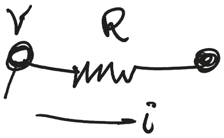
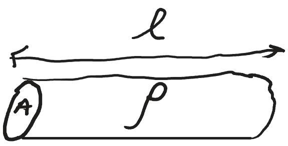
P5 → Resistencias y ley de Ohm
→ (para la próxima) circuitos RC

Ley de Ohm

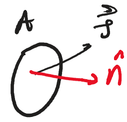


$\Rightarrow V = Ri$ Ley de Ohm "macroscópica"



ρ : resistividad $\quad R = \rho \frac{l}{A} \rightarrow \rho = \frac{AR}{l}$: Resistencia · Longitud

$\vec{J}$: densidad de corriente $\rightarrow$ corriente / Área ó carga / tiemp · Área



$i = \int_A \vec{J} \cdot \vec{da}$

$\sigma = 1/\rho$: conductividad

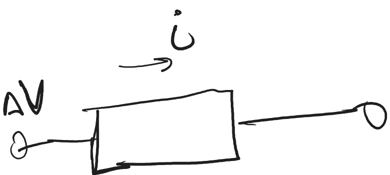
$\Rightarrow \boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$ Ley de Ohm "microscópica".

$\hookrightarrow \vec{E} = \rho \vec{J}$

$\xrightarrow{int} V = Ri$

Potencia

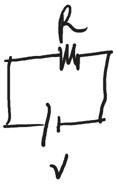
$\mathbb{P} \equiv \frac{dW}{dt} = \frac{dU}{dt}$



: $dU_E = d(q\Delta V) = dq\,\Delta V = (i\,dt)\,\Delta V \qquad \frac{dq}{dt} = i$

$\Rightarrow \boxed{\mathbb{P} = \frac{dU}{dt} = i\Delta V}$

Ej :

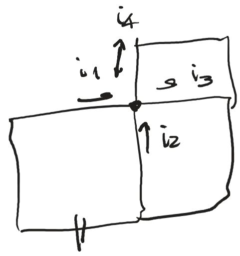


: $\mathbb{P}_R = iV = Ri^2 = V^2/R$

$V = Ri \leftrightarrow i = V/R$

Leyes de Kirchoff

- NODOS

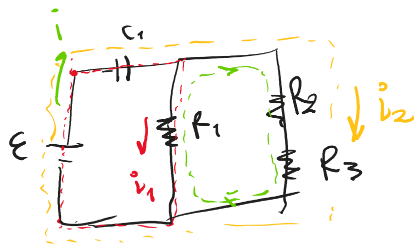


la conservación de la carga.

$$\underbrace{i_1 + i_2}_{\text{corrientes entrantes al nodo}} = \underbrace{i_3 + i_4}_{\text{corrientes salientes al nodo}}$$

- MALLAS

circuito cerrado



recorremos una malla y las subidas o caídas de potencial (deben sumar 0) (ΔV)

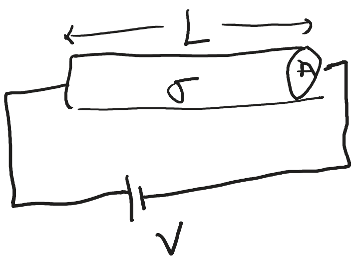
$$\begin{cases} \varepsilon + q/C_1 - R_1 i = 0 \\ \varepsilon - R_2 i_2 - R_3 i_2 + q/C_1 = 0 \\ - R_2 i_2 - R_3 i_2 + R_1 i_1 = 0 \end{cases}$$

$$i = i_1 + i_2$$

P5Ej2

martes, 8 de abril de 2025 10:00

Ejercicio 2 A un alambre de sección transversal A, longitud L y conductividad σ se le aplica una diferencia de potencial V entre sus extremos. Se desea cambiar la diferencia de potencial aplicada y estirar el alambre de modo que la potencia disipada aumente en un factor de 30 y la corriente aumente en un factor de 4. ¿Cuáles serían los nuevos valores de la longitud y el área de la sección transversal? Suponga que el material conserva el volumen.



