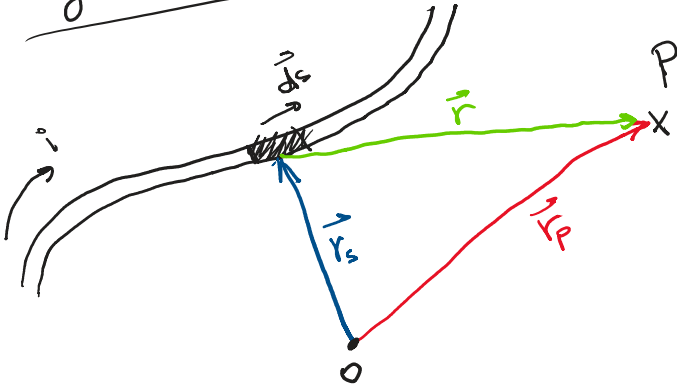


Obj $\rightarrow$ Identificar fuentes de $\vec{B}$
 $\rightarrow$ Calcular analíticamente $\vec{B}$ generado por dichas fuentes

$\rightarrow$ Ley de Biot-Savart ("como la ley Coulomb")
 $\rightarrow$ Ley de Ampere ("como la ley de Gauss")

Ley de Biot-Savart



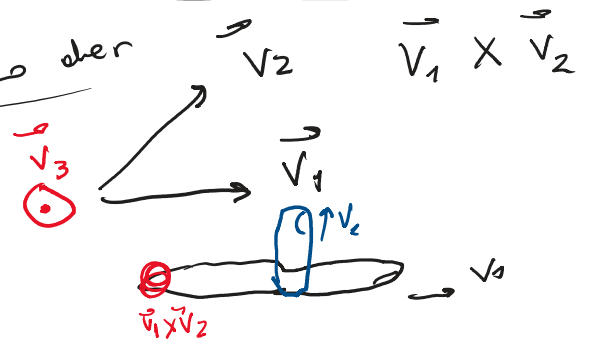
$$\vec{r} = \vec{r}_P - \vec{r}_s$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

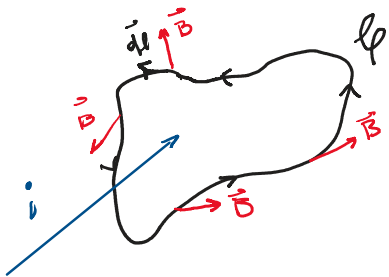
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{i d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

Regla mano derecha



Ley de Ampere



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{enc} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{a}$$



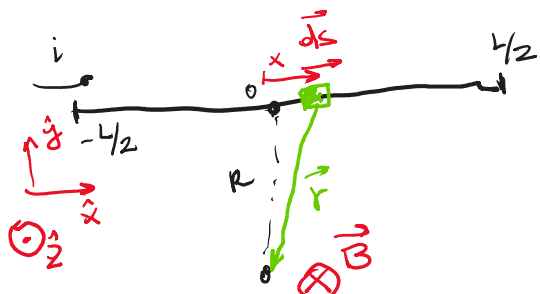
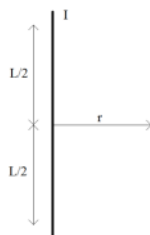
Ejercicio 3 Considere un conductor rectilíneo infinito que conduce una corriente I .

a) Demuestre que el campo magnético resultante $\vec{B}$ producido por un segmento de conductor de longitud L verifica, a una distancia R a lo largo de la mediatriz del segmento:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}$$

b) Se construye una espira cuadrada de lado L por la cual se hace circular una corriente i . Calcule el campo magnético $\vec{B}$ en un punto arbitrario sobre el eje normal a la espira.

~~12/11~~



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$d\vec{s} = dx \hat{x}$$

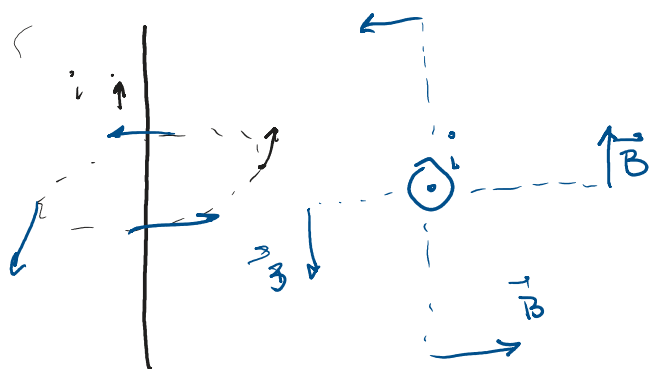
$$\vec{r} = -R\hat{y} - x\hat{x} \quad r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$d\vec{s} \times \vec{r} = (dx \hat{x}) \times (-x\hat{x} - R\hat{y}) = -R dx \hat{z}$$

