

¿Cómo y porqué hacemos matemática?

Roberto Markarian, IMERL

Lo que sigue son dichos de David Ruelle, figura fundamental de la moderna físico-matemática y la mecánica estadística.

"He estado soñando despierto con el encuentro con un matemático del espacio exterior [...], está haciendo investigación sobre la matemática humana. Su teoría es que la matemática humana es bastante peculiar comparada con la matemática de otras especies matemáticamente competentes de la Galaxia, y que nuestras peculiaridades se deben a defectos propios del cerebro humano."

En torno a ese enfoque hablaré sacando ideas de otras lecturas sobre sus relaciones con la economía, la historia, nuestro cerebro ... y dando mis opiniones.

- Introducción
- ¿Por qué?
- ¿Cómo?

Ni epistemología, ni historia de la matemática, ni ciencias cognitivas, ni neurociencias. Reflexiones de un matemático que opina a partir de la práctica de la ciencia, su investigación y enseñanza, y de lecturas varias.

LA MATEMÁTICA COMO METÁFORA, Yuri I. Manin. Introducción

Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Kyoto, Japan 1990

Cuando H. Poincaré publicó en 1902 por primera vez su libro *La ciencia y la hipótesis*, se transformó en un bestseller. El primer capítulo del libro está dedicado do a la naturaleza del pensamiento matemático.

Poincaré discute una vieja controversia acerca de si el conocimiento matemático podría ser reducido a largas cadenas de transformaciones tautológicas de algunas verdades básicas o contiene algo más.

El argumentó que el poder creativo de la matemática se debía a la elección libre de las hipótesis-definiciones iniciales que más tarde se vieron limitadas por la comparación de las deducciones con el mundo observable.” [...]

LA MATEMÁTICA COMO METÁFORA, Yuri I. Manin. Introducción Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Kyoto, Japan 1990 (II)

[...]La sociedad de nuestros días parece estar mucho menos interesada en sutilezas filosóficas que los contemporáneos de Poincaré. Yo no quiero decir que la ciencia se haya vuelto menos popular. [...] “Lo que ha cambiado es el estado de ánimo general. Las paradojas de las nuevas teorías físicas se perciben de forma menos dramática y más pragmática.

En esta atmósfera, las acaloradas discusiones de antaño sobre la crisis fundacional de la matemática y la naturaleza del infinito parecen casi irrelevantes y cierta-mente inapropiadas. La audiencia responde mucho más animadamente a las opiniones sobre la educación escolar o una nueva generación de computadoras.

Mario Sambarino, poco conocido y talentoso filósofo uruguayo:

- *Toda cultura humana se halla relacionada con un conjunto organizado de técnicas, cuyo estado permite caracterizar a cada momento social y a su correspondiente forma cultural.*
- *Lo propio de la situación actual no está en el hecho de que haya técnicas, sino en el desarrollo cuantitativo de ciertas técnicas, y en la variación cualitativa que resulta tanto de su magnitud como de su relación con la ciencia.[...]*
- *La ciencia es una actividad intelectual, de carácter colectivo que procura establecer aseveraciones críticamente fundadas y objetivamente controlables, [...] sobre lo que existe y lo que puede existir;*

Mario Sambarino, poco conocido y talentoso filósofo uruguayo (II)

- *[...] sobre lo que existe y lo que puede existir;*
- *y las organiza sistemáticamente como momentos de un proceso, siempre inconcluso y revisable, a través del cual se determinan formas de estructuración, o regularidades de coexistencia, de condicionamiento o de sucesión,*
- *que se encamina hacia su ampliación constante y su eventual transformación por rectificaciones internas, procediendo según métodos de eficacia establecida de indagación, demostración, verificación o falsación.[...]*
- *La finalidad de la ciencia es conocer: y la circunstancia que resulta modificada es el precedente no-saber referido a un ámbito determinado de lo existente.*

Sir Michael Atiyah (1929 – 2019), *Geometría y física en el siglo XX*, en *Géométrie au XXe Siècle. Histoire et Horizons*, Hermann, Paris 2005, así:

- “Las tres grandes ramas de la matemática son, en orden histórico, Geometría, Álgebra y Análisis. La Geometría se la debemos esencialmente a la civilización griega, el Algebra tiene origen indo-árabe y el Análisis (o el Cálculo)) fue creación de Newton y Leibniz, inaugurando la era moderna.”
- Luego explica que en el ámbito de la física corresponden al estudio del Espacio, el Tiempo y el Continuo y que si bien la primera y última asociaciones son fáciles de entender, la de Álgebra-Tiempo es más sutil (y discutible): las operaciones sucesivas (suma, multiplicación, etc.) se realizan una detrás de otra o sea, necesitan tiempo para darles significado.

