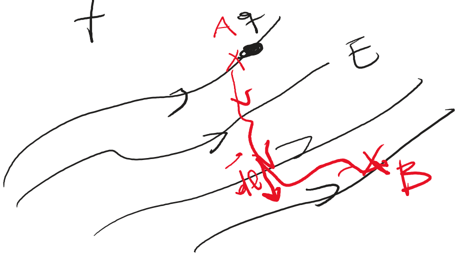
Energía y Potencial eléctrico

$$\vec{F}_e = q\,\vec{E}$$

$$W_{F_e} = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{\ell} = q \int_A^B \vec{E}\, d\vec{\ell}$$



Energía en un campo electrico (arbritario)

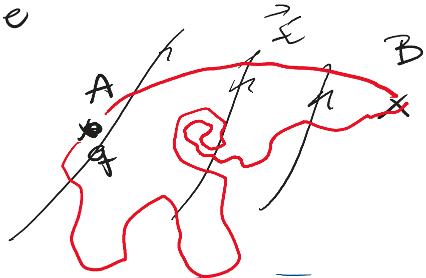
como $\vec{F}_e$ es conservativa → solo nos importa los ptos de salida y llegada.

→ Podemos definir una energía potencial

$${}_A\Delta U_B = U_B - U_A$$

$$= -{}_A W_B$$

$$= -q \int_A^B \vec{E}\, d\vec{\ell}$$



Analogía

$$W_p < 0$$

$$\Delta U_g > 0$$

Energía de una colección de particulas

1 2 U_{12}

1 2 3 $U_{12} + U_{13} + U_{23}$

1 2 3 4 $U_{12} + U_{13} + U_{23} + U_{14} + U_{24} + U_{34}$

$+ U_{15} + \ldots U_{45}$

$$\boxed{U = \sum_j^N \sum_{i=1,\, i<j}^N U_{ij}}$$

Diferencia de potencial (ΔV)

$${}_A\Delta U_B = -q \int_A^B \vec{E}\, d\vec{\ell} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{{}_A\Delta U_B}{q} = {}_A\Delta V_B = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{\ell}$$

Diferencia de potencial eléctrico

?

q

Si $V(\infty) = 0$ el pot. de una carga puntual q es

$$\boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_P}}$$

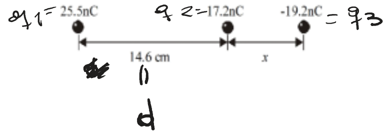
$$V = -\int \vec{E}\,d\vec{l} \rightsquigarrow \begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x} \\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y} \\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \leftrightsquigarrow \vec{E} = -\nabla V$$

P3 Ej1

martes, 25 de marzo de 2025 9:54

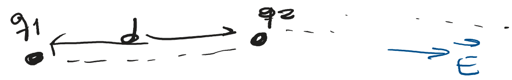
Ejercicio 1

Las cargas mostradas en la figura están fijas en el espacio. Determine el valor de la distancia x de modo que la energía potencial eléctrica del sistema sea cero.



A) 1 carga $\rightarrow$ • q_1 $\quad W_A = 0 \quad U_A = 0$

B) 2 cargas $\rightarrow$



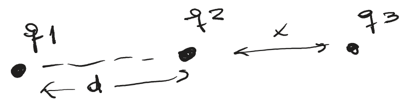
$$\vec{E}_{q_1} = k \frac{q_1}{r^2}\hat{r} \rightarrow {}_{\infty}\Delta V_d = -q_2 \int_{\infty}^{d} \left(k \frac{q_1}{r^2} \right) dr$$

$$= -k\, q_1 q_2 \left. \frac{1}{r} \right|_{\infty}^{d} = k \frac{q_1 q_2}{d}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_B = k \frac{q_1 q_2}{d}} = U_{12} = U_{21}$$

$$\boxed{U_{ij} = k \frac{q_i q_j}{d_{ij}}}$$

c) 3 cargas



$$U_c = \underbrace{U_{12}}_{U_B} + \underbrace{U_{13} + U_{23}}_{\text{Nuevas energías por la carga 3}}$$

$U_c = 0$

$$\Rightarrow U_{12} + U_{13} + U_{23} = 0 \Rightarrow \cancel{k}\frac{q_1 q_2}{d} + \cancel{k}\frac{q_1 q_3}{(d+x)} + \cancel{k}\frac{q_2 q_3}{x} = 0$$

multiplicar por $d \cdot (d+x) \cdot x$

$$\Rightarrow q_1 q_2 \; x(x+d) + q_1 q_3\, dx + q_2 q_3 (d+x)\, d = 0$$

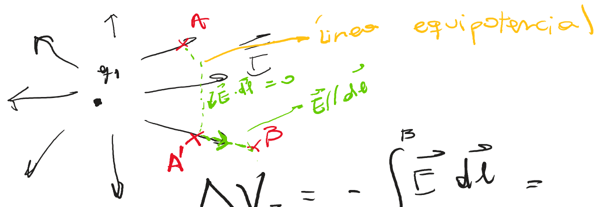
$$\rightarrow a x^2 + bx + c = 0$$

$a = 438{,}6\ (nC)^2$

$b = -5566\ (nC)^2\,cm$

$c = -70{,}343\ \frac{nC^2}{cm^2}$

$$\rightarrow \boxed{x = 20{,}5\ cm}$$



$$ {}_A\Delta V_B = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{l} = $$

$$ = -\underbrace{\int_A^{A'} \vec{E}\cdot d\vec{l}}_{0 \quad \vec{E}\perp d\vec{l}} - \int_{A'}^{B} \underbrace{\vec{E}\, d\vec{l}}_{E\,dr \quad \vec{E}//d\vec{l}} = -\int_{A'}^{B} E\, dr $$