$\hat{x} \times \hat{x} = 0$

$$\Rightarrow \vec{B} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} R \hat{z} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{1}{R^2} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{L}{R^2 \sqrt{L^2 + 4R^2}}$$



$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}} \hat{z}$$

casos limite

- cable largo

$$|\vec{B}(L \gg R)| \Rightarrow \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}} \approx \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$B_{\text{cable largo}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

- R grande

$$R \rightarrow \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{L}{R^2}$$

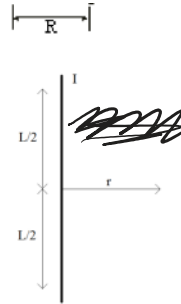
- R grande $B \rightarrow \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{L}{R^2}$

Ejercicio 3 Considere un conductor rectilíneo infinito que conduce una corriente I .

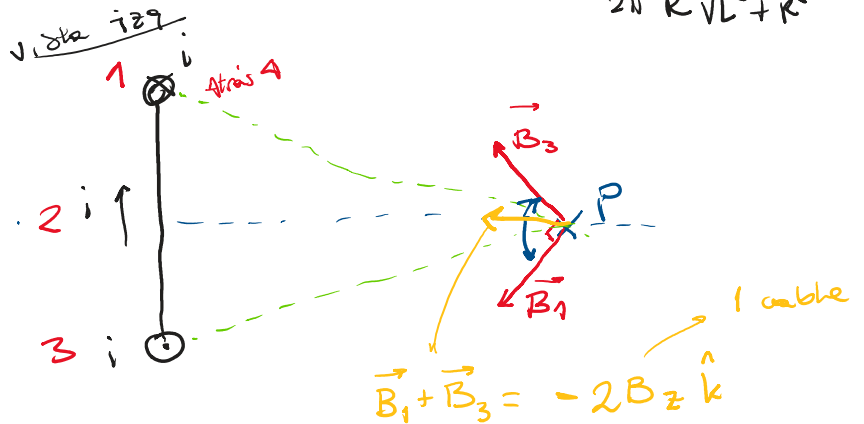
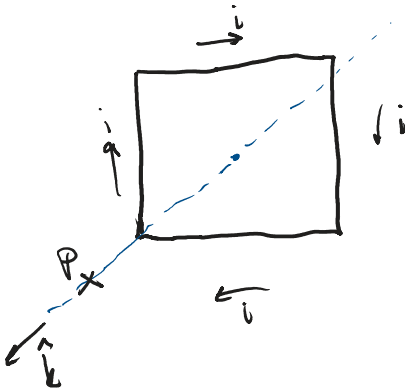
a) Demuestre que el campo magnético resultante $\vec{B}$ producido por un segmento de conductor de longitud L verifica, a una distancia R a lo largo de la mediatriz del segmento:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}$$

b) Se construye una espira cuadrada de lado L por la cual se hace circular una corriente i . Calcule el campo magnético $\vec{B}$ en un punto arbitrario sobre el eje normal a la espira.

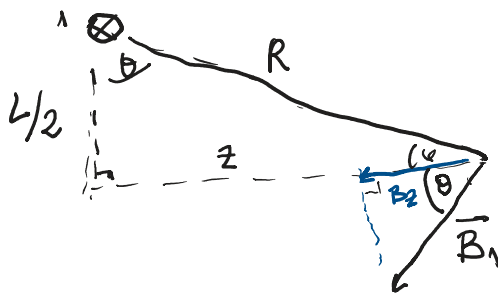


$$B_{\text{cable}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}}$$



idem $\Rightarrow \vec{B}_2 + \vec{B}_4 = -2B_2 \hat{k}$

$\Rightarrow \vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = -4B_2 \hat{k}$



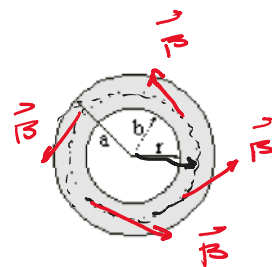
$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}}$$

$$B_2 = B_1 \cdot \cos \theta \xrightarrow{\text{ADY}} \frac{\text{HIP}}{\text{HIP}} = \frac{L/2}{R}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_z = -\frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}} \cdot \frac{L/2}{R} \hat{k} = -\frac{\mu_0 i L^2}{\pi (L^2 + R^2) \sqrt{L^2 + R^2}} \hat{k}$$

$$R = \sqrt{(L/2)^2 + z^2}$$

Ejercicio 5 La figura muestra la sección transversal de un conductor cilíndrico hueco de radios a y b , que conduce una corriente i uniformemente distribuida. Demuestre que para $r: b < r < a$ se verifica la igualdad:



coord cilíndricas

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}$$

circunferencia

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{circ}} B r \, dl = B \cdot 2\pi r$$

$$i_{\text{enc}} = j \cdot A_{\text{enc}} = j \cdot (\pi r^2 - \pi b^2)$$

$$\rightarrow j = \frac{i_{\text{tot}}}{A_{\text{tot}}} = \frac{i}{\underbrace{\pi a^2}_{\text{cir gorda}} - \underbrace{\pi b^2}_{\text{cir chico}}}$$

