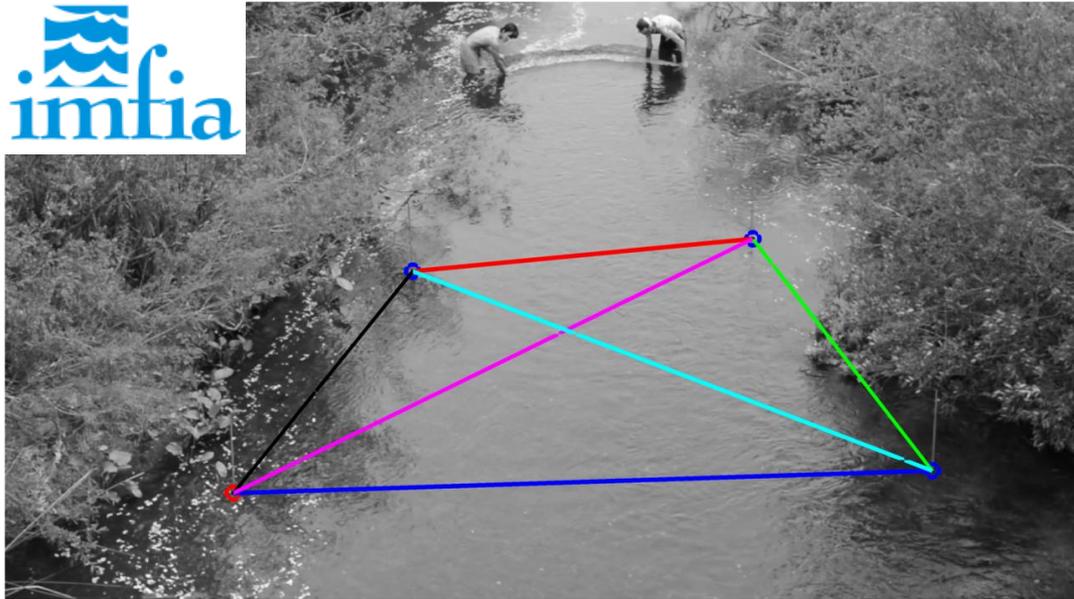
MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial - Velocimetría por imágenes de gran escala (LSPIV)



MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial - Velocimetría por imágenes de gran escala (LSPIV)



[VIDEO 1](#)

[VIDEO 2](#)

MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador superficial

- ❖ Aplicable a un amplio rango de condiciones, siendo particularmente ventajoso en condición de estiaje
- ❖ Mayor error que los instrumentos tradicionales de medición en la determinación de velocidades y caudales
- ❖ El parámetro α es variable en función del caudal, la geometría de la sección y el material del fondo. También es fuente importante de incertidumbre
- ❖ Método rápido y de bajo costo.
- ❖ Requiere relevamiento independiente de la batimetría
- ❖ Abre posibilidades al involucramiento ciudadano y crowdsourcing. 

[VIDEO](#)



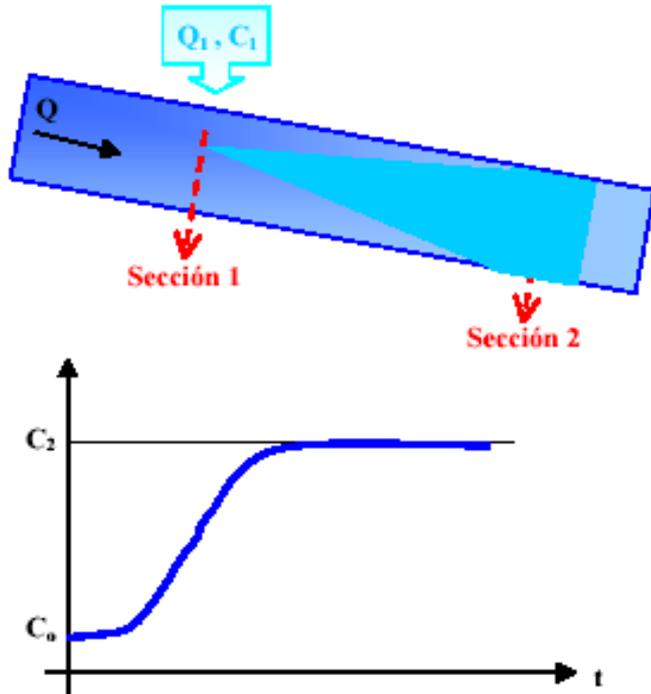
MEDICIÓN DE CAUDALES

Medición mediante trazador conservativo

- ❖ Se introduce en el flujo una sustancia que se disuelve en el agua y cuya concentración se puede determinar.
- ❖ Comúnmente se utiliza sal.
- ❖ Se necesita:
 - ❖ Trazador conservativo: no se pierde masa.
 - ❖ Baja concentración natural del trazador.
 - ❖ Zona de mezcla que uniformiza concentración.
 - ❖ Caudal constante.

MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador químico



C_0 = concentración preexistente en el cuerpo de agua.

C_1 = concentración de la solución que se incorpora.

C_2 = concentración final en el punto de medición

$$qC_1 + QC_0 = (q + Q)C_2 \quad \Rightarrow \quad Q = q \frac{C_1 - C_2}{C_2 - C_0}$$

MEDICIÓN DE CAUDALES

Trazador químico

- ❖ Aplicable en canales artificiales o cauces pequeños.
- ❖ Debe asegurarse la mezcla completa del trazador.
- ❖ No requiere conocer la velocidad del flujo ni la geometría de las secciones involucradas.

[VIDEO](#)

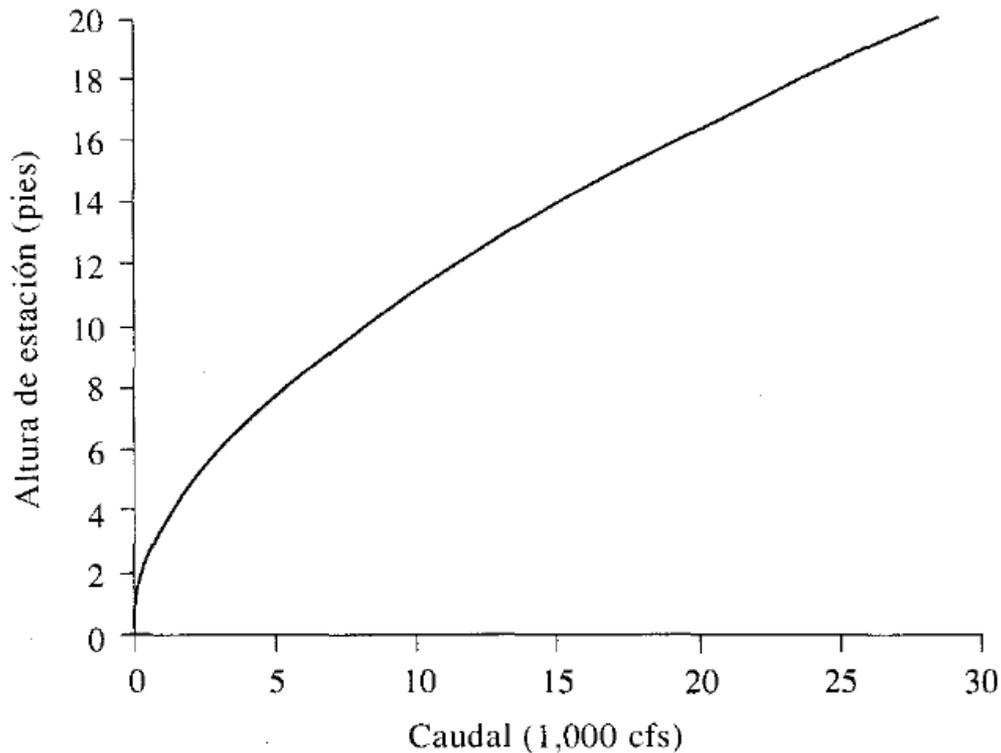
CONTENIDOS

- 1) Medición de niveles
- 2) Medición de caudales
- 3) Curvas de aforo



INTRODUCCIÓN

Los métodos de aforo tradicionales buscan determinar una curva que vincule el nivel del pelo de agua y el caudal circulante en una sección dada. ¿Por qué?



**Es necesario medir
nivel y caudal**

Figura extraída de Chow (1994).

CURVAS DE AFORO

Curvas que se usan para estimar el caudal a partir del nivel, en secciones que no son de control. En esos casos no hay una relación única entre ambas variables. Útiles para medición de caudales en ríos medianos y grandes con secciones estables.

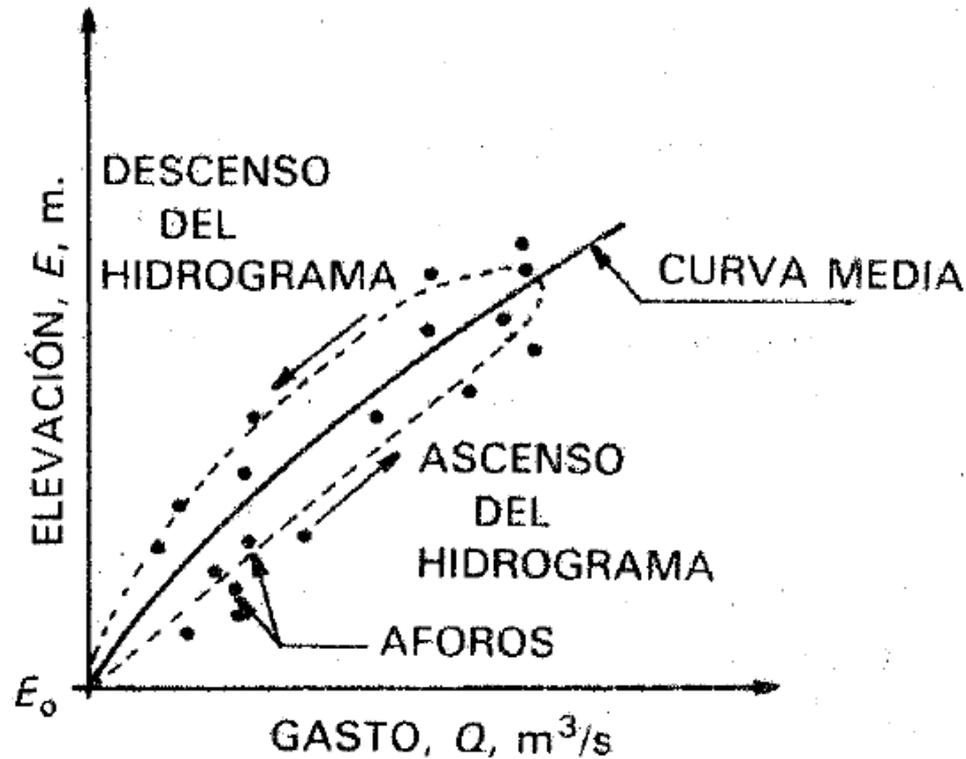
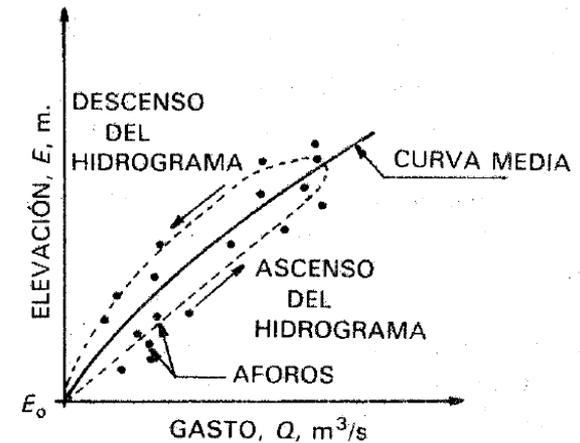


Figura extraída de Aparicio (1989).

CURVAS DE AFORO

Consideraciones generales a la hora de seleccionar un sitio para la instalación de una curva de aforo:

- ❖ Idealmente secciones estables que varíen lo menos posible a lo largo del tiempo.
- ❖ Sobre un tramo lo más rectilíneo y uniforme posible, donde el flujo tienda a desplazarse en una única dirección, lejos de obstrucciones, inestabilidades y derivaciones del cauce.
- ❖ Adecuación para el método de medición de caudal que se vaya a utilizar. Accesibilidad, infraestructura, posibilidades de vadear, etc.
- ❖ Evitar afectación de remansos, ya sea por confluencias o infraestructura hidráulica (presas, vertederos, etc.). Recordar que queremos que la relación entre tirante y caudal sea lo más directa posible.



* Tener en cuenta la selección del sitio también depende del objetivo de la medición y los requerimientos de la red hidrométrica en la que se enmarca. No siempre pueden cumplirse todas las condiciones.

Por ejemplo, por motivos prácticos la red de DINAGUA se ubica mayormente sobre puentes, que no son sitios ideales debido a la contracción que se genera.