Henri Poincaré, *La Ciencia y la Hipótesis*, Cuarta Parte, *La naturaleza*,

- La experiencia es la única fuente de la verdad: sólo ella puede enseñarnos algo nuevo; sólo ella puede darnos certeza. He aquí dos afirmaciones que nadie puede discutir. [...]
- **No es suficiente observar; es preciso usar de esas observaciones, y para ello es necesario generalizar. Eso es lo que se ha hecho siempre; [pero el recuerdo de los errores cometidos] ha vuelto al hombre cada vez más circunspecto, se ha observado cada vez más y se ha generalizado cada vez menos. [...]**
- gracias a la generalización, cada hecho observado nos permite prever un gran número; únicamente que no debemos olvidar que sólo el primero es cierto y que todos los otros son sólo probables. Por sólidamente asentada que pueda parecerse una previsión no estamos jamás absolutamente seguros de que la experiencia no la desmentirá, si nos proponemos verificarla. Pero la probabilidad es a menudo bastante grande para que prácticamente podamos contentarnos con ella. **Vale más prever sin certeza que no prever nada.** {conjeturas}
- En el mismo libro, en medio de una discusión que preanuncia la teoría de la relatividad, muestra como el éter es en realidad una necesidad teórica, para darle coherencia a planeamientos matemáticos basados en la mecánica clásica.

Mismo artículo, subtítulo, *La unidad de la naturaleza*

- **Si nuestros medios de investigación fueran cada vez más penetrantes, descubriríamos lo simple debajo de lo complejo, después lo complejo debajo de lo simple, otra vez de nuevo lo simple debajo de lo complejo y así sucesivamente, [...] es necesario detenerse en alguna parte, y para que la ciencia sea posible, es necesario detenerse cuando se ha encontrado la simplicidad. [...]**
- ¿Qué importa que la simplicidad sea real o que encubra una verdad compleja? [...] Esta simplicidad, real o aparente, tiene siempre una causa. Podemos, pues, hacer siempre el mismo razonamiento, y si una ley simple ha sido observada en muchos casos particulares, podemos suponer legítimamente que será también cierta en los casos análogos. Rehusarnos a ello sería atribuir al azar un papel inadmisibile.

- *¿Qué importa que la simplicidad sea real o que encubra una verdad compleja? [...]*
- ***Sin embargo, hay una diferencia. Si la simplicidad fuera real y profunda resistiría a la precisión creciente de nuestros medios de medida; entonces, si creemos [que la naturaleza es profundamente simple] debiéramos concluir de una simplicidad aproximada, una simplicidad rigurosa. Esto se hizo otras veces; no tenemos más el derecho de hacerlo.***
- *La simplicidad de las leyes de Kepler, por ejemplo, sólo es aparente; esto no impide que se apliquen muy a menudo para todos los sistemas análogos al sistemas solar, pero impide que sean rigurosamente exactas.*

Ruelle, D: *Conversations on mathematics with a visitor from outer space* En *Mathematics: frontiers and perspectives*. V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax and B. Mazur, Editors. International Mathematical Union, AMS, 2000.

- **Características del cerebro anotadas por Ruelle:**

La arquitectura del cerebro es fuertemente paralela.

