

FÍSICA 1

4^a Edición



Resnick | Halliday | Krane

CONTENIDO

<hr/> <hr/>		3-4 Suma de Vectores: Método de las Componentes	46
<hr/> <hr/>		3-5 Multiplicación de Vectores	48
<hr/> <hr/>		3-6 Las Leyes Vectoriales en la Física (<i>Opcional</i>)	50
<hr/> <hr/>		Preguntas y Problemas	53
CAPÍTULO 1	1	<hr/> <hr/>	
MEDICIONES		CAPÍTULO 4	
1-1 Las Cantidades Físicas, Patrones y Unidades	1	MOVIMIENTO BIDIMENSIONAL	
1-2 El Sistema Internacional de Unidades	2	Y TRIDIMENSIONAL	59
1-3 Patrón de Tiempo	3	<hr/> <hr/>	
1-4 Patrón de Longitud	5	4-1 Posición, Velocidad, y Aceleración	59
1-5 Patrón de Masa	7	4-2 Movimiento con Aceleración Constante	61
1-6 Precisión y Cifras Significativas	8	4-3 Movimiento de proyectiles	63
1-7 Análisis Dimensional	10	4-4 Movimiento Circular Uniforme	67
Preguntas y Problemas	11	4-5 Vectores de Velocidad y de Aceleración en el Movimiento Circular (<i>Opcional</i>)	69
<hr/> <hr/>		4-6 Movimiento Relativo	71
CAPÍTULO 2	17	Preguntas y Problemas	74
MOVIMIENTO UNIDIMENSIONAL		<hr/> <hr/>	
2-1 Cinemática de la Partícula	17	CAPÍTULO 5	
2-2 Descripciones del Movimiento	17	FUERZA Y LAS LEYES	
2-3 Velocidad Promedio	20	DE NEWTON	87
2-4 Velocidad Instantánea	21	<hr/> <hr/>	
2-5 Movimiento Acelerado	23	5-1 Mecánica Clásica	87
2-6 Movimiento con Aceleración Constante	25	5-2 Primera Ley de Newton	88
2-7 Cuerpos en Caída Libre	28	5-3 Fuerza	90
2-8 Galileo y la Caída Libre (<i>Opcional</i>)	29	5-4 Masa	90
2-9 Medición de la Aceleración en Caída Libre (<i>Opcional</i>)	30	5-5 Segunda Ley de Newton	92
Preguntas y Problemas	31	5-6 Tercera Ley de Newton	94
<hr/> <hr/>		5-7 Unidades de Fuerza	96
CAPÍTULO 3	41	5-8 Peso y Masa	97
VECTORES		5-9 Medición de Fuerzas	99
3-1 Vectores y Escalares	41	5-10 Aplicaciones de las Leyes de Newton	100
3-2 Suma de Vectores: Método Gráfico	42	5-11 Más Aplicaciones de las Leyes de Newton	103
3-3 Componentes de Vectores	43	Preguntas y Problemas	106

CAPÍTULO 6
DINÁMICA DE LA PARTÍCULA 117

6-1 Leyes de la Fuerza	117
6-2 Fuerzas de Fricción	118
6-3 La Dinámica del Movimiento Circular Uniforme	123
6-4 Ecuaciones del Movimiento: Fuerzas Constantes y No Constantes	126
6-5 Fuerzas Dependientes del Tiempo: Métodos Analíticos	128
6-6 Fuerzas Dependientes del Tiempo: Métodos Numéricos (<i>Opcional</i>)	129
6-7 Fuerzas de Arrastre y el Movimiento de proyectiles	130
6-8 Marcos No Inerciales y Seudofuerzas (<i>Opcional</i>)	133
6-9 Limitaciones de las Leyes de Newton (<i>Opcional</i>)	135
Preguntas y Problemas	137

CAPÍTULO 7
TRABAJO Y ENERGÍA 149

7-1 Trabajo Efectuado por una Fuerza Constante	149
7-2 Trabajo Efectuado por una Fuerza Variable: Caso Unidimensional	153
7-3 Trabajo Efectuado por una Fuerza Variable: Caso Bidimensional (<i>Opcional</i>)	155
7-4 Energía Cinética y el Teorema Trabajo-Energía	157
7-5 Potencia	159
7-6 Marcos de Referencia (<i>Opcional</i>)	160
7-7 Energía Cinética a Altas Velocidades (<i>Opcional</i>)	162
Preguntas y Problemas	163

CAPÍTULO 8
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA 171

8-1 Fuerzas Conservativas	171
8-2 Energía Potencial	174
8-3 Sistemas Conservativos Unidimensionales	176
8-4 Sistemas Conservativos Unidimensionales: La Solución Completa	179
8-5 Sistemas Conservativos Bidimensionales y Tridimensionales (<i>Opcional</i>)	182
8-6 Conservación de la Energía en un Sistema de Partículas	183

8-7 Masa y Energía (<i>Opcional</i>)	187
8-8 Cuantización de la Energía (<i>Opcional</i>)	189
Preguntas y Problemas	190

CAPÍTULO 9
SISTEMAS DE PARTÍCULAS 203

9-1 Sistemas de Dos Partículas	203
9-2 Sistemas de Muchas Partículas	206
9-3 Centro de Masa de Objetos Sólidos	209
9-4 Ímpetu Lineal de una Partícula	212
9-5 Ímpetu Lineal de un Sistema de Partículas	213
9-6 Conservación del Ímpetu Lineal	214
9-7 Trabajo y Energía en un Sistema de Partículas (<i>Opcional</i>)	217
9-8 Sistemas de Masa Variable (<i>Opcional</i>)	220
Preguntas y Problemas	224