$$ = -\int_{A'}^{B} \frac{k q_1}{r^2}\, dr $$

$$ = k q_1 \left.\frac{1}{r}\right)_{A'}^{B} = k q_1 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) $$

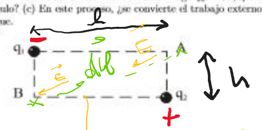
Si elegimos $V_\infty = 0$

$$ {}_\infty\Delta V_B = V_B - \cancel{V_\infty} = k q_1 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{\infty}\right) $$

$$ \rightarrow \boxed{V_B = \frac{k q_1}{r_B}} $$

Ejercicio 5

En el rectángulo mostrado en la figura, los lados tienen una longitud de 5,0 cm y 15 cm, $q_1 = -5,0\mu C$ y $q_2 = +2,0\mu C$. (a) ¿Cuáles son los potenciales eléctricos en la esquina B y en la esquina A? (b) ¿Cuánto trabajo externo se requiere para mover de forma cuasi estática a una tercera carga $q_3 = +3,0\mu C$ desde B hasta A a lo largo de una diagonal del rectángulo? (c) En este proceso, ¿se convierte el trabajo externo en energía potencial electrostática o viceversa? Explique.



$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$

ppio de superposición

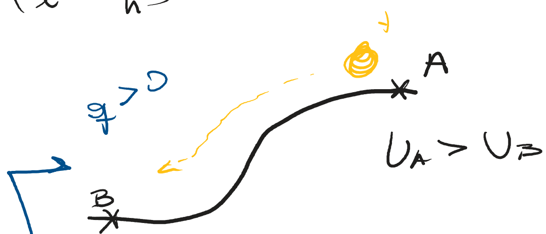
$$ V_A = V_A^{(1)} + V_B^{(2)} $$

$$ V_A^{(1)} = k\frac{q_1}{l} \qquad V_B^{(2)} = \frac{k q_2}{h} $$

$$ V_A = k\left(\frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{h}\right) = 59,9 \text{ kV} $$

ídem

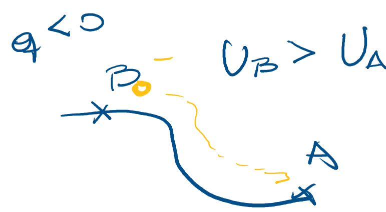
$$ V_B = k\left(\frac{q_1}{h} + \frac{q_2}{l}\right) = -779 \text{ kV} $$



q>0

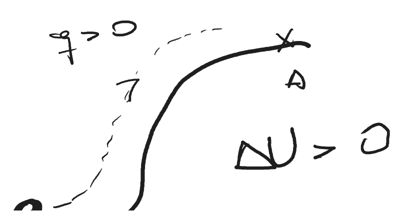
$$ {}_A\Delta U_B = q\ \underbrace{{}_A\Delta V_B}_{V_B - V_A < 0} $$

Depende del signo de la carga

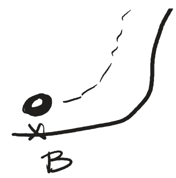


b) $W_{FE} = -{}_B\Delta U_A = -(U_A - U_B) = -\underbrace{q_3}_{>0}\underbrace{(V_A - V_B)}_{>0} = -2,52$ Joules

$W_{ext} = -W_{Feledrica} = 2,52$ Joules



$W_{ext} = - W_{Feledrica} = 2,52$ Joules



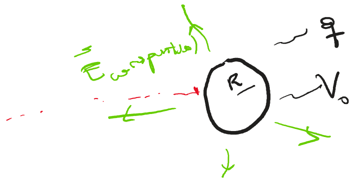
$\Delta U > 0$

P3 Ej7

martes, 25 de marzo de 2025 10:01

Ejercicio 7

Considérense dos esferas conductoras separadas por una gran distancia, teniendo, la segunda, el doble de diámetro que la primera. La esfera más pequeña tiene inicialmente una carga positiva q y la más grande está inicialmente sin carga. Se conectan ahora las esferas con un alambre delgado largo y rectilíneo (a) ¿Cómo se relacionan los potenciales finales V_1 y V_2 de las esferas? (b) Halle las cargas finales q_1 y q_2 sobre las esferas en términos de q.



$$V_0 = V_{\text{(carga puntual)}}(r=R) = k\frac{q}{R}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{\cancel{k} q_2}{(2\cancel{R})} \Rightarrow \boxed{q_2 = 2 q_1}$$

$$V_1 = \frac{\cancel{k} q_1}{\cancel{R}}$$

$$\sigma_2 \left(\cancel{4\pi}(2R)^2\right) = 2\sigma_1\left(\cancel{4\pi} R^2\right)$$

$$\sigma_2 4 = 2\sigma_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2}}$$