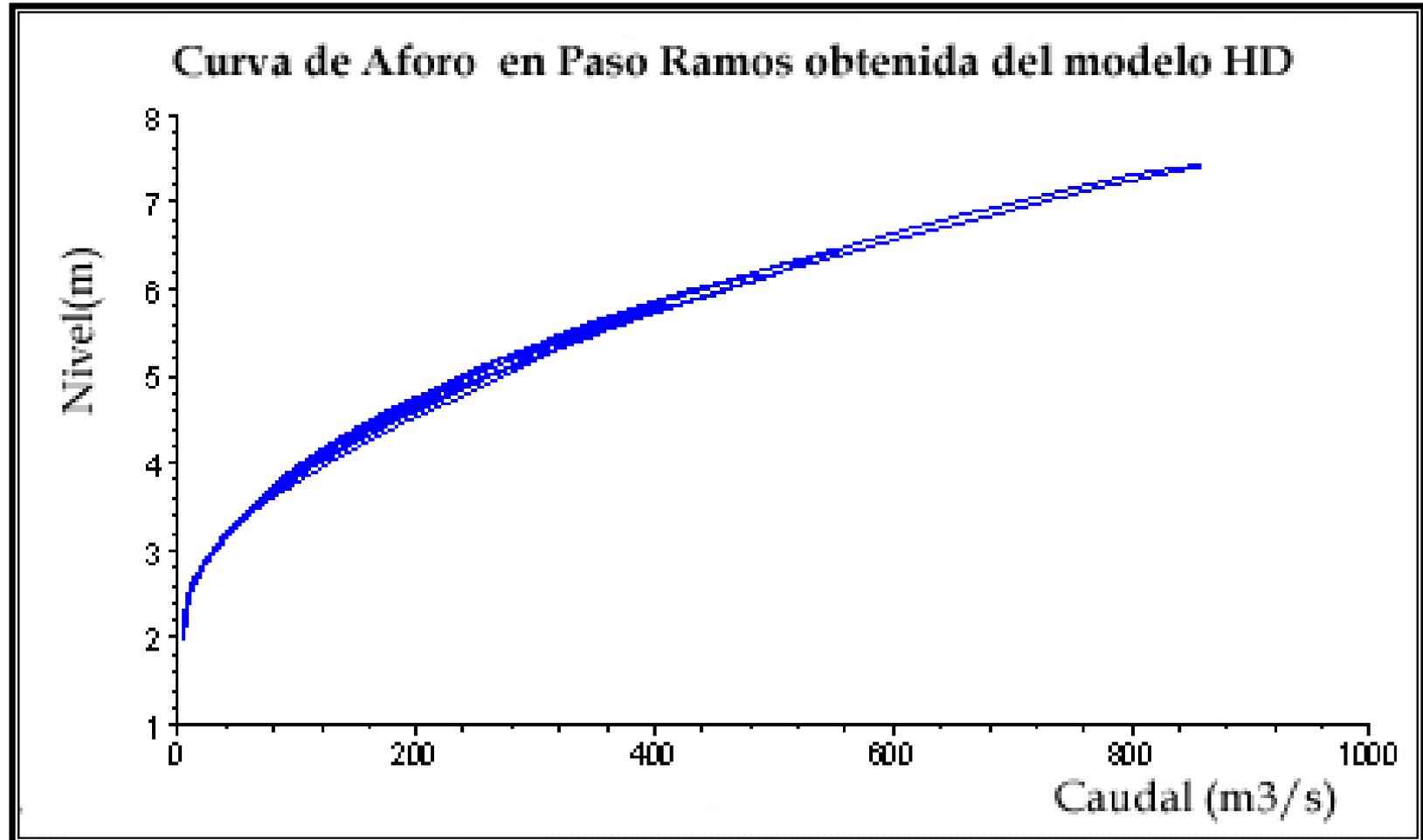
CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



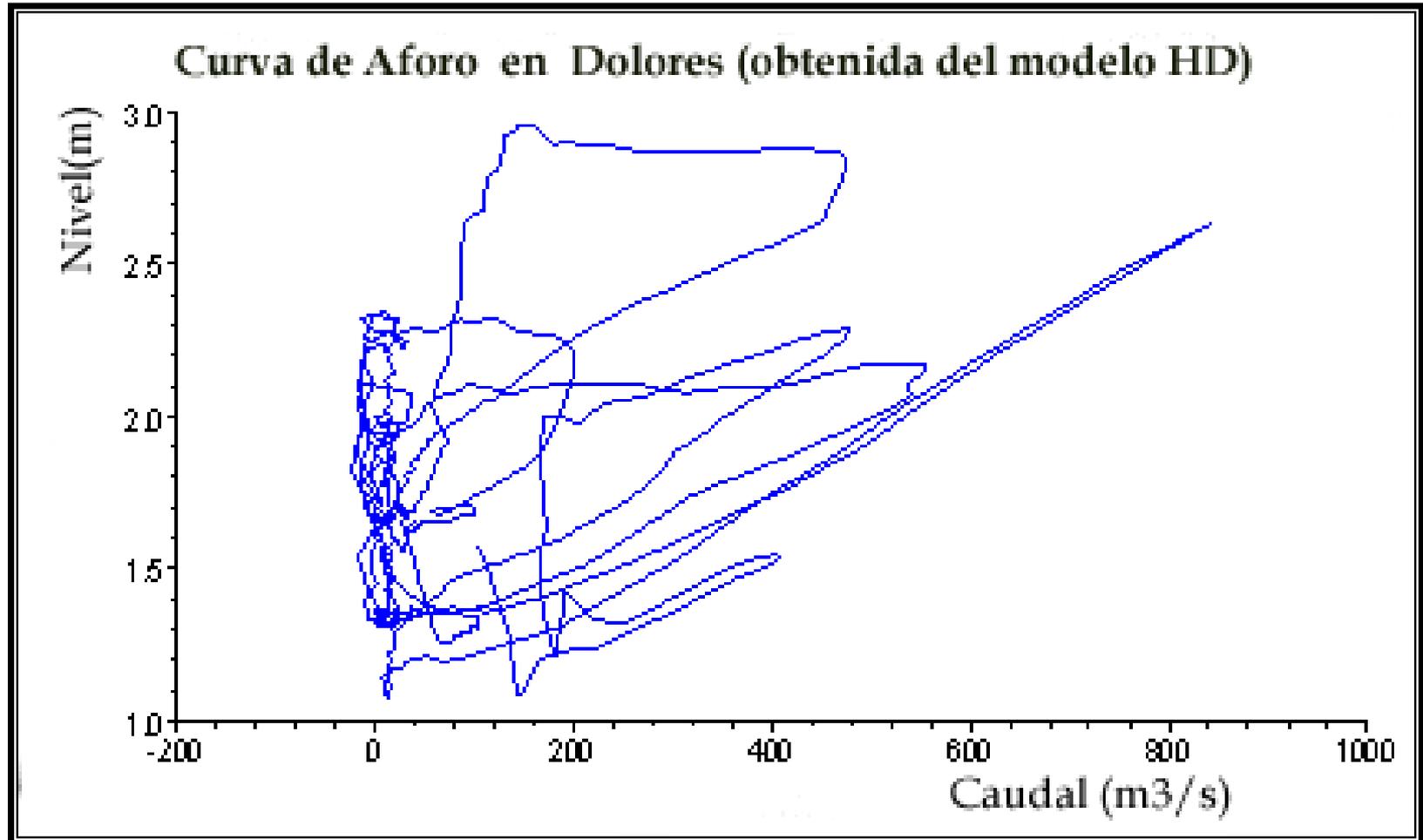
CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



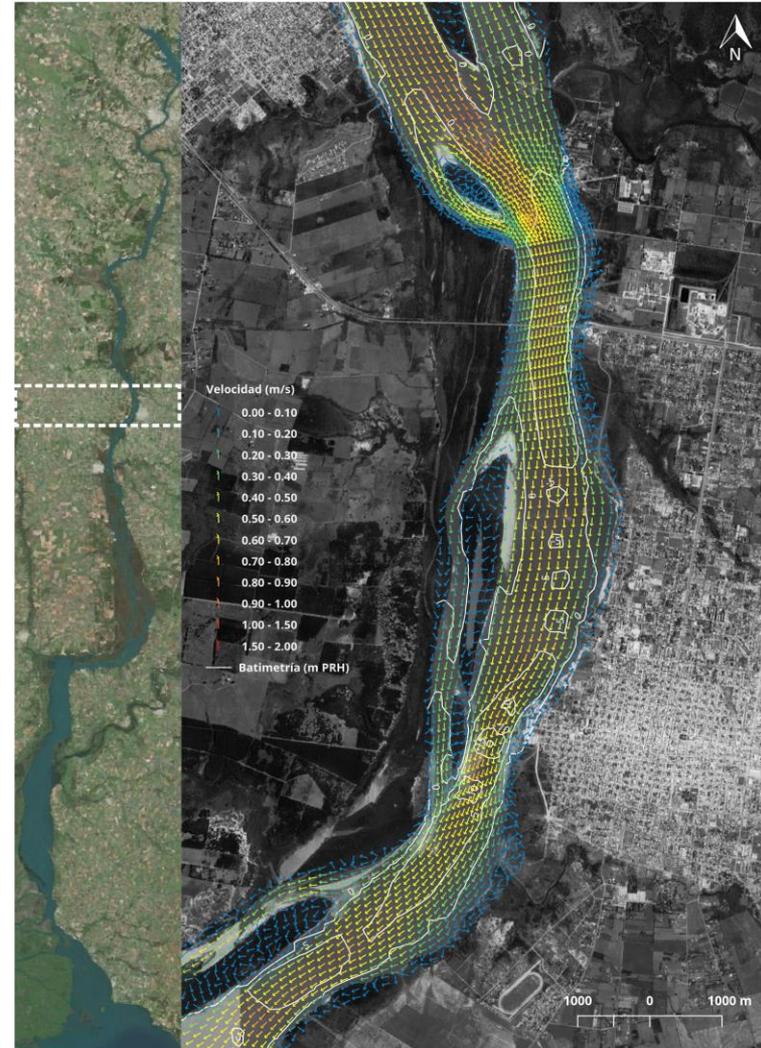
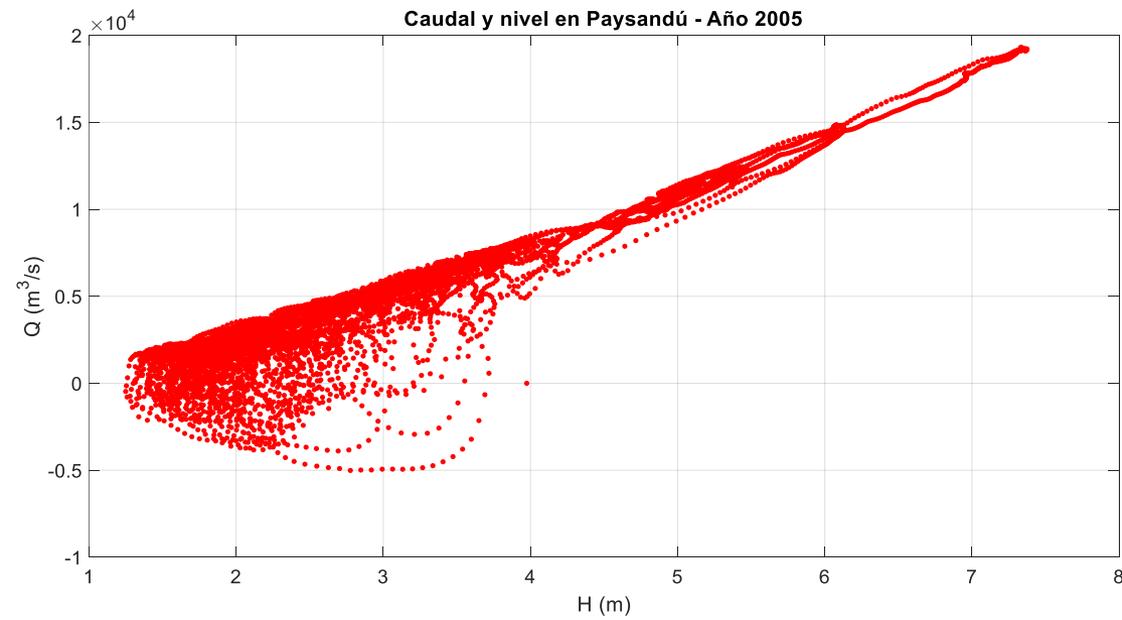
CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



CURVAS DE AFORO

Afectación de remansos



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



Luego de elegido el sitio, suponemos que tras una serie de mediciones de caudal en un cauce se obtiene la siguiente tabla.

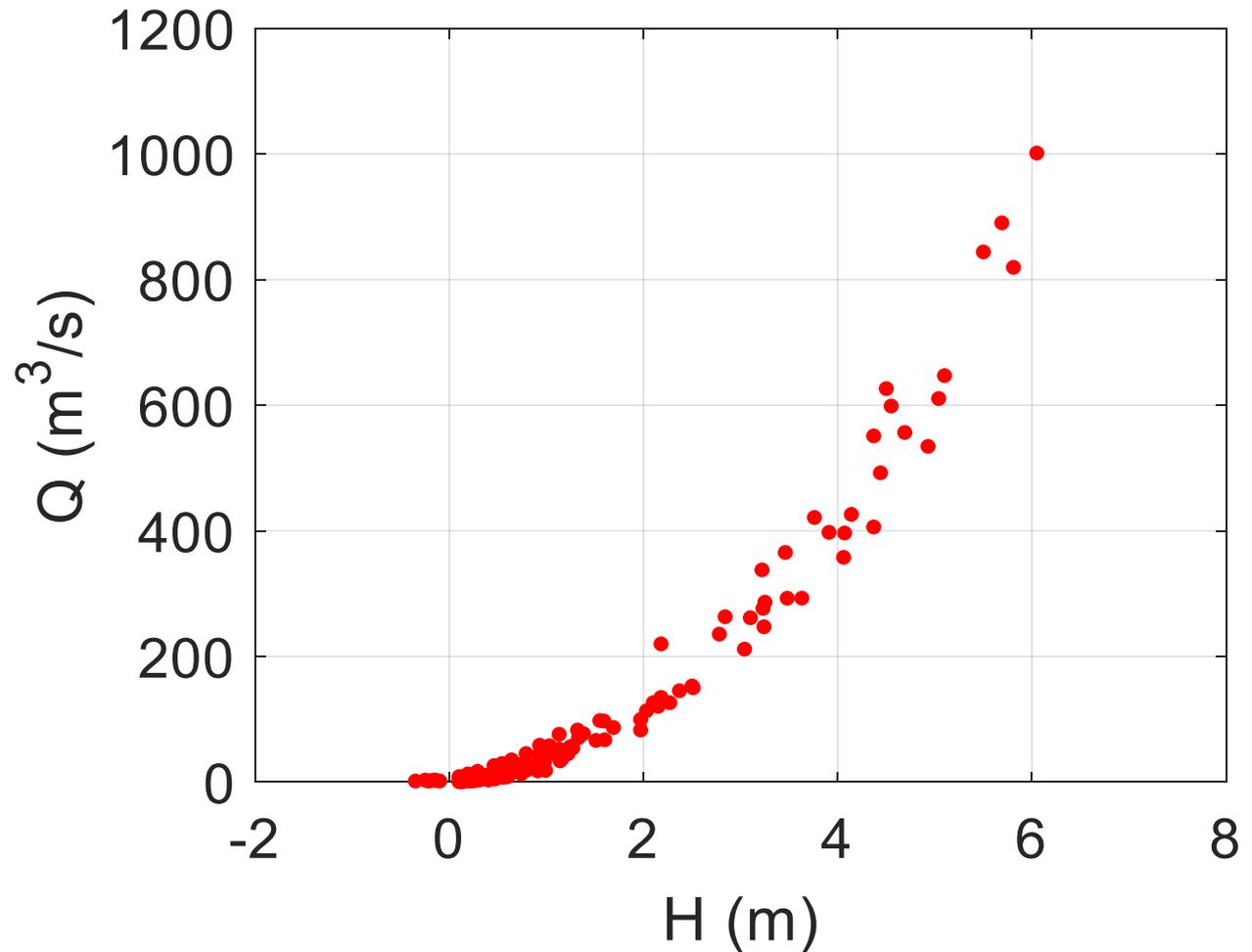


H (m)	Q (m ³ /s)
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...	...
...	...