$P = V^2/R = Ri^2$

$\hookrightarrow$ ¿Cómo cambia la resistencia? A', L'

$i' = 4i$

R' es tal que $\dfrac{P'}{P_0} = 30 = \dfrac{R' i'^2}{R i^2} = \dfrac{R'}{R} 16$

$R = \dfrac{L}{\sigma A}$ $\quad R' = \dfrac{L'}{\sigma A'}$ $\Rightarrow \dfrac{R'}{R} = \dfrac{L'}{L}\dfrac{A}{A'} = \dfrac{L'}{L}\left(\dfrac{L'}{L}\right) = \left(\dfrac{L'}{L}\right)^2$

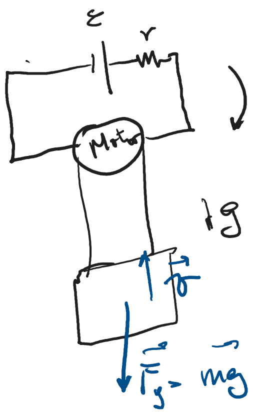
Volumen se conserva $\mathrm{Vol} = LA = L'A' \rightarrow A' = \dfrac{LA}{L'}$

$\Rightarrow \dfrac{R'}{R} = \dfrac{30}{16} = \left(\dfrac{L'}{L}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\dfrac{L'}{L} = \dfrac{\sqrt{30}}{4}}$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{A'}{A} = \dfrac{L}{L'} = \dfrac{4}{\sqrt{30}}}$

Ejercicio 4 Una batería de fem $\epsilon = 2,0V$ y resistencia interna $r = 0,50\Omega$ impulsa a un motor. Éste levanta un objeto ejerciendo una fuerza de $2,0N$ a una velocidad constante de $v = 0,50m/s$. Si se supone que no se tienen pérdidas de potencia en forma de calor de Joule en el motor, halle:

a. La corriente en el circuito
b. la diferencia de potencial entre las terminales del motor.
c. Analice el hecho de que existan dos soluciones a este problema.



a)

$$\left.\begin{aligned} P_{batería} &= i\varepsilon \\ P_{resistencia} &= ri^2 \\ P_F &= F\cdot v \end{aligned}\right\} \rightarrow \varepsilon i = ri^2 + Fv$$

$$ri^2 - \varepsilon i + Fv = 0$$

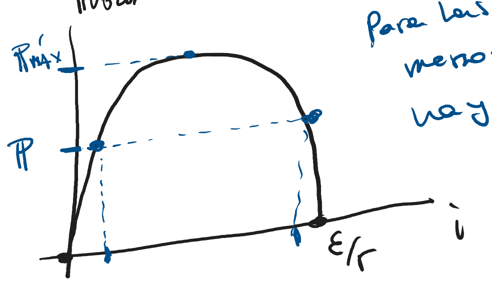
$$i = \frac{\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 - 4rFv}}{2r}$$

b) Mallas: $\varepsilon - ri + \Delta V_{Motor} = 0$

$\hookrightarrow \Delta V_{Motor} = ri - \varepsilon$

$P_{Motor} = \Delta V_M \cdot i = (ri - \varepsilon)i$

c)

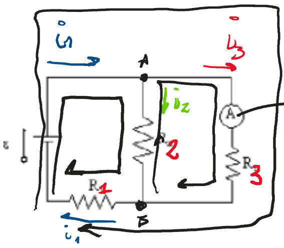


Para las potencias menores $P_{MÁX}$ hay 2 corrientes posibles

Ejercicio 3 Dada la figura,

a. ¿Cuál será la lectura del Amperímetro de la figura, suponiendo que $\epsilon = 5,0V$, $R_1 = 2,0\Omega$, $R_2 = 4,0\Omega$, y $R_3 = 6,0\Omega$?

b. Demuestre que la lectura del amperímetro permanece inalterada si el amperímetro y la fem se intercambian de lugar.



¿Qué leemos en (A)?

¿Cuál es la corriente en esa rama?

NODOS

A (0) $i_1 = i_2 + i_3$

~~B $i_2 + i_3 = i_1$ ¡ídem A~~

MALLAS

(1) $\varepsilon - R_2 i_2 - R_1 i_1 = 0$

(2) $-R_3 i_3 + R_2 i_2 = 0 \longrightarrow R_3 i_3 = R_2 i_2$

~~$\varepsilon - R_3 i_3 - R_1 i_1 = 0$~~ — combinación lineal (1) y (2)