Ampere
→

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{enc}} \Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot j \cdot \pi(r^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}$$

Ejercicio 8 (1er parcial FG2 2007) Un cable infinito de radio $R = 6,0\text{cm}$ y centro O contiene una cavidad cilíndrica de radio $R/2$ (a lo largo de todo el cable) centrada en un punto Q , como muestra la figura. Por el cable circula una corriente $I = 4,0\text{A}$ distribuida uniformemente saliente al plano de la figura.

¿Cuál es el módulo del campo magnético $\vec{B}$ en el punto P diametralmente opuesto a Q ? (Solución: $B = 4,4\mu\text{T}$)

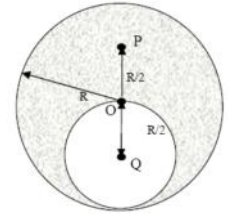


Diagram showing the superposition of currents:

$$j = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi R^2 - \pi (R/2)^2} = \frac{4}{3} \frac{i}{\pi R^2}$$

Current densities:

$$i_{\text{ENTERO}} = j \cdot \pi R^2 = \frac{4}{3} i$$

$$i_{\text{HUECO}} = -j \pi (R/2)^2 = -\frac{1}{3} i$$

Diagram showing the magnetic field calculation for the outer region:

$$B_{\text{ENTERO}} \cdot 2\pi r = \mu_0 (\pi r^2 j) \rightarrow B_{\text{ENTERO}} = \frac{2 \mu_0 i}{3 \pi} \frac{r}{R^2}$$

Diagram showing the magnetic field calculation for the inner region:

$$B_{\text{HUECO}} = \frac{\mu_0 i_{\text{HUECO}}}{2\pi r} = -\frac{\mu_0 i}{6\pi R}$$

Final calculation for the magnetic field at point P:

$$B_P = B_{\text{ENTERO}}(r=R/2) + B_{\text{HUECO}}(r=R) = \frac{2 \mu_0 i}{3 \pi} \frac{(R/2)}{R^2} - \frac{\mu_0 i}{6\pi R} \frac{1}{R}$$



Final result for the magnetic field at point P:

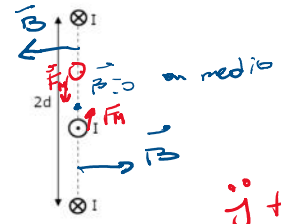
$$B_P = \frac{\mu_0 i}{6\pi R}$$

Ejercicio 10 1er parcial FG2 2007 Entre dos cables fijos infinitos, separados por una distancia $2d$ y que transportan corrientes paralelas I , se coloca un tercer cable móvil con densidad lineal de masa ρ (masa por unidad de longitud). Éste transporta una corriente de igual módulo pero antiparalela a las dos anteriores.

Suponiendo que el tercer cable solo puede moverse en el plano que pasa por los cables fijos y se mantiene paralelo a ellos, calcule la frecuencia angular ω de las pequeñas oscilaciones que realiza entorno a su posición de equilibrio.

Solución

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_0 I}{\pi \rho d}}$$

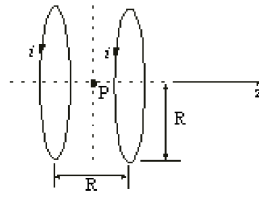


$$j + \omega^2 y = 0$$

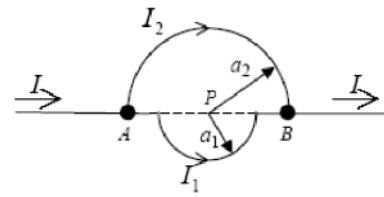
Ejercicios para complementar:

- Biot-Savart en coordenadas circulares: ej 2* y 9*
 - Conductores rectilíneos como fuentes: ej 4
 - Ampere: ejs 6*, 7
- *más importantes

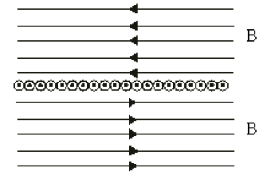
2



9



6



La semana que viene seguimos con el Practico 8, Ley de Faraday