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

H (m)	Q (m ³ /s)
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...	...
...	...



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

Para obtener una relación Q-H busco una función que ajuste mis datos lo mejor posible. Como los datos no tienen un vínculo lineal recorro a una función de la forma:

$$Q = A H^b \quad \Rightarrow \quad \text{¿Porqué no ajustar mediante un polinomio de grado n?}$$

Para ajuste de curvas de aforo se suele adoptar la forma:

$$Q = A (H - H_0)^b \quad \Rightarrow \quad \text{¿Qué representa } H_0?$$

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

¿Por qué no ajustar mediante un polinomio de grado n ?

- Es de interés que el modelo matemático reproduzca lo mejor posible el fenómeno físico que se quiere representar.
- La función potencial es ampliamente utilizada para esta aplicación.

¿Qué representa H_0 ?

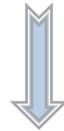
- Es el corte de la curva con el valor de caudal nulo. Representa el nivel correspondiente a $Q = 0$, que habitualmente se asocia al punto más bajo de la sección transversal.
- No tiene por qué ser el cero correspondiente a la escala local.

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

Aplicando logaritmo de ambos lados de la ecuación obtengo una forma linealizada que puedo aproximar mediante un ajuste lineal simple.

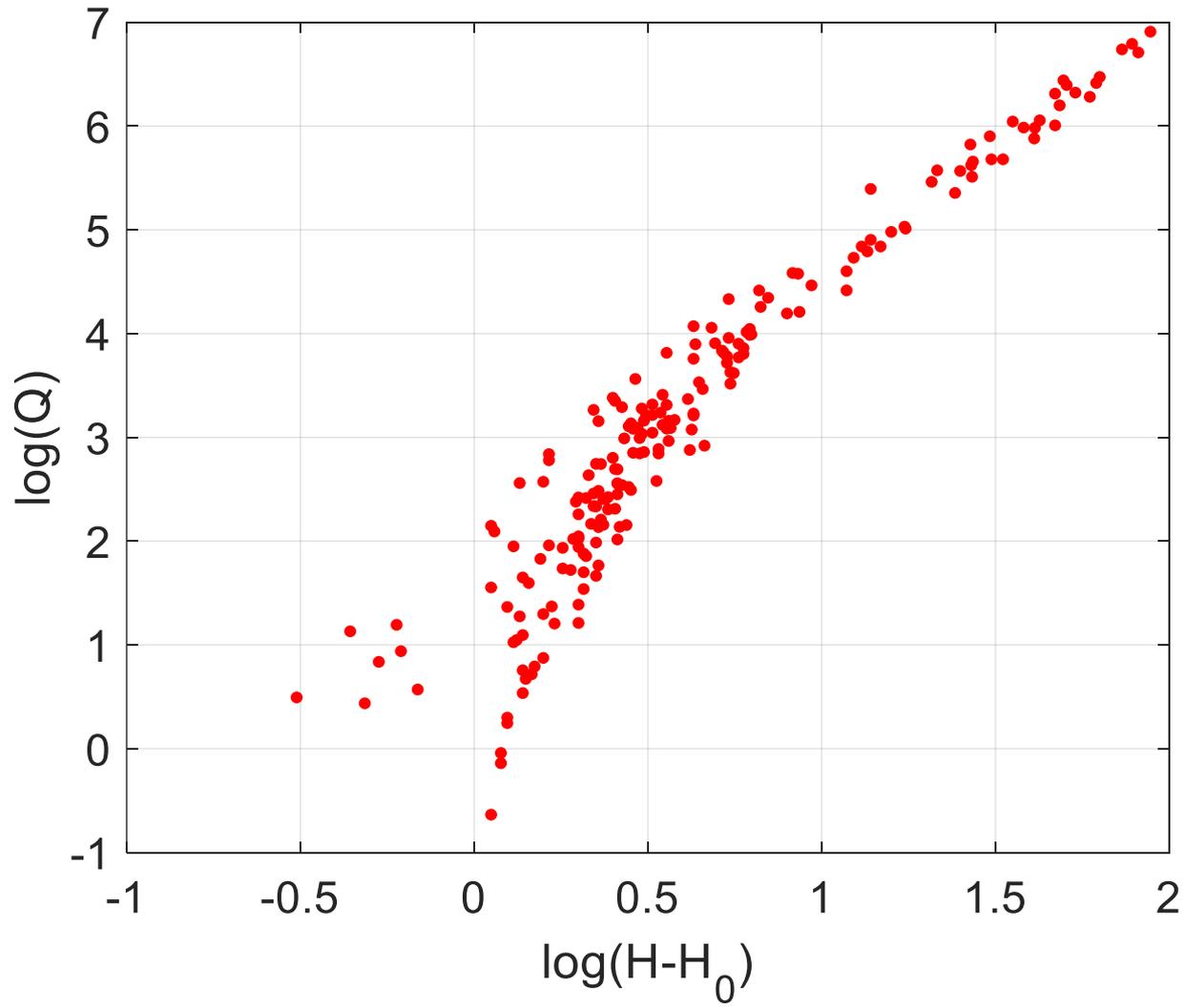
$$Q = A (H - H_0)^b$$



$$\log(Q) = \log(A) + b \log(H - H_0)$$

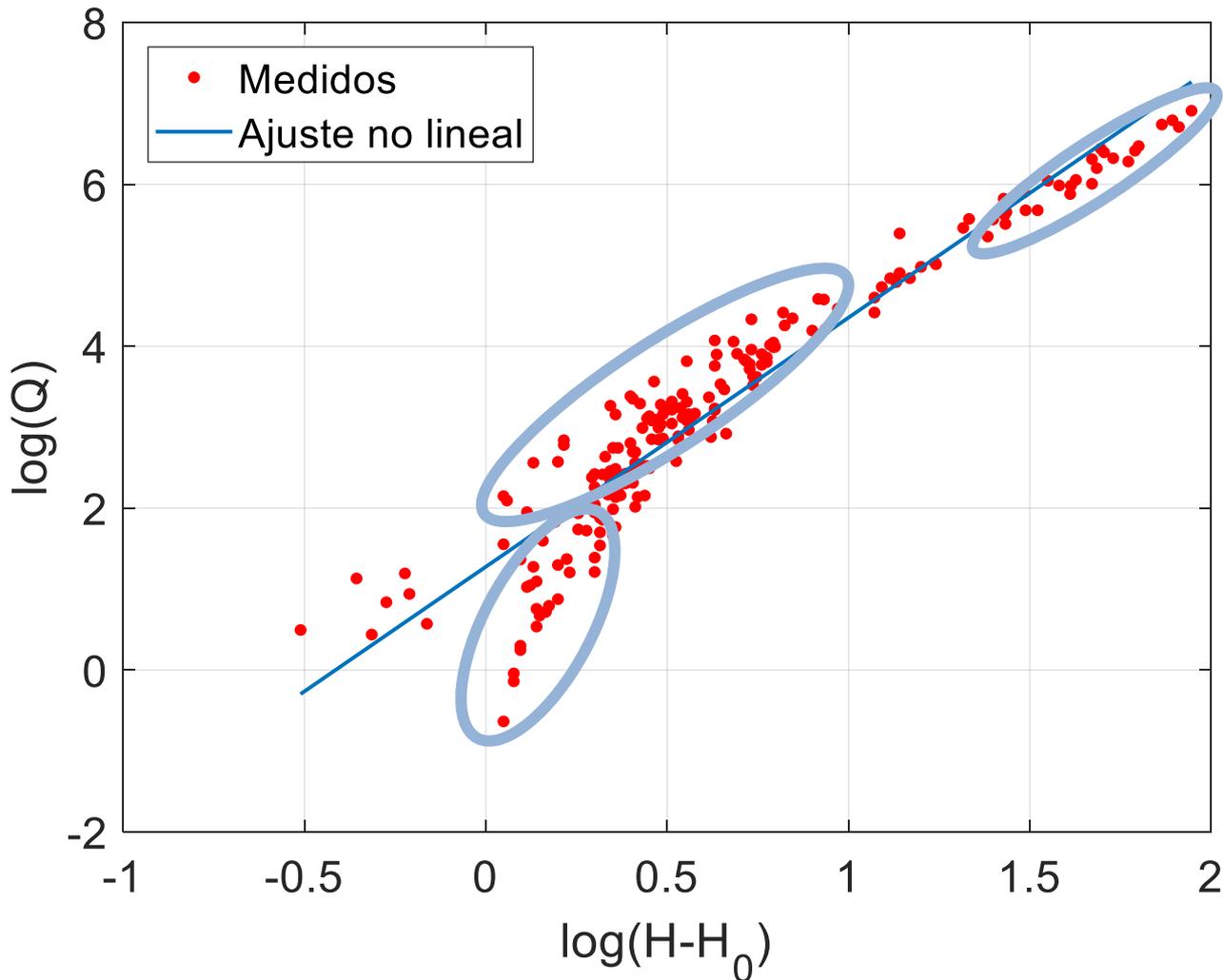
CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



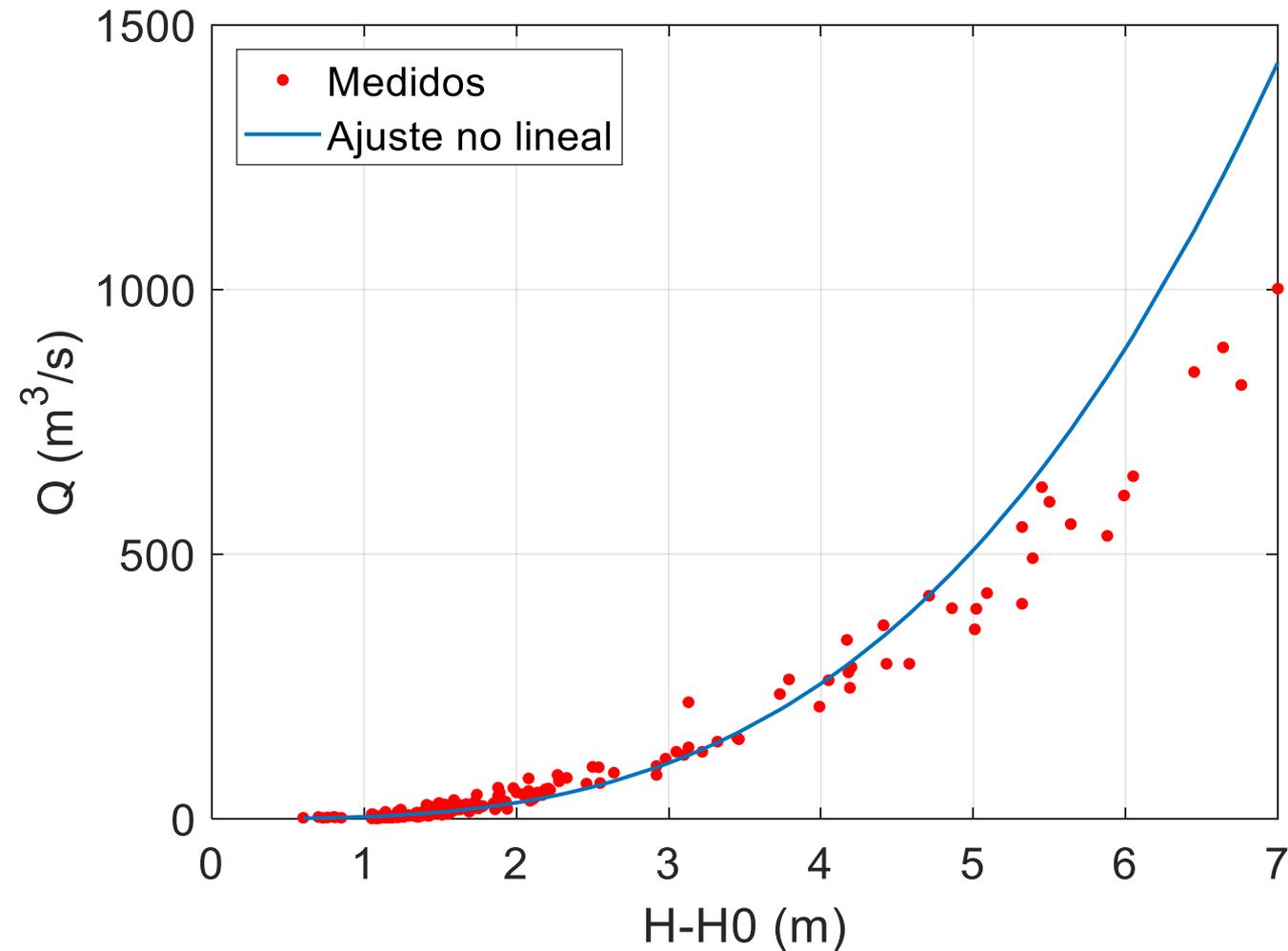
$$A = 3.58$$

$$b = 3.08$$

A simple vista:
¿El ajuste es
adecuado?