Aplicar (0) en (1) y (2)

$$\longrightarrow \begin{cases} \varepsilon - R_2 i_2 - R_1 (i_2 + i_3) = 0 \\ R_3 i_3 = R_2 i_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varepsilon - R_3 i_3 - R_1 \left(\frac{R_3}{R_2} i_3 + i_3 \right) = 0$$

$$\varepsilon - \left(R_3 + R_1 \frac{R_3}{R_2} + R_1 \right) i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3 + R_1 \frac{R_3}{R_2}}$$

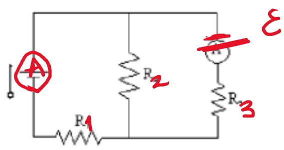
$$\Rightarrow \boxed{i_3 = \varepsilon \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}}$$

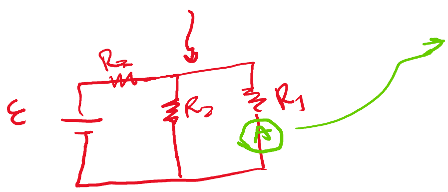
$$i_2 = \varepsilon \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \qquad i_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

Ejercicio 3 Dada la figura,

a. ¿Cuál será la lectura del Amperímetro de la figura, suponiendo que $\epsilon = 5,0V$, $R_1 = 2,0\Omega$, $R_2 = 4,0\Omega$, y $R_3 = 6,0\Omega$?

b. Demuestre que la lectura del amperímetro permanece inalterada si el amperímetro y la fem se intercambian de lugar.

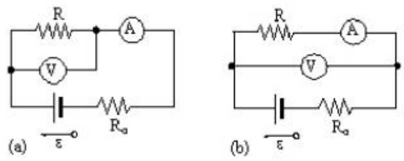




$$i_{1'} = \varepsilon \frac{R_2}{R_3 R_2 + R_2 R_1 + R_1 R_3}$$

$= \underline{i_3 \text{ parte (a)}}$

Ejercicio 9 Un voltímetro (resistencia R_V) y un amperímetro (resistencia R_A) se pueden conectar de dos formas distintas (a) y (b), (ver figura) para medir una resistencia R. Halle el cociente entre el valor real de la resistencia y el valor medido de la resistencia (el (valor medido es el cociente entre la lectura del voltímetro y la del amperímetro) en ambos casos.



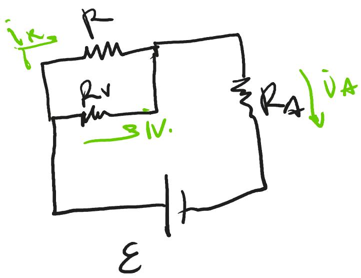
$$R_{MED} = \frac{V_{MED}}{i_{MED}}$$

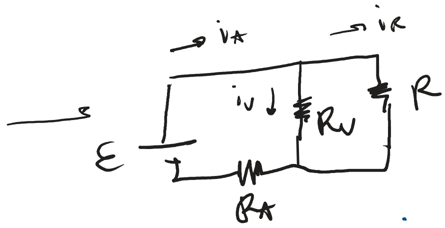
$$R_{MED} = \frac{R_V \cdot i_V}{i_A}$$

Igual al circuito
Del ejercicio 3

1 → A
2 → V
3 → R

(a)





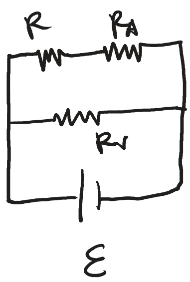
$$i_V = \varepsilon \, \frac{R}{R_A R_V + R_V R + R R_A}$$

$$i_A = \varepsilon \cdot \frac{R_V + R}{R_A R_V + R_V R + R R_A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{MED}}{R} = \frac{R_V}{R} \cdot \frac{i_V}{i_A} = \frac{R_V}{\cancel{R}} \frac{\cancel{R}}{R_V + R} = \frac{R_V}{R_V + R}$$

$\frac{R_{MED}}{R} \to 1$ solo si $R_V >> R$

(b)



$$\approx \quad \frac{R_{MED}}{R} = \frac{R + R_A}{R}$$

es decir $\to 1$ si $R_A << R$

Ejercicio 12 En el circuito de la figura (llamado puente de Wheatstone, utilizado para medir una resistencia desconocida, R_X), R_S se ajustará en valor hasta que los puntos a y b se llevan exactamente el mismo potencial.