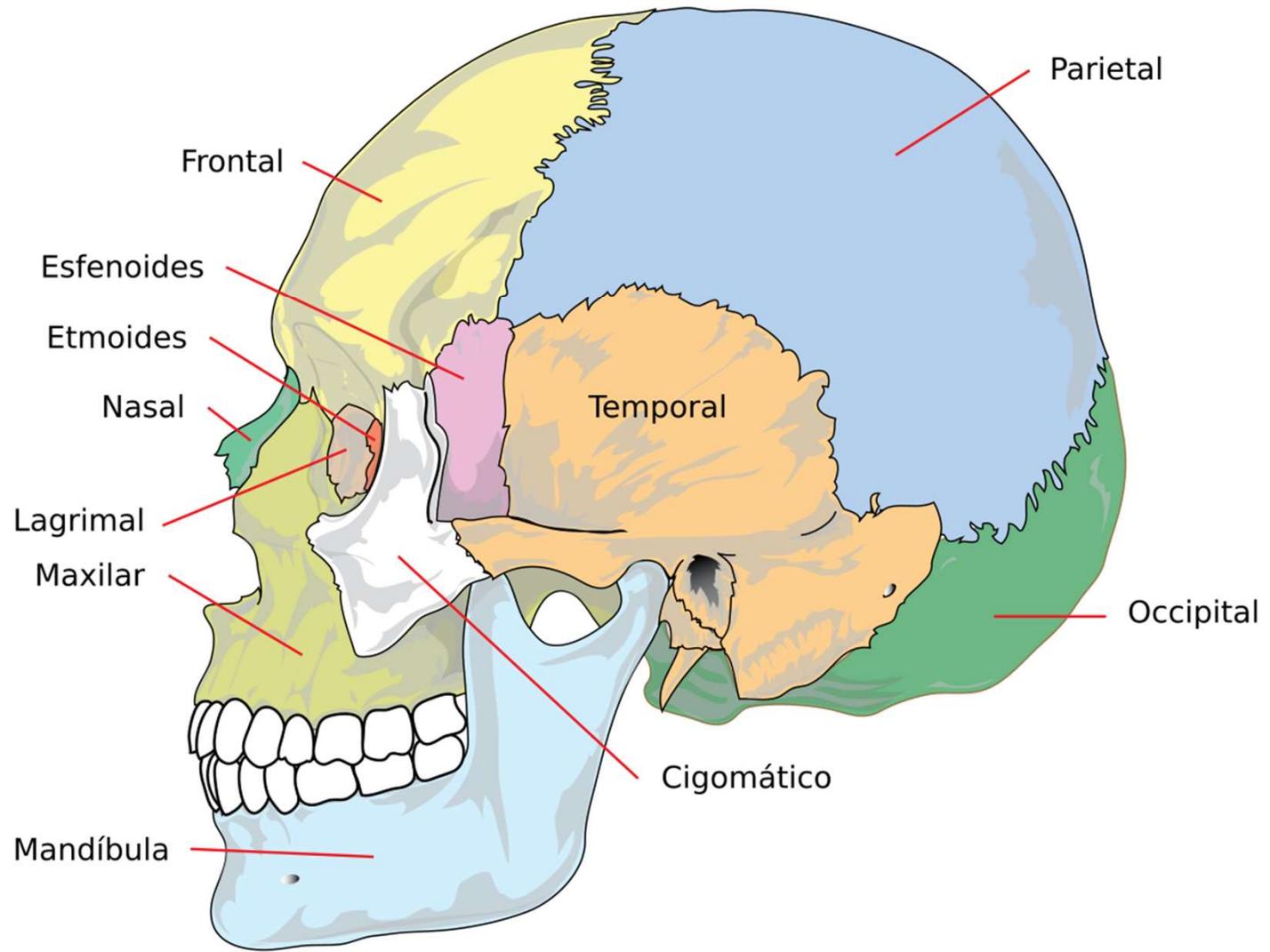
El cerebro es lento. Nuestra memoria es pobre.

Nuestro pensamiento matemático usa varios sistemas y funciones del cerebro y el sistema nervioso central: visión, lenguaje, etc.

Podemos focalizar nuestra atención en una tarea, pero sólo de una manera limitada. **Nos gustan las formulaciones cortas.**

No somos buenos con las manipulaciones formales lógicas.

Però somos bastante buenos en encontrar regularidades y “significados”.