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo



$$A = 3.58$$

$$b = 3.08$$

A simple vista:
¿El ajuste es
adecuado?

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

A la hora de evaluar el ajuste, es bueno complementar métodos gráficos con métodos analíticos, para mayor objetividad.

Una forma sencilla de evaluar es calcular los residuales del ajuste y graficarlos en función de Q:

$$res_i = Q_i - Q_i^*$$

$$res_i = Q_i - A (H_i - H_0)^b$$

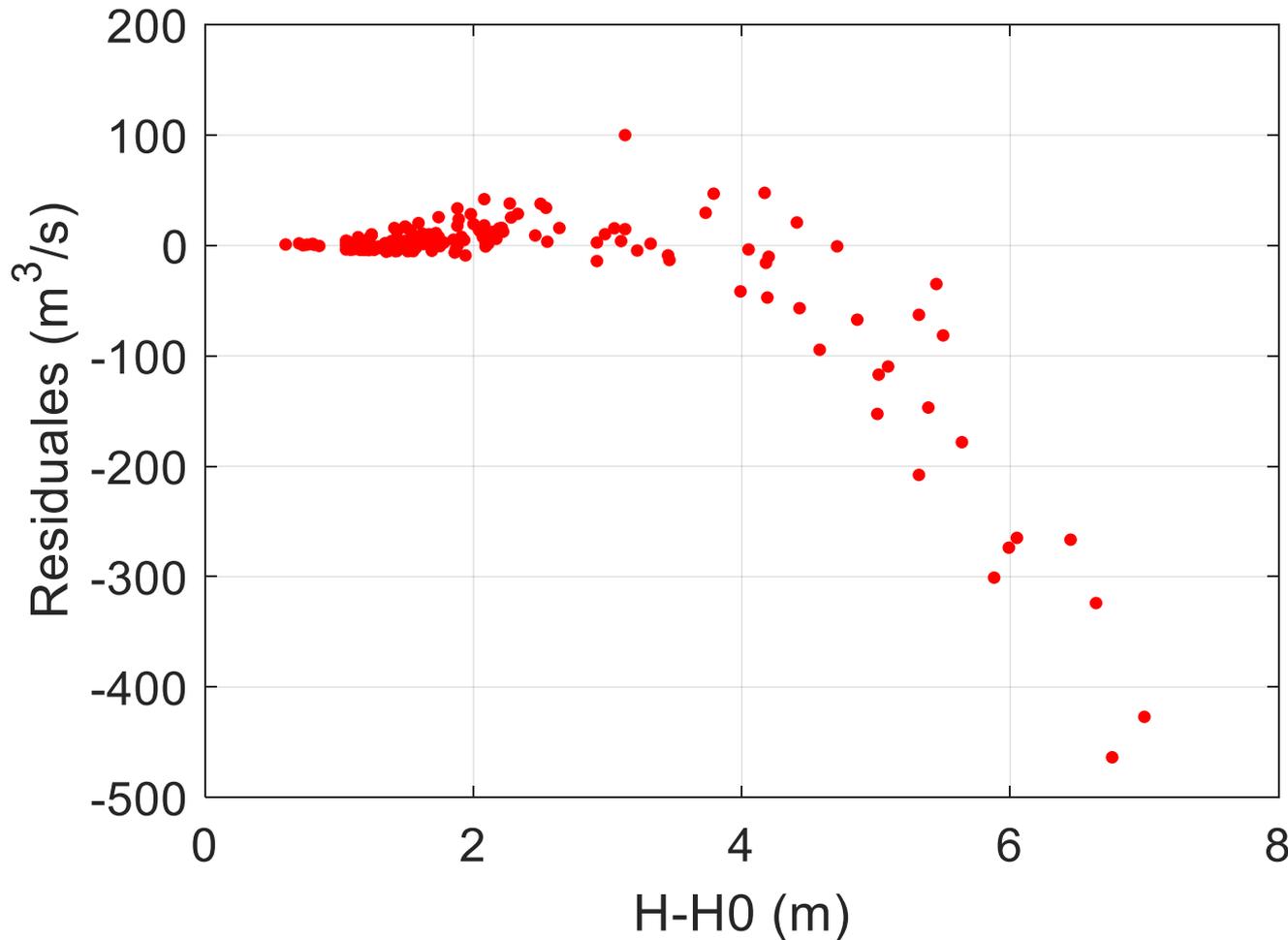
$$Q_i^* \Rightarrow Q_i^* = A (H_i - H_0)^b$$

(Caudal estimado
mediante la curva de
aforo)

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

$$res_i = Q_i - A (H_i - H_0)^b$$



¿Qué se observa?

¿El ajuste es adecuado?

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

$$Q_i^* = A (H_i - H_0)^b$$

La evaluación se puede complementar con algunas medidas estandarizadas de error, por ejemplo:

Error medio cuadrático:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i^* - Q_i)^2 = 5.1 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

Raíz del error medio cuadrático:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i^* - Q_i)^2} = 71.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Error absoluto medio:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Q_i^* - Q_i| = 25.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

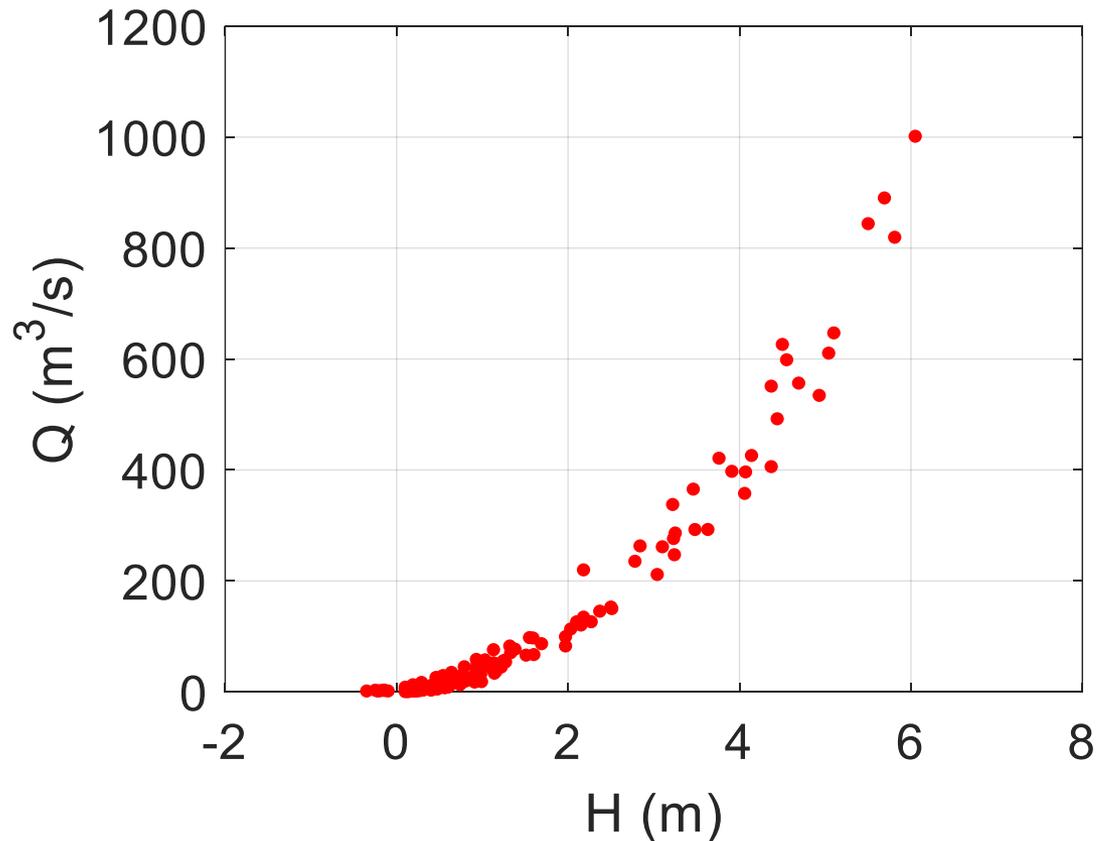
$$Q_i^* = A (H_i - H_0)^b$$

¿Qué nos dicen los valores obtenidos?

$$MSE = 5.1 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

$$RMSE = 71.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

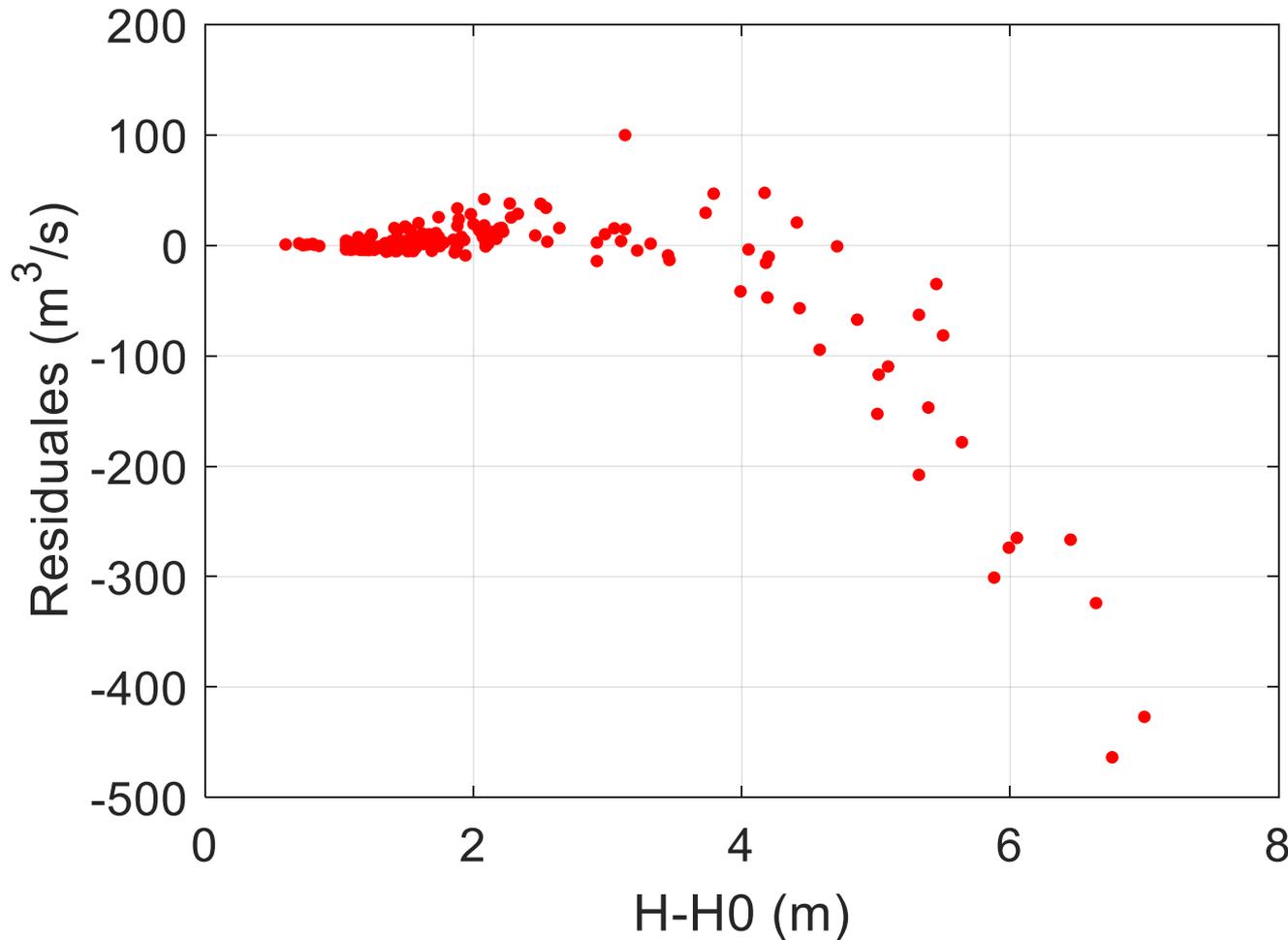
$$MAE = 25.7 \text{ m}^3/\text{s}$$



CURVAS DE AFORO

Determinación de curva de aforo

$$res_i = Q_i - A (H_i - H_0)^b$$



¿Por qué se da este comportamiento?

CURVAS DE AFORO

- ❖ La geometría de los cauces es variable al aumentar el nivel de agua.
- ❖ También cambia la rugosidad, ya que el material que conforma las márgenes y la vegetación van variando al subir en la planicie de inundación. Incluso pueden encontrarse estructuras o elementos de origen antrópico.
- ❖ La hidrodinámica también cambia al aumentar el caudal.



Esto hace que la relación nivel-caudal cambie y por eso cambia la pendiente de la nube de puntos.

¿Cómo lo solucionamos?

