

Ejercicio 4 guiado:

Enunciado original:

Ejercicio 4

- a) Encuentre una expresión para el campo eléctrico a lo largo del eje de un anillo cargado uniformemente de radio R , con carga total q .
- b) ¿A qué distancia a lo largo del eje del anillo es máximo el módulo del campo eléctrico axial?
- c) Suponga que una partícula de masa m y carga $-e$ (donde el signo de e es el mismo que el de q) está limitada a moverse a lo largo del eje del anillo de carga. Demuestre que dicha partícula, cuando se la coloca cerca del centro del anillo (a una distancia z del mismo, siendo $z \ll R$) realiza pequeñas oscilaciones con la siguiente frecuencia:

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

Intentemos subdividir el problema en preguntas más sencillas:

Parte a:

- 1) Realice un pequeño esquema de la situación planteada. Dibuje el eje z alineado con el eje del anillo. Trabajaremos con coordenadas cilíndricas.
- 2) Si el anillo de radio R tiene carga q ¿cuál es la densidad de carga del anillo?
- 3) Obtenga la expresión del campo eléctrico generado por un diferencial de segmento del anillo, para esto escriba el vector que va desde el segmento diferencial de anillo hasta el punto en el eje a una distancia z del origen.
- 4) Utilizando argumentos de simetría constate que el campo generado por la totalidad del anillo a lo largo del eje z sólo puede tener componente según el eje z . (Pista: ¿Que pasa con el campo generado en el eje z por dos puntos opuestos del anillo?)
- 5) Escriba únicamente la componente E_z del campo eléctrico generado por un diferencial de segmento del anillo hallado en la parte 3.
- 6) Integre la expresión de E_z en todo el anillo para hallar el campo resultante.

Parte b:

- 7) Pista: Derive respecto a z el campo eléctrico hallado en la parte anterior e iguale a 0 para hallar el máximo. Constate que se trata de un máximo.

Parte c:

- 8) Habiendo calculado el campo eléctrico en la parte a, ahora exprese la fuerza que siente una carga puntual $-e$ ubicada en un punto del eje.
- 9) Realizando la aproximación $R \gg z$ re-escriba la fuerza.
- 10) Utilizando la segunda ley de Newton obtenga la ecuación de movimiento de la carga.
- 11) Constate que se trata de la ecuación de movimiento de un movimiento armónico simple.
- 12) ¿Cuál es la frecuencia de dicho movimiento?