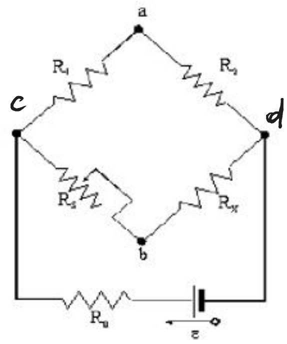
a. Demuestre que cuando se hace este ajuste, se cumple la relación:

$$R_X = R_S \frac{R_2}{R_1}$$

b. Para $R_2 = R_1 = R$ y $R_0 = 0$. Si los puntos a y b estuvieran conectados por un alambre de resistencia r, demuestre que la corriente en el alambre es:

$$i = \frac{\epsilon(R_S - R_X)}{(R+2r)(R_S+R_X) + 2R_S R_X}$$

donde ϵ es la fem de la batería.



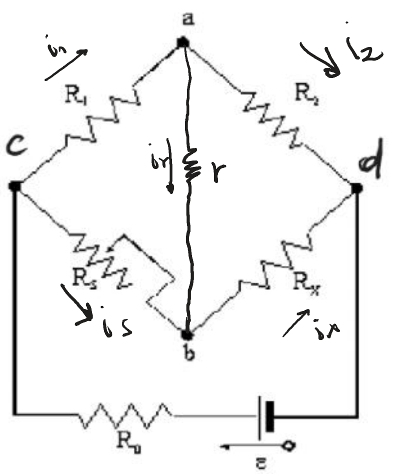
como ${}_a\Delta V_b = 0$

a) $\begin{cases} i_1 = i_2 \quad i_s = i_x \\ {}_c\Delta V_a = {}_c\Delta V_b \Rightarrow \dfrac{{}_c\Delta V_a}{{}_a\Delta V_d} = \dfrac{{}_c\Delta V_b}{{}_b\Delta V_d} \\ {}_a\Delta V_d = {}_b\Delta V_d \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{R_1 \cancel{i_1}}{R_2 \cancel{i_2}} = \frac{R_s \cancel{i_s}}{R_x \cancel{i_x}} \Rightarrow \boxed{R_x = R_s \frac{R_2}{R_1}}$$

$i_1 = i_2$, $i_s = i_x$

b)



5 incognitas
↓
2 nodos + 3 mallas ⇒

NODOS

(I) $i_1 = i_r + i_2$

(II) $i_s + i_r = i_x$

MALLAS

(1) $R i_1 + R i_2 = \varepsilon$

(2) $R i_1 + r i_r - R_s i_s = 0$

(3) $R i_2 - r i_r - R_x i_x = 0$

Aplico (I) en (1) y (2), y (II) en (3)

$$\begin{cases} (1) \quad R i_r + 2R i_2 = \varepsilon \\ (2) \quad R(i_r + i_2) + r i_r - R_s i_s = 0 \\ (3) \quad R i_2 - r i_r - R_x(i_s + i_r) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1) \quad R i_r + 2R i_2 = \varepsilon \\ (2) \quad (R+r) i_r + R i_2 - R_s i_s = 0 \\ (3) \quad R_x i_s = R i_2 - (r + R_x) i_r \end{cases}$$

Aplico (3) en (2) y multiplico (2) por R_x

$$R_x(R+r) i_r + R R_x i_2 - R_s(R i_2 - (r+R_x)) i_r = 0$$

$$\Rightarrow R_x(R+r) i_r + R R_x i_2 \ldots \quad \left[R_x(R+r) + R_s(r+R_x)\right] i_r = R(R_s - R_x) i_s$$

$$\Rightarrow R i_s = \frac{R_x(R+r) + R_s(r+R_x)}{(R_s - R_x)}$$

Y aplico esto último en (1)

$$R i_r + 2\left(\frac{R_x(R+r) + R_s(r+R_x)}{(R_s - R_x)}\right) i_r = \varepsilon$$

$$R i_r + 2\left(\frac{R_x(R+r)+R_s(r+R_x)}{(R_s-R_x)}\right) i_r = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \left[\underbrace{R(R_s-R_x) + 2R_x(R+r)+2R_s(r+R_x)}\right] i_r = \varepsilon(R_s-R_x)$$

$$\underbrace{R(R_s-\cancel{R_x}) + \cancel{2}^{1}R_x R}_{R(R_s+R_x)} + \underbrace{2rR_x+2rR_s}_{2r(R_s+R_x)} + 2R_sR_x$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{i_r}{\varepsilon} = \frac{R_s-R_x}{(R+2r)(R_s+R_x)+2R_sR_x}}$$