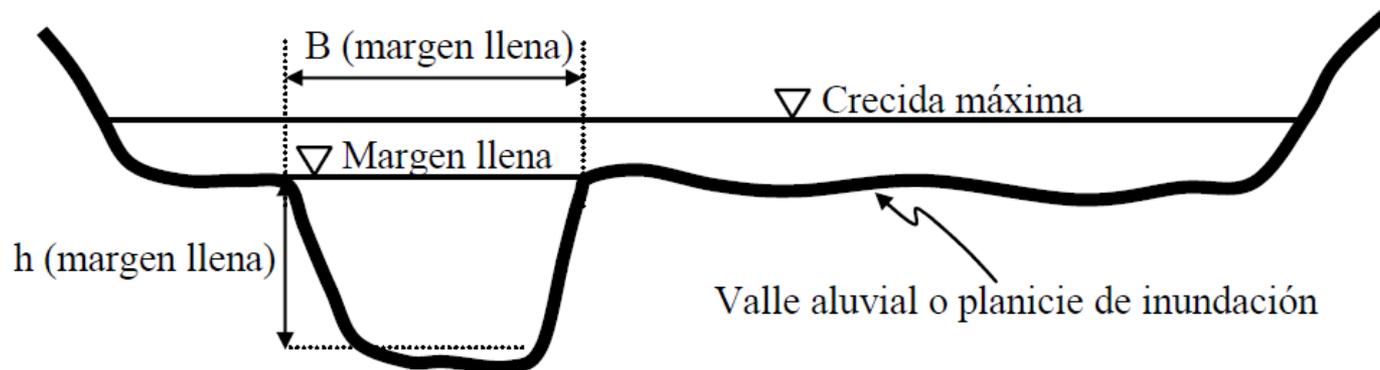
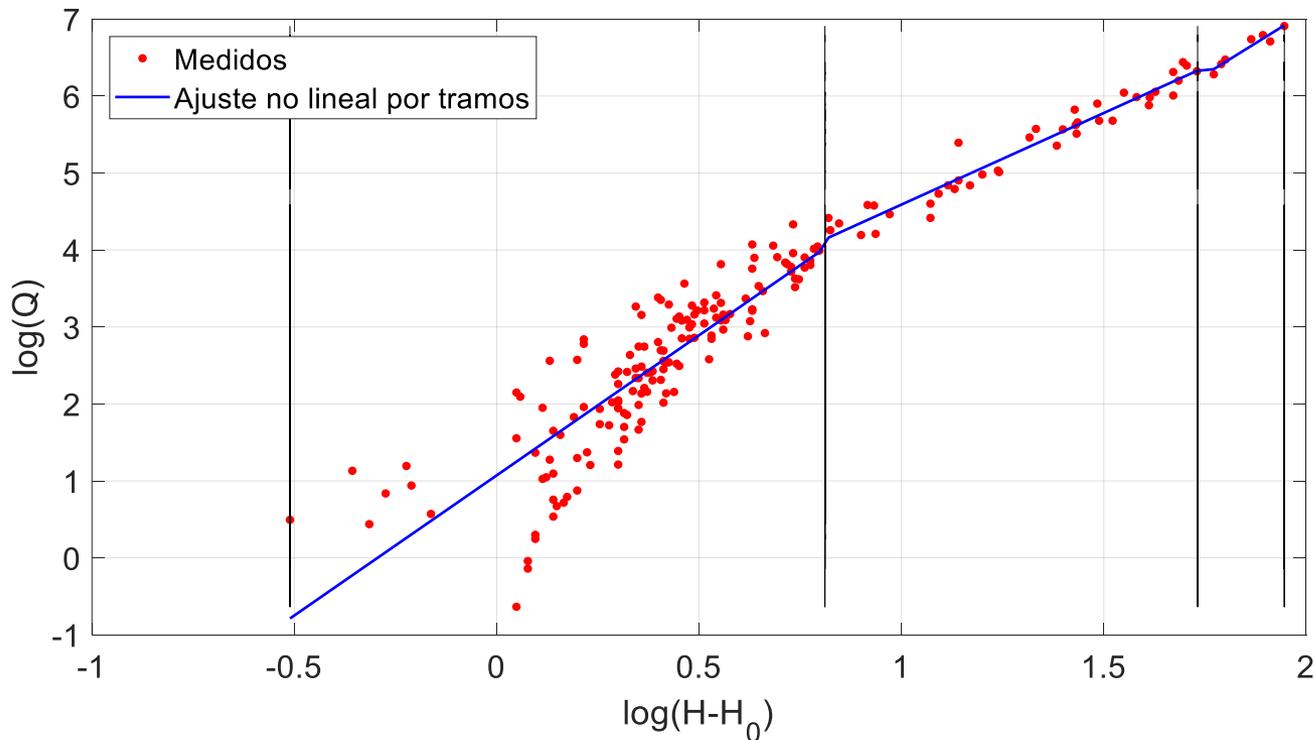


Figura extraída de Basile (2018).

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

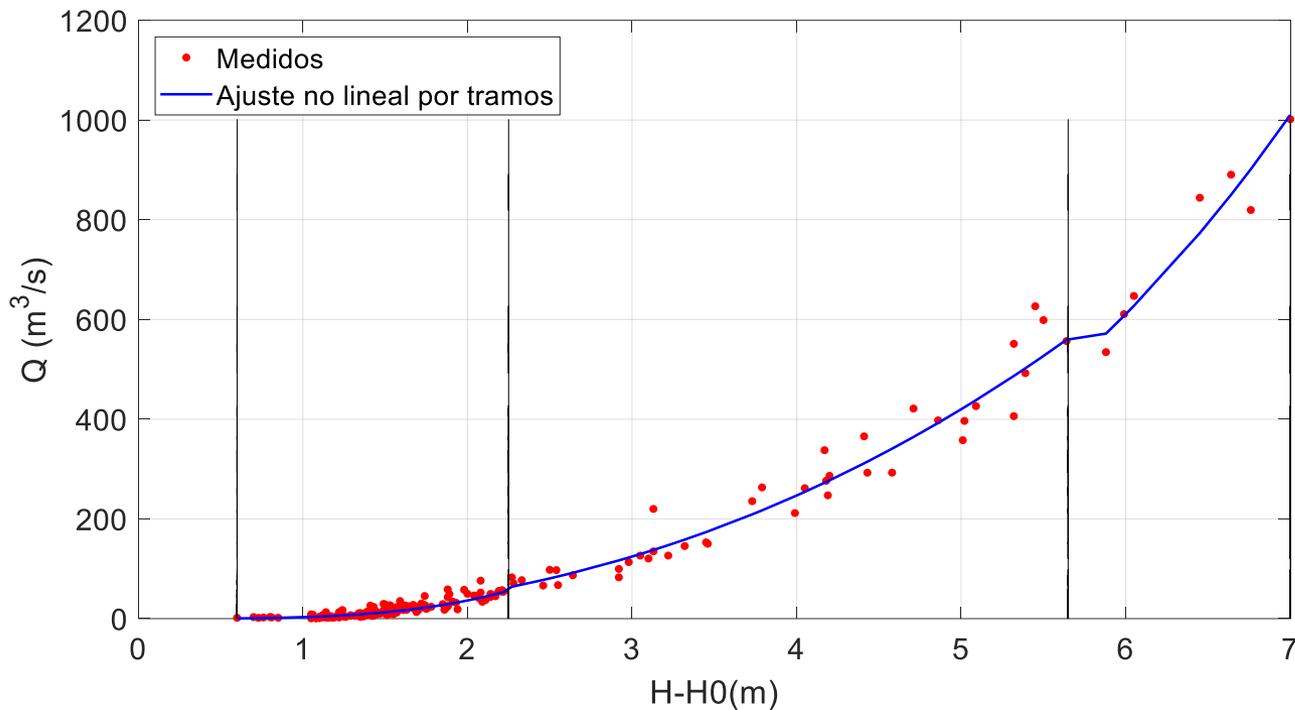


Tramo	H inf	H sup
1	-0.35 m	1.30 m
2	1.30 m	4.70 m
3	4.70 m	6.05 m

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

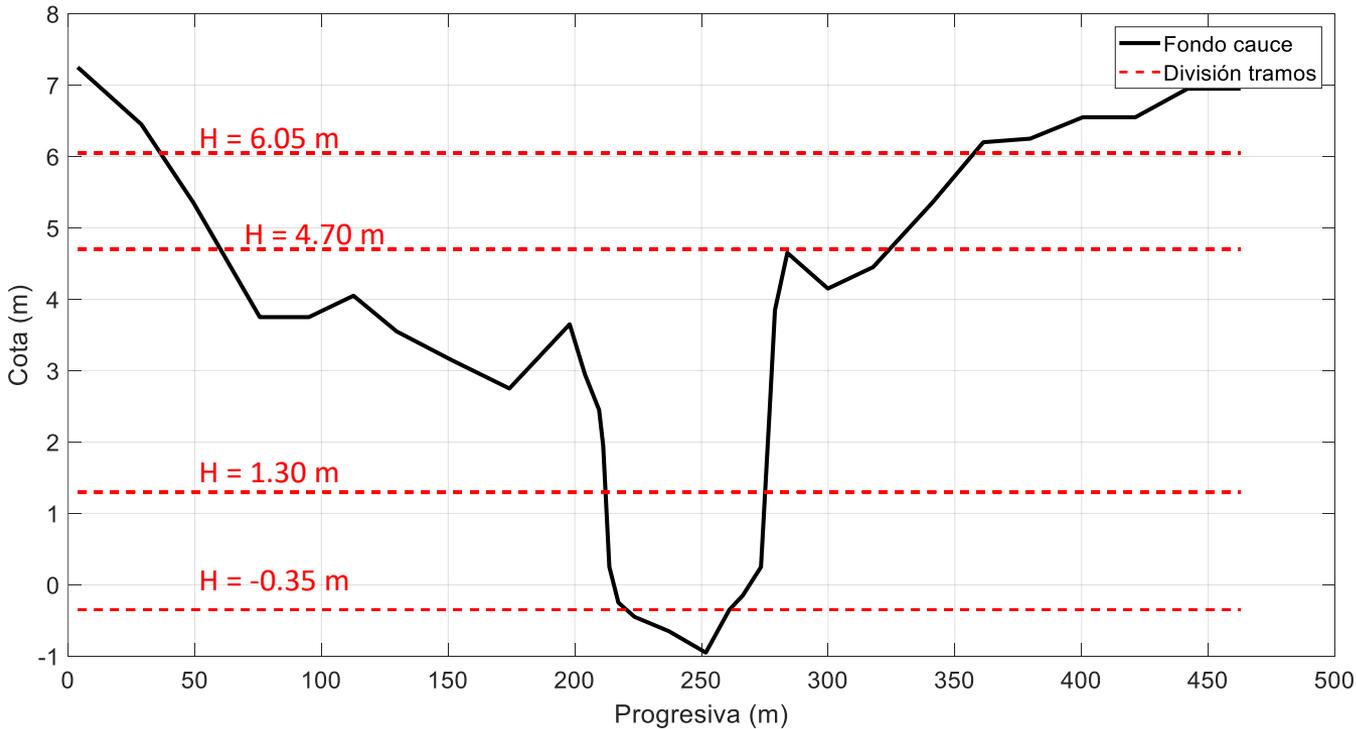


Tramo	H inf	H sup
1	-0.35 m	1.30 m
2	1.30 m	4.70 m
3	4.70 m	6.05 m

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

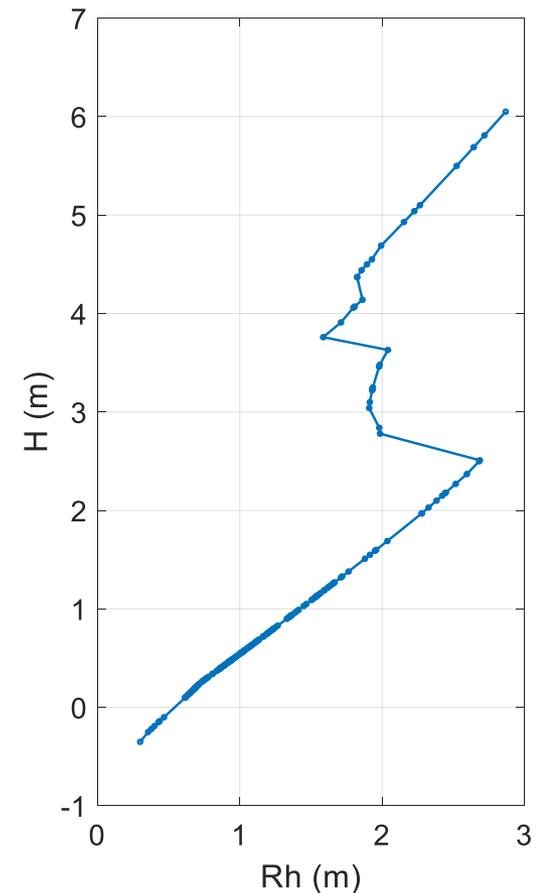
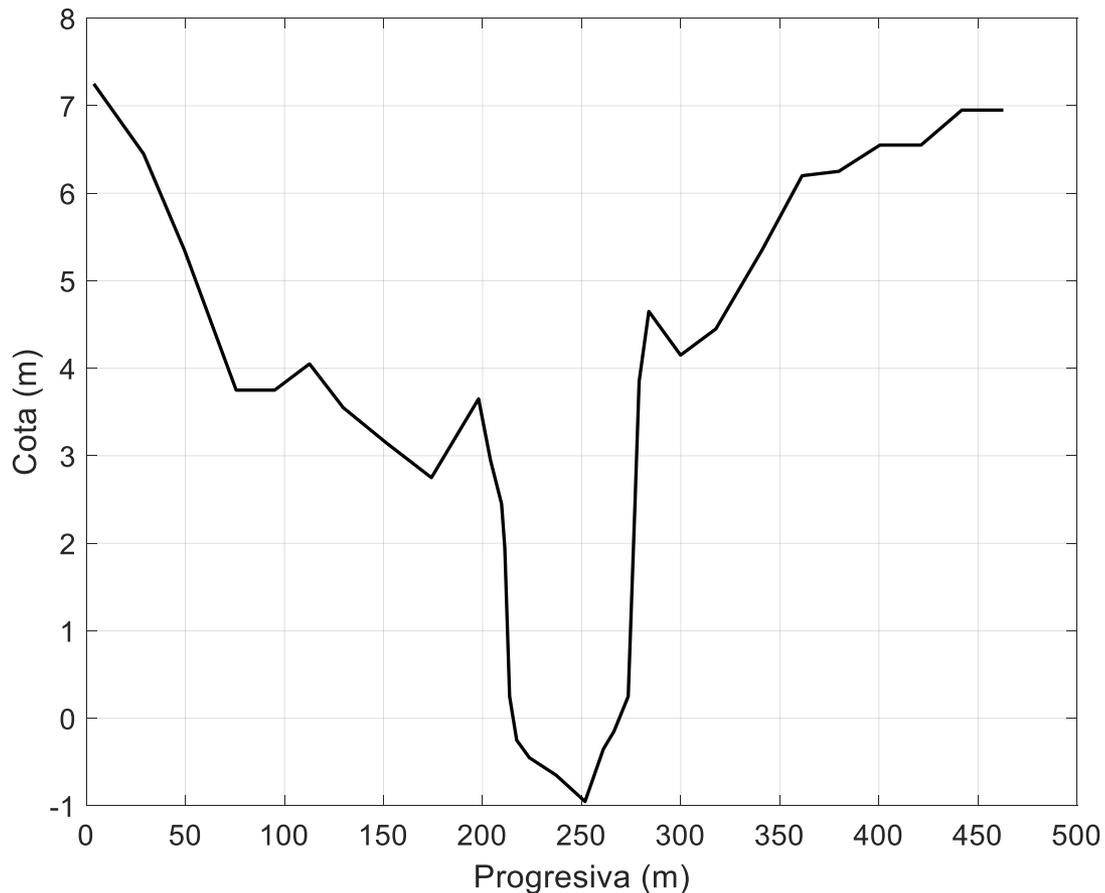


Tramo	H inf	H sup
1	-0.35 m	1.30 m
2	1.30 m	4.70 m
3	4.70 m	6.05 m

CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Para enfrentar el problema es común realizar un ajuste por tramos, dividiendo el conjunto de datos con algún criterio razonable.