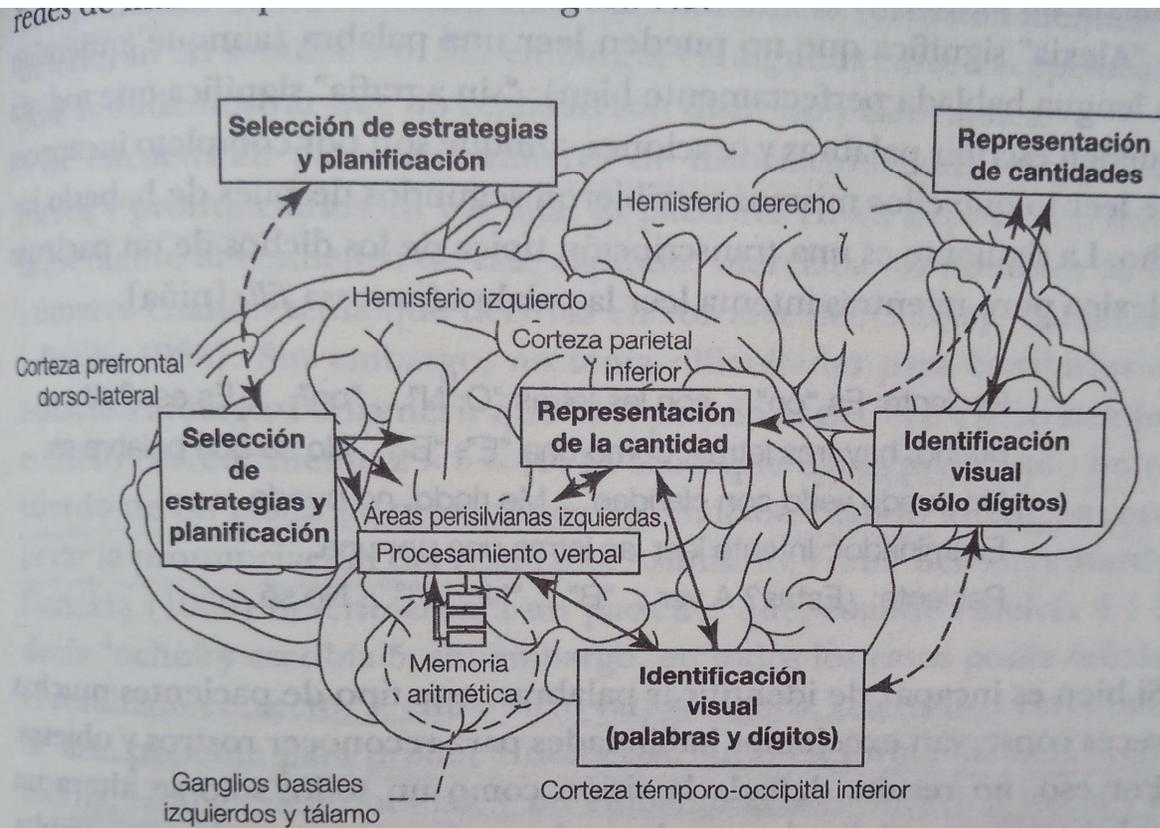


Figura 7.3. Diagrama parcial y todavía hipotético de las principales áreas cerebrales involucradas en el procesamiento numérico. Ambos hemisferios pueden manipular los números arábigos y las cantidades numéricas, pero sólo el hemisferio izquierdo tiene acceso a una representación lingüística de los números y a una memoria verbal de las tablas aritméticas (tomado de Dehaene y Cohen, 1995).

07/11/2024 11:33

Henri Poincaré (1854-1912): *Ciencia y método* (1908), Libro 1ro. (*El Sabio y la ciencia*), Capítulo III (*La invención matemática*)

- Explicación de cómo resolvió uno de los temas más importantes en los que trabajó:
- “subimos en un ómnibus para no sé que paseo, en el instante en que ponía el pie en el estribo la idea me vino sin que nada en mis pensamientos previos me hubiera podido preparar para ella, que las transformaciones de que había hecho uso para definir las funciones fuchsianas eran idénticas a las de la geometría no euclidiana.
- No hice la comprobación; no hubiera tenido tiempo puesto que apenas sentado en el ómnibus proseguí la conversación comenzada, pero tuve en seguida la absoluta certidumbre.”