P3 Ej11

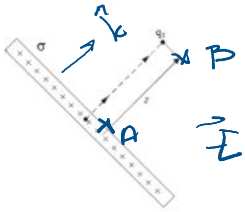
martes, 25 de marzo de 2025 9:55

Ejercicio 11

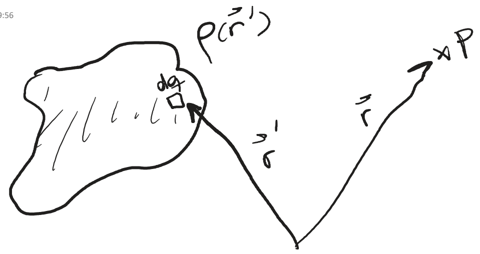
La figura muestra, de canto, una lámina "infinita" de densidad de carga positiva σ. (a) ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico de la lámina cuando una pequeña carga de prueba positiva q_0 se lleva desde una posición inicial, sobre la lámina, hasta una posición final, ubicada a una distancia perpendicular z de la lámina? (b) Use el resultado de (a) para demostrar que el potencial eléctrico de una lámina infinita de carga puede escribirse como $V = V_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} z$

donde V_0 es el potencial en la superficie de la lámina.

$${}_A\Delta V_B = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{l}$$



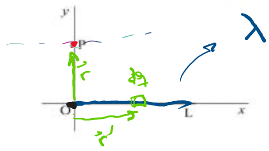
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{k}$$



$$dV_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{|\vec r - \vec r'|} \rightsquigarrow V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho(\vec r')\,d\vec r'}{|\vec r - \vec r'|}$$

Ejercicio 12

En una varilla, de longitud L, que se encuentra a lo largo del eje x con uno de sus extremos en el origen (x=0), como se muestra en la figura, existe una distribución de carga por unidad de longitud dada por $\lambda = kx$, donde k es una constante. (a) Si se considera que el potencial electrostático en el infinito sea cero, encuentre V en el punto P sobre el eje y (b) Determine la componente vertical, E_y, del campo eléctrico en P a partir del resultado de la parte (a) y también por cálculo directo. (c) ¿Por qué no puede determinarse E_x, la componente horizontal del campo eléctrico en P, usando el resultado de la parte (a)? (d) ¿A qué distancia de la varilla, a lo largo del eje y, el potencial es igual a la mitad del valor en el extremo izquierdo de la varilla?



$\lambda = kx'$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\lambda(x')}{|\vec r - \vec r'|}\,dx'$$

$\vec r' = x'\hat i$ (va a ir entre 0 y L)

$\vec r = y\hat j$ (fijo 0) $\longrightarrow$ $\vec r = x\hat i + y\hat j$

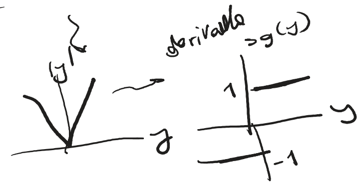
↳ $|\vec r - \vec r'| = \sqrt{x'^2 + y^2}$

$\lambda = kx'$

$$\Rightarrow V_P = \frac{k}{4\pi\epsilon_0}\int_0^L \frac{x'}{\sqrt{x'^2+y^2}}\,dx' = \frac{k}{4\pi\epsilon_0}\sqrt{x'^2+y^2}\,\Big|_0^L = \frac{k}{4\pi\epsilon_0}\left(\sqrt{L^2+y^2} - |y|\right)$$

d) $1/2$?

$$b)\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{k}{4\pi\epsilon_0}\left(sg(y) - \frac{y}{\sqrt{L^2+y^2}}\right)$$



$$\boxed{E_x \overset{?}{=} -\frac{\partial V}{\partial x}}$$

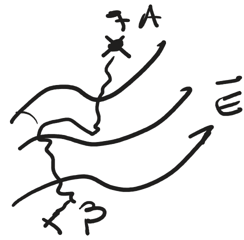
↳ fijemos x ($\vec r = x\hat i + y\hat j$ pusimos $x = 0$)

entonces $V(x,y) \longrightarrow V(y)$ ⇒ no sabemos como varía según x

★ Colección de cargas $U = \sum_{j>i}\sum_i U_{ij}$ con $U_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$

★ Mover una carga q por un campo $\vec{E}$: $\Delta U_B = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$
desde A → B

Es conservativo
→ No importa el camino solo los puntos de salida y llegada.



★ $\Delta V_A^B = \frac{\Delta U_A^B}{q}$ nos independiza de la carga
$= -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$

★ carga puntual q (y $V_\infty = 0$)

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}}$$

● Lo que viene: Aplicación de los temas hasta ahora en <u>CONDENSADORES</u> (y algo de circuitos)

● Recomendación para terminar el practico: Ejs 2, 6, 11 y 10

2: $\Delta K = \Delta U$
6: idem borra 12
11: $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}$
10: dipolo

estilo parcial/examen 13