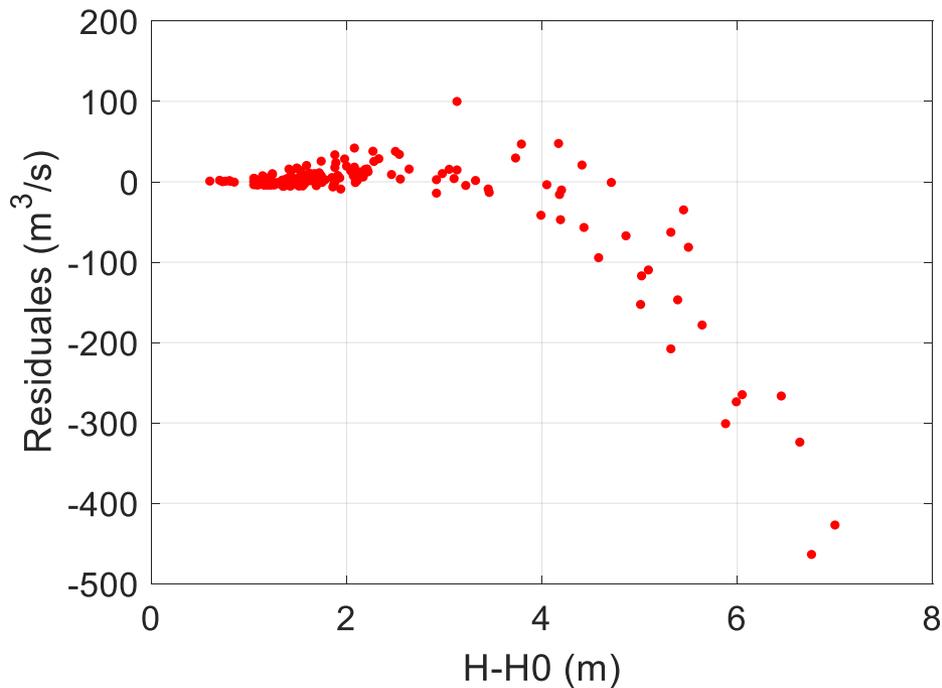


CURVAS DE AFORO

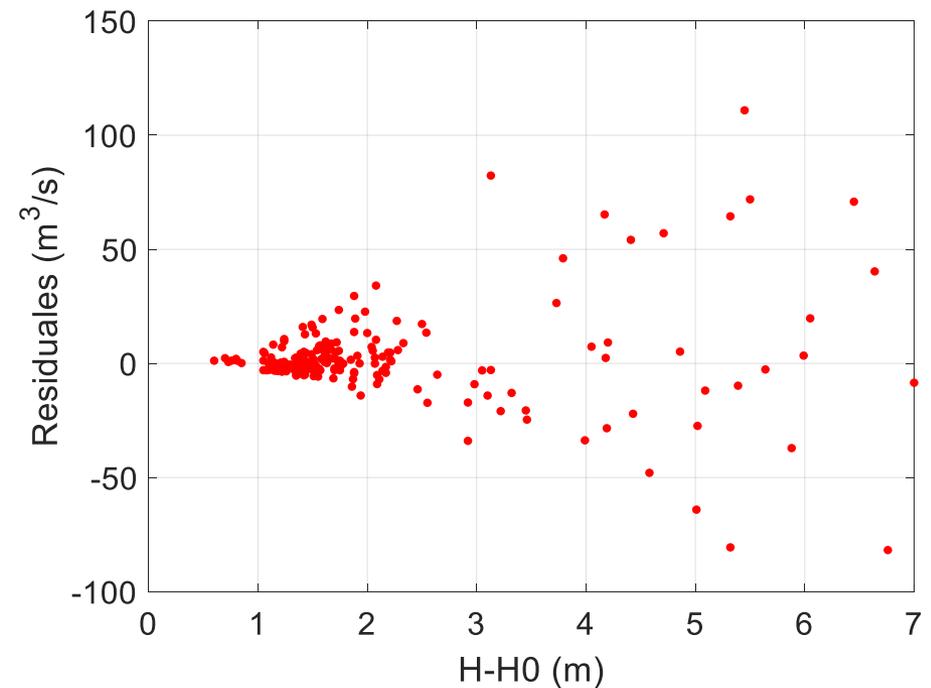
Ajuste por tramos de nivel

Comparando podemos observar una mejoría en el ajuste en todos los indicadores, tanto gráficos como analíticos.

Ajuste normal



Ajuste por tramos



CURVAS DE AFORO

Ajuste por tramos de nivel

Comparando podemos observar una mejoría en el ajuste en todos los indicadores, tanto gráficos como analíticos.

Ajuste normal

$$MSE = 5.1 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

$$RMSE = 71.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$MAE = 25.7 \text{ m}^3/\text{s}$$



Ajuste por tramos

$$MSE = 4.3 \times 10^2 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

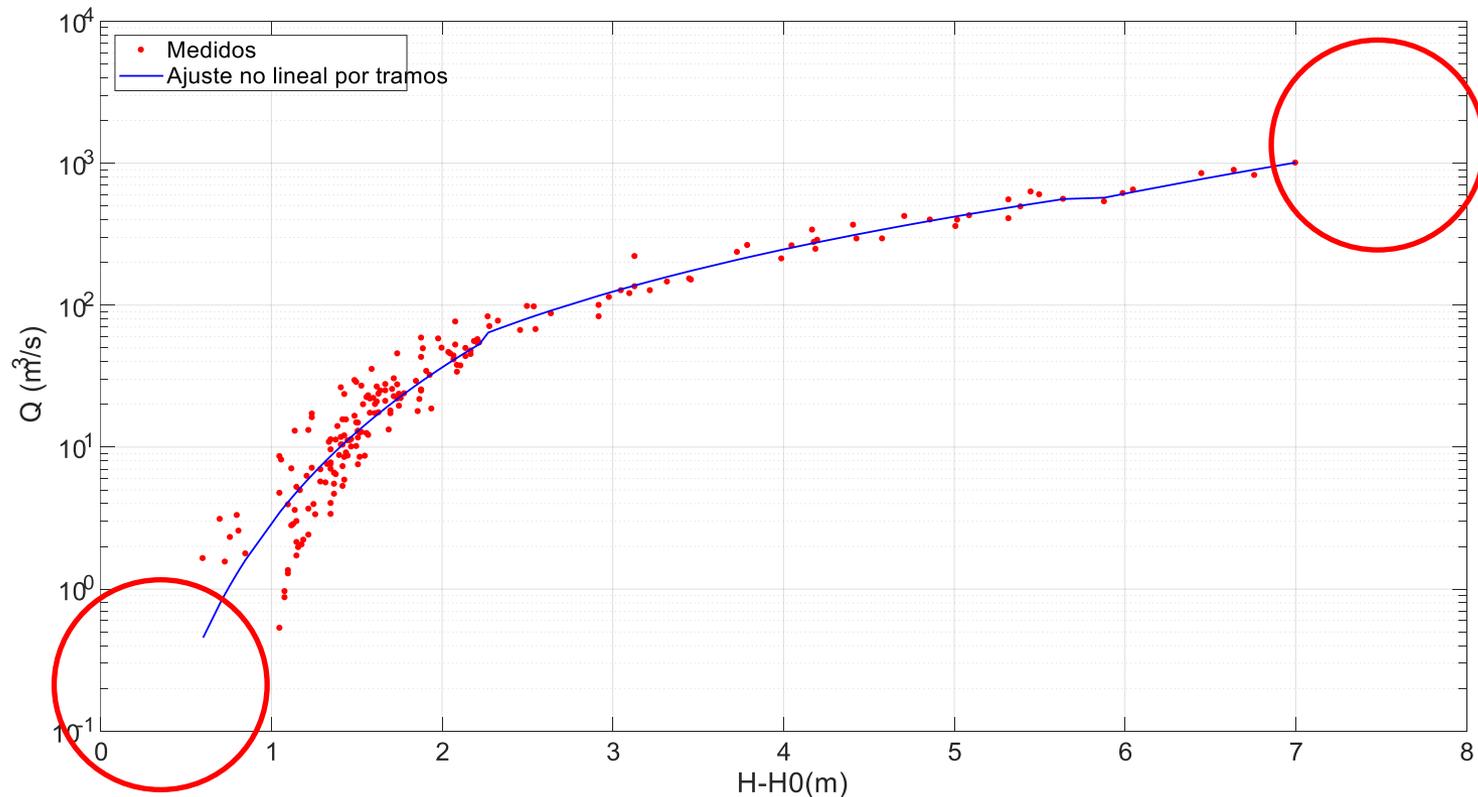
$$RMSE = 20.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$MAE = 10.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

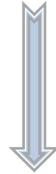
En ocasiones necesitamos estimar caudales fuera del rango que utilizamos para hacer el ajuste.
¿Qué hacemos en ese caso? ¿Es correcto extrapolar nuestro ajuste?



CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

En ocasiones necesitamos estimar caudales fuera del rango que utilizamos para hacer el ajuste. ¿Qué hacemos en ese caso? ¿Es correcto extrapolar nuestro ajuste?



- ❖ No hay que olvidar que es un ajuste matemático, que no tiene en cuenta las características físicas del cauce (geometría, rugosidad, etc.). Es por esto que hubo que hacer un ajuste por tramos en primer lugar.
- ❖ Si extrapolamos el ajuste matemático, nos arriesgamos a hacer estimaciones erróneas, ya que no sabemos si cambian la geometría y rugosidad del cauce.
- ❖ Es conveniente manejar algún otro criterio (ecuación de base física) como respaldo, que tenga en cuenta estas características del cauce. ¿Cuál puede ser?

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

❖ Ecuación de Manning:

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_f^{1/2}}{n}$$

Siendo:

- ❖ Q el caudal
- ❖ A el área transversal de flujo.
- ❖ R_h el radio hidráulico.
- ❖ S_f la pendiente de fricción del flujo. En flujo uniforme se puede considerar igual a la pendiente de fondo del cauce.
- ❖ n el coeficiente de rugosidad de Manning. Sus valores se pueden consultar en Chow (1994).

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

La dificultad de utilizar la ecuación de Manning para extrapolar es que aparecen dos nuevas variables a tener en cuenta la pendiente S_f y el coeficiente de rugosidad n .

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_f^{1/2}}{n}$$

Condicionado por la hidrodinámica del cauce.

Si bien es un parámetro que se encuentra tabulado, presenta incertidumbre y muchas veces se usa como variable de calibración de modelos hidrodinámicos.



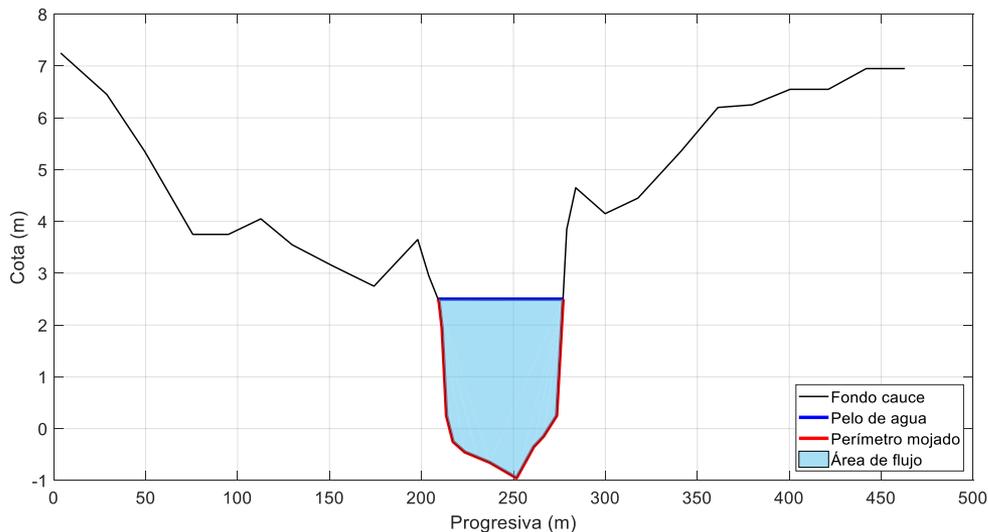
Podemos despejarlos de la ecuación y observar su comportamiento a partir de los datos medidos de H y Q.

CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

$$S_f = \left(\frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2 \quad \frac{S_f^{1/2}}{n} = \frac{Q}{AR_h^{2/3}}$$

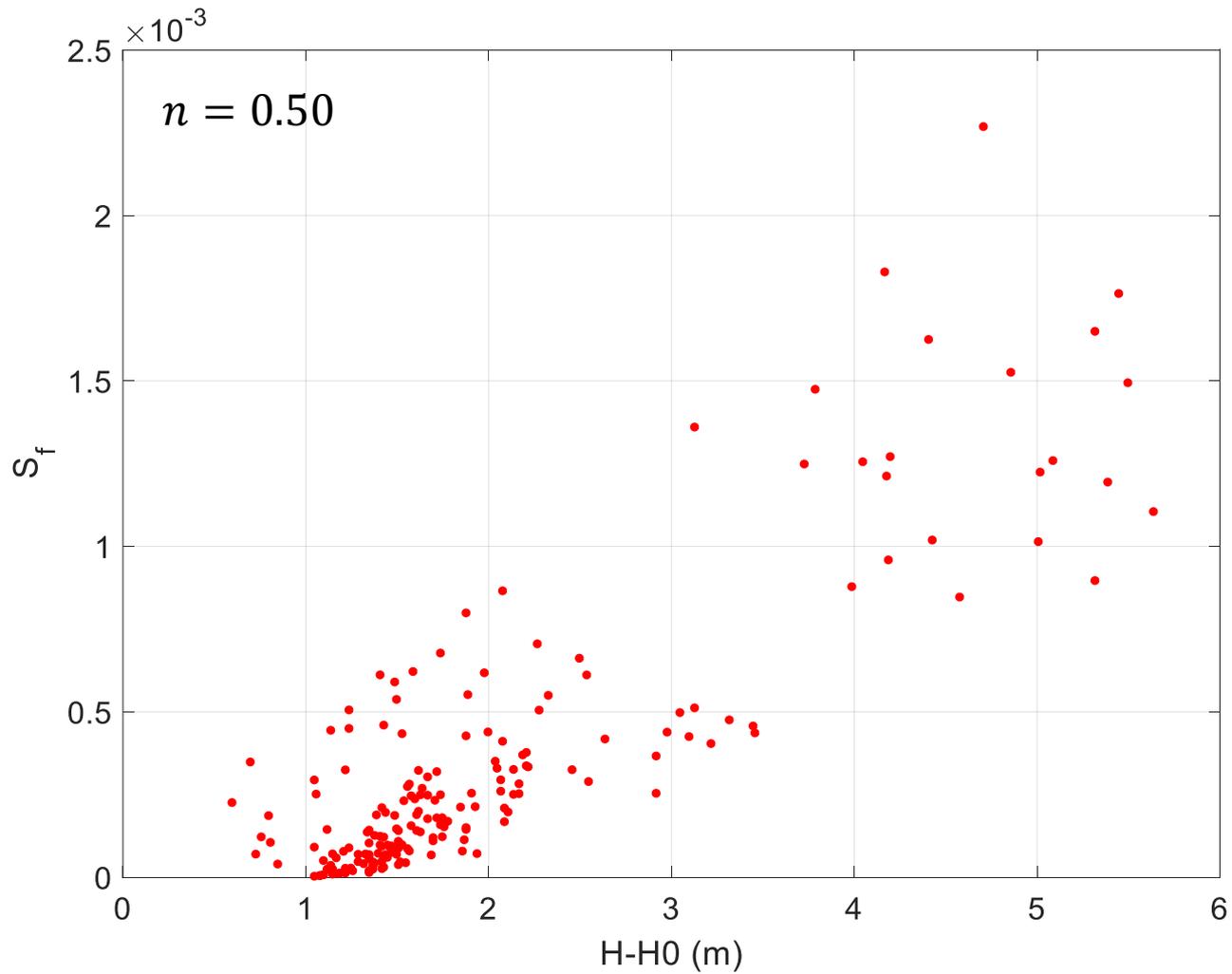
- ❖ Q es medido
- ❖ A y Rh pueden calcularse a partir de H y la geometría del cauce.



H (m)	Q (m³/s)	A (m²)	Rh (m)	Sf	Sf ^{0.5} /n
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...
...

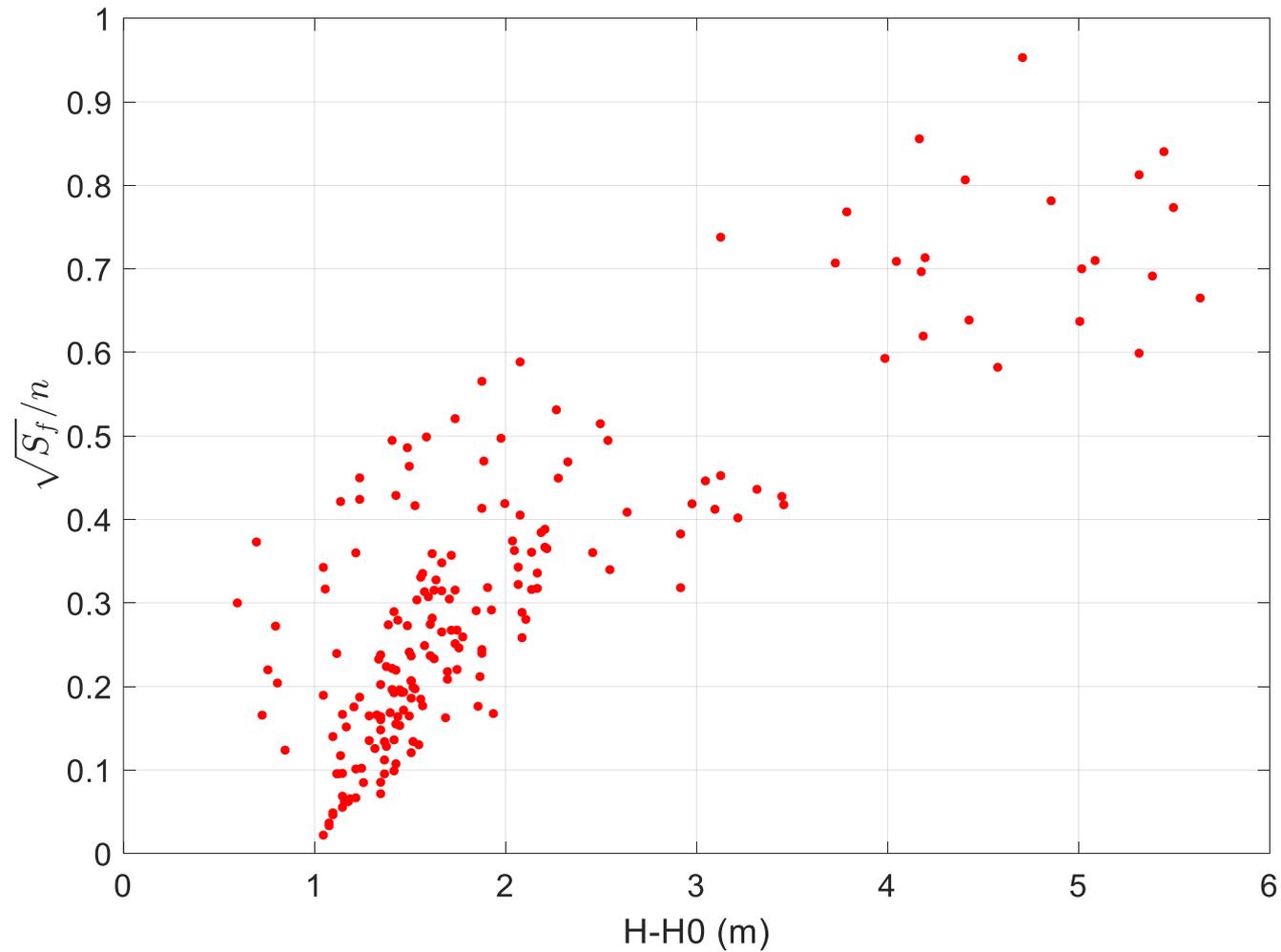
CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo



CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo



CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

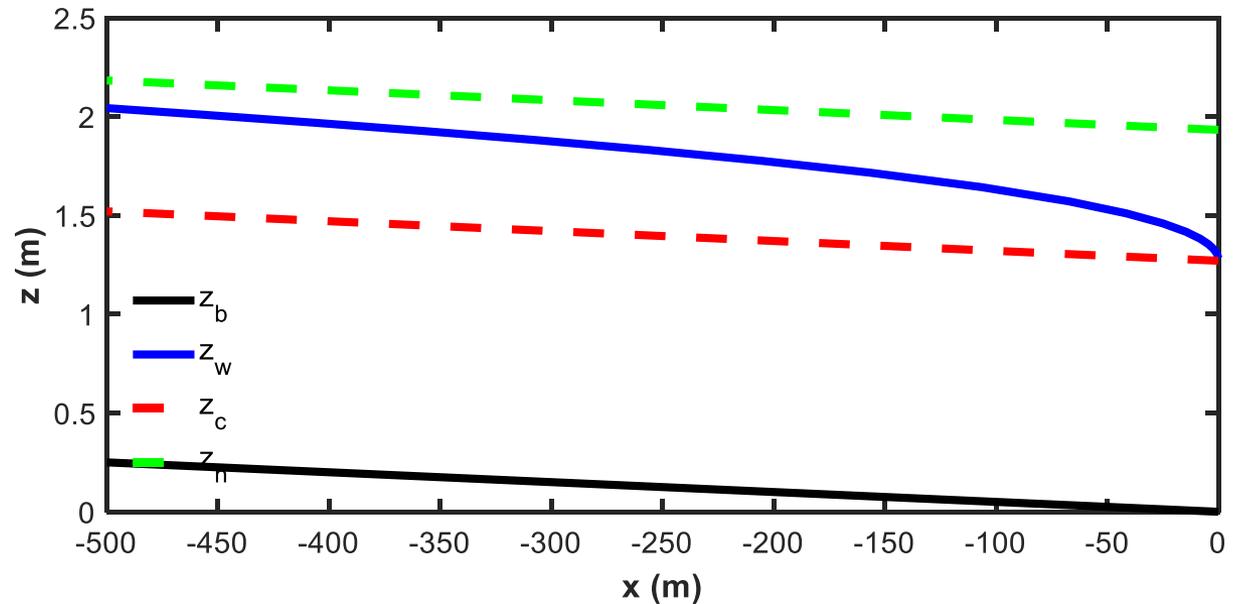
¿Cómo podemos estimar S_f para extrapolar?



Alternativa 1: Modelación hidrodinámica

Flujo gradualmente variado:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$



CURVAS DE AFORO

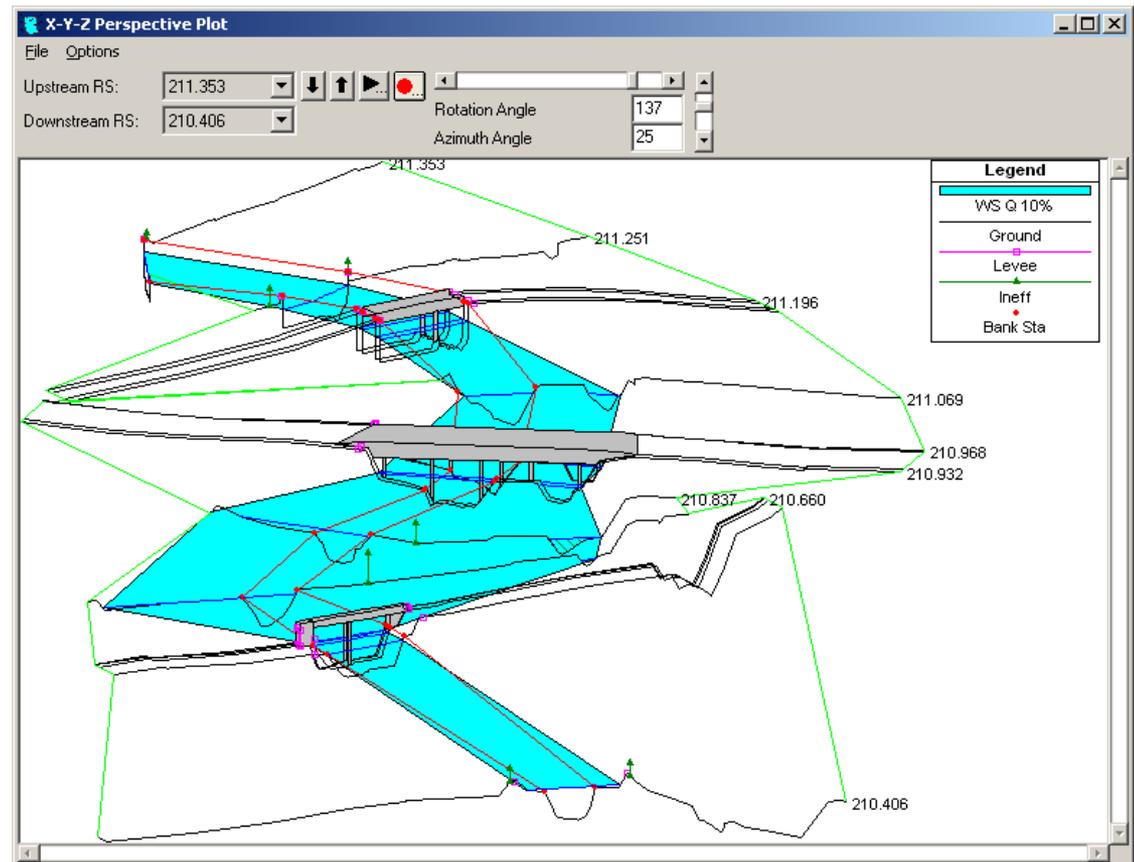
Extrapolación de curva de aforo

¿Cómo podemos estimar S_f para extrapolar?



Alternativa 1: Modelación hidrodinámica

Ecuaciones de Saint Venant:



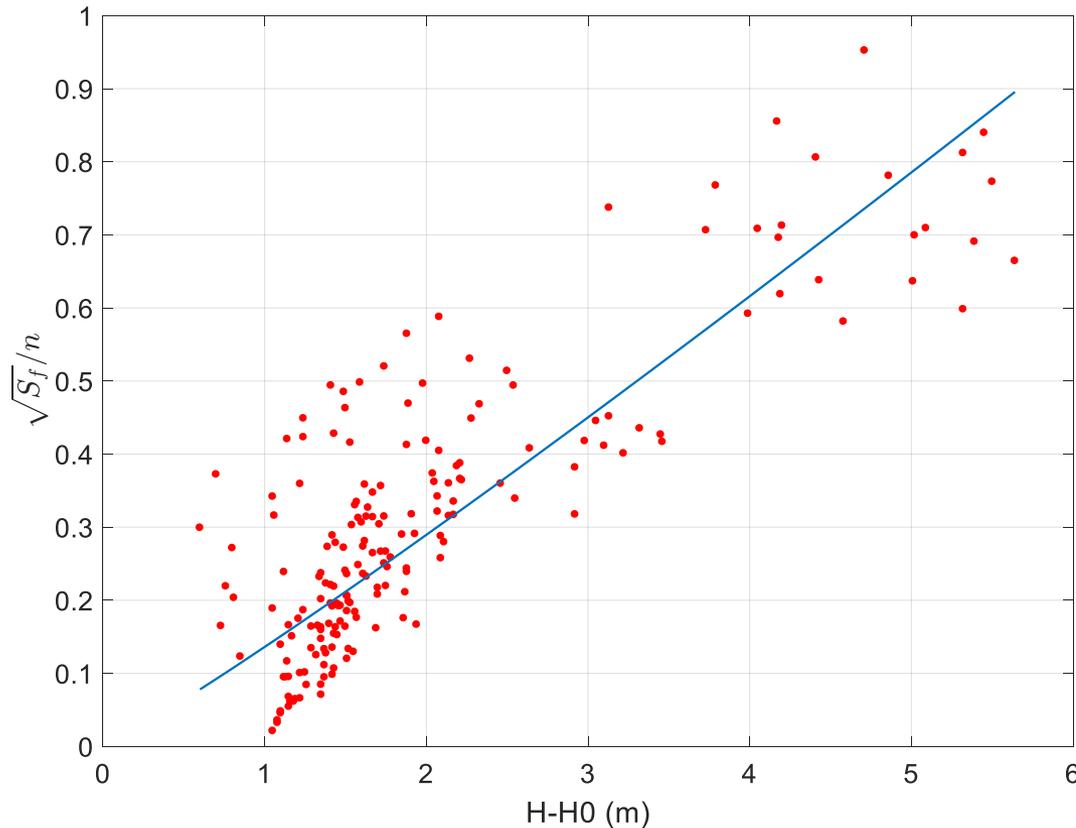
CURVAS DE AFORO

Extrapolación de curva de aforo

¿Cómo podemos estimar S_f para extrapolar?



Alternativa 2: Extrapolar ajuste matemático no lineal a $S_f^{1/2} / n$



Si bien con esta alternativa seguimos dependiendo de un ajuste matemático, en este caso se contemplan la geometría de la sección transversal y la rugosidad del cauce dentro del método, lo que le da mayor confiabilidad.

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

En la tarea del módulo, solo para simplificar, **vamos a suponer que es válido considerar S_f constante igual a la pendiente de fondo del cauce**. Con este dato, se pide hacer un ajuste del coeficiente de rugosidad de Manning para aproximarse a los datos medidos.

Suponemos:

$$S_f = S_0 \quad (\text{valor conocido})$$

Iteramos con el coeficiente de rugosidad n de Manning para lograr el mejor ajuste posible a los datos.

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_0^{1/2}}{n}$$

* Como queremos extrapolar a valores de caudal alto, nos centramos en que el ajuste sea adecuado para el tramo de valores de caudal más altos disponibles.

CURVAS DE AFORO

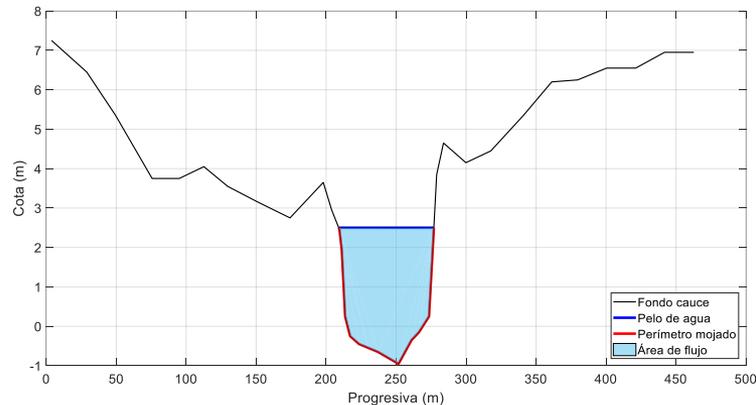
Resolución de ejercicio de aforos

Parto de los siguientes datos:

- ❖ Serie de mediciones de H y Q
- ❖ Geometría de sección transversal

H (m)	Q (m ³ /s)
-0.35	1.64
-0.25	3.10
-0.22	1.55
-0.19	2.31
-0.15	3.30
-0.14	2.56
-0.10	1.77
0.10	0.53
0.10	4.73
0.10	8.57
0.11	8.11
0.13	0.96
0.13	0.87
0.15	1.35
0.15	1.28
0.15	3.92
...	...
...	...

A partir de la geometría de la ST, puedo determinar A_i y Rh_i para cada valor de nivel H_i



H (m)	A (m ²)	Rh (m)
-0.35
-0.25
-0.22
-0.19
-0.15
-0.14
-0.10
0.10
0.10
0.10
0.11
0.13
0.13
0.15
0.15
0.15
...
...

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Luego supongo un valor para el coeficiente de rugosidad y uso la ecuación de Manning para calcular un caudal estimado Q_i^* correspondiente a cada valor de H_i

H (m)	A (m ²)	Rh (m)
-0.35
-0.25
-0.22
-0.19
-0.15
-0.14
-0.10
0.10
0.10
0.10
0.10
0.11
0.13
0.13
0.15
0.15
0.15
...
...

$$S_f = S_0 \text{ (valor conocido)}$$

Comenzamos suponiendo
 $n = 0.015$

$$Q = \frac{AR_h^{2/3} S_0^{1/2}}{n}$$

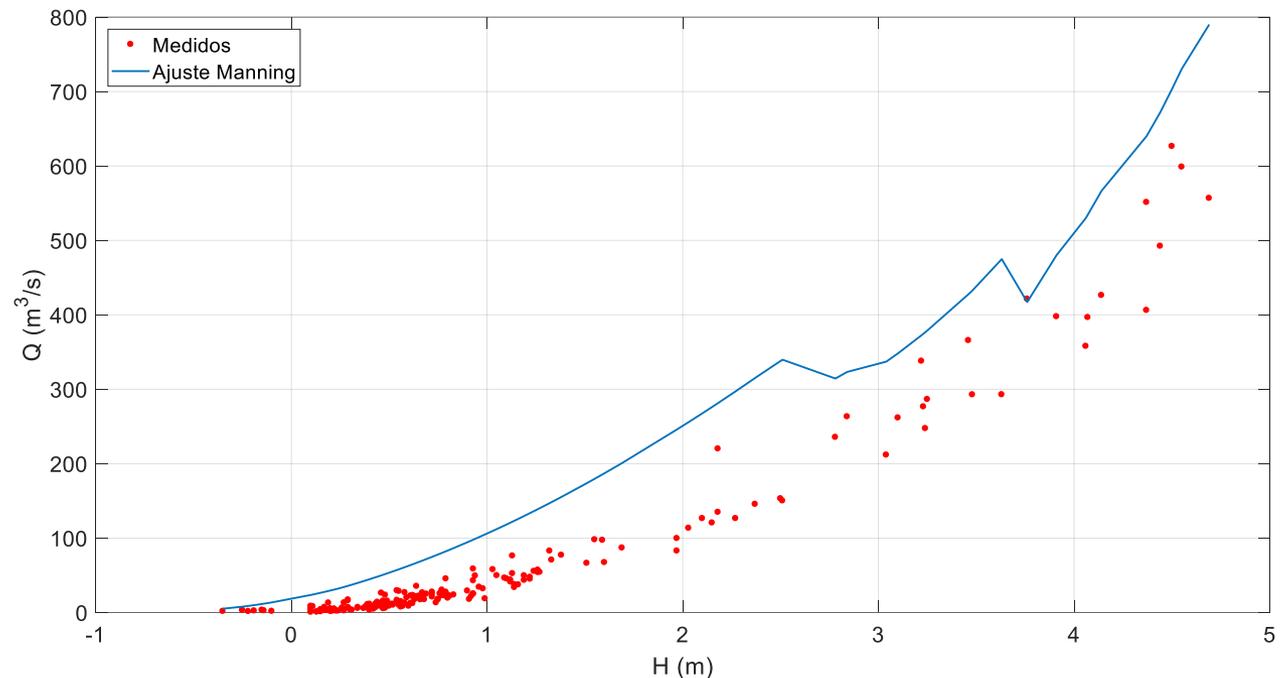
H (m)	A (m ²)	Rh (m)	Q^* (m ³ /s)
-0.35
-0.25
-0.22
-0.19
-0.15
-0.14
-0.10
0.10
0.10
0.10
0.10
0.11
0.13
0.13
0.15
0.15
0.15
...
...

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Ahora puedo hacer una comparación entre los valores medidos (Q_i) y los estimados (Q_i^*) y evaluar la calidad del ajuste.

Q (m^3/s)	Q^* (m^3/s)
1.64	...
3.10	...
1.55	...
2.31	...
3.30	...
2.56	...
1.77	...
0.53	...
4.73	...
8.57	...
8.11	...
0.96	...
0.87	...
1.35	...
1.28	...
3.92	...
...	...
...	...



$$MSE = 5.5 \times 10^3 \text{ m}^6/\text{s}^2$$

$$MAE = 60.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

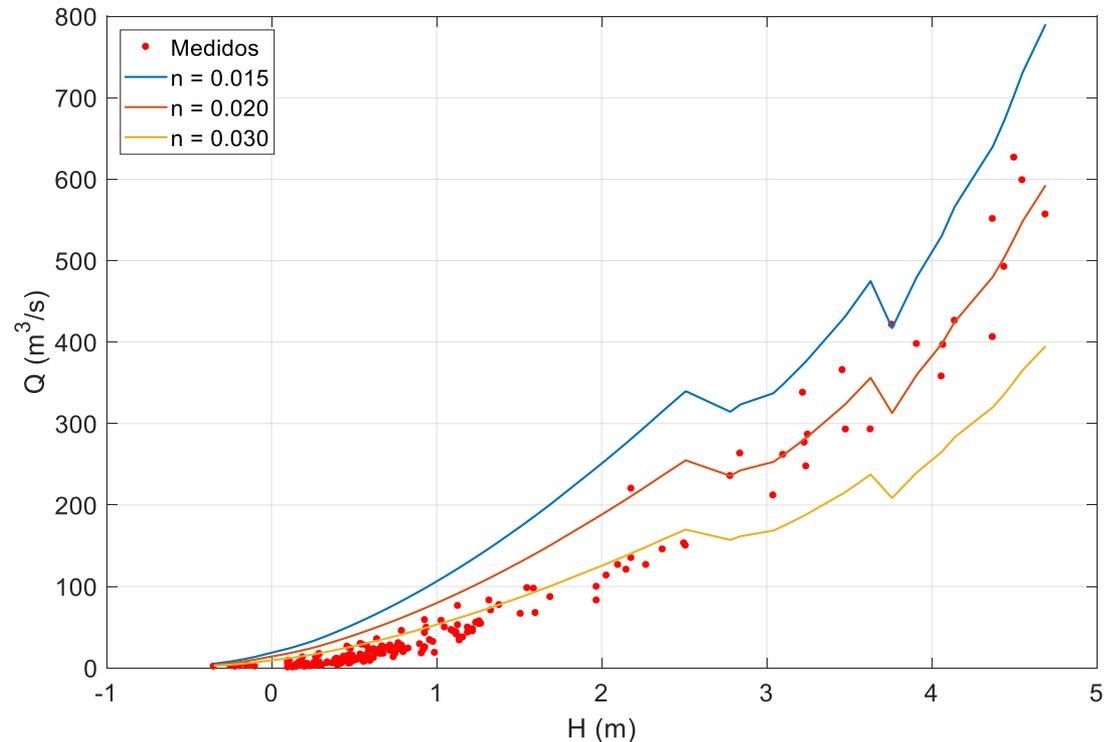
$$RMSE = 74.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Luego repito el procedimiento iterando con el valor del coeficiente de rugosidad hasta obtener un valor óptimo, que represente mejor mis datos.

	n = 0.015	n = 0.035	n = 0.050
Q (m ³ /s)	Q* (m ³ /s)	Q* (m ³ /s)	Q* (m ³ /s)
1.64
3.10
1.55
2.31
3.30
2.56
1.77
0.53
4.73
8.57
8.11
0.96
0.87
1.35
1.28
3.92
...
...



CURVAS DE AFORO

Resolución de ejercicio de aforos

Recordar que, en el caso del ejercicio, nos interesa particularmente el rango de caudales altos, no es necesario trabajar con la totalidad de los datos medidos.

	n = 0.015	n = 0.035	n = 0.050
Q (m ³ /s)	Q^* (m ³ /s)	Q^* (m ³ /s)	Q^* (m ³ /s)
211.7
261.6
337.8
276.5
247.3
286.4
365.5
292.7
292.8
421.3
397.6
357.8
396.5
426.2
406.1
551.2
...
...