CAPÍTULO 10
COLISIONES 233

10-1 ¿Qué es una Colisión?	233
10-2 Impulso e Ímpetu	234
10-3 Conservación e Ímpetu Durante las Colisiones	236
10-4 Colisiones en una Dimensión	237
10-5 Colisiones Bidimensionales	241
10-6 Marco de Referencia del Centro de Masa	244
10-7 Procesos de Desintegración Espontánea (<i>Opcional</i>)	248
Preguntas y Problemas	250

CAPÍTULO 11
CINEMÁTICA DE LA ROTACIÓN 261

11-1 Movimiento de Rotación	261
11-2 Las Variables de la Rotación	262
11-3 Rotación con Aceleración Angular Constante	264
11-4 Cantidades de Rotación como Vectores	265
11-5 Relaciones Entre Variables Lineales y Angulares: Forma Escalar	268
11-6 Relaciones Entre las Variables Lineales y Angulares: Forma Vectorial (<i>Opcional</i>)	269
Preguntas y Problemas	271

CAPÍTULO 12
DINÁMICA DE LA ROTACIÓN 277

12-1 Dinámica de la Rotación: Una Visión General	277
--	-----

12-2 Energía Cinética de la Rotación e Inercia de la Rotación	278
12-3 Inercia de Rotación de los Cuerpos Sólidos	281
12-4 Torca que Actúa Sobre una Partícula	283
12-5 Dinámica de la Rotación de un Cuerpo Rígido	286
12-6 Movimientos de Rotación y de Traslación Combinados	290
Preguntas y Problemas	296

CAPÍTULO 13
ÍMPETU ANGULAR **305**

13-1 Ímpetu Angular de una Partícula	305
13-2 Sistemas de Partículas	307
13-3 Ímpetu Angular y Velocidad Angular	309
13-4 Conservación del Ímpetu Angular	313
13-5 El Trompo	319
13-6 Cuantización del Ímpetu Angular (<i>Opcional</i>)	320
13-7 Dinámica Rotacional: un Repaso	321
Preguntas y Problemas	321

CAPÍTULO 14
EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS RÍGIDOS **331**

14-1 Condiciones de Equilibrio	331
14-2 Centro de Gravedad	332
14-3 Ejemplos de Equilibrio	334
14-4 Equilibrio Estable, Inestable y Neutro de los Cuerpos Rígidos en un Campo Gravitatorio	339
14-5 Elasticidad	341
Preguntas y Problemas	344

CAPÍTULO 15
OSCILACIONES **353**

15-1 Sistemas Oscilatorios	353
15-2 El Oscilador Armónico Simple	355
15-3 Movimiento Armónico Simple	356
15-4 Consideraciones Energéticas en el Movimiento Armónico Simple	359
15-5 Aplicaciones del Movimiento Armónico Simple	361
15-6 Movimiento Armónico Simple y Movimiento Circular Uniforme	365
15-7 Combinaciones de Movimientos Armónicos	367
15-8 Movimiento Armónico Amortiguado (<i>Opcional</i>)	368

15-9 Oscilaciones Forzadas y Resonancia (<i>Opcional</i>)	370
15-10 Oscilaciones de Dos Cuerpos (<i>Opcional</i>) Preguntas y Problemas	371 373

CAPÍTULO 16
GRAVITACIÓN **383**

16-1 La Gravitación Desde la Antigüedad Hasta Kepler	383
16-2 Newton y la Ley de la Gravitación Universal	385
16-3 La Constante Gravitatoria G	386
16-4 La Gravedad Cerca de la Superficie de la Tierra	388
16-5 Efecto Gravitatorio de una Distribución Esférica de la Materia (<i>Opcional</i>)	390
16-6 Energía Potencial Gravitatoria	393
16-7 El Campo Gravitatorio y el Potencial (<i>Opcional</i>)	396
16-8 Los Movimientos de Planetas y Satélites	397
16-9 Gravitación Universal	402
16-10 La Teoría General de la Relatividad (<i>Opcional</i>) Preguntas y Problemas	404 408

CAPÍTULO 17
ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS **419**

17-1 Fluidos y Sólidos	419
17-2 Presión y Densidad	420
17-3 Variación de la Presión en un Fluido en Reposo	422
17-4 Principio de Pascal y Principio de Arquímedes	426
17-5 Medición de la Presión	429
17-6 Tensión Superficial (<i>Opcional</i>) Preguntas y Problemas	431 433

CAPÍTULO 18
DINÁMICA DE LOS FLUIDOS **441**

18-1 Conceptos Generales del Flujo de los Fluidos	441
18-2 Trayectoria de una Corriente y la Ecuación de Continuidad	442
18-3 La Ecuación de Bernoulli	445
18-4 Aplicaciones de la Ecuación de Bernoulli y de la Ecuación de Continuidad	447
18-5 Campos de Flujo (<i>Opcional</i>)	450

18-6	Viscosidad, Turbulencia, y Flujo Caótico (<i>Opcional</i>)	453
	Preguntas y Problemas	456

CAPÍTULO 19
MOVIMIENTO ONDULATORIO **465**

19-1	Ondas Mecánicas	465
19-2	Tipos de Ondas	466
19-3	Ondas Viajeras	467
19-4	Velocidad de Onda	471
19-5	La Ecuación de la Onda (<i>Opcional</i>)	471
19-6	Potencia e Intensidad en el Movimiento Ondulatorio	475
19-7	El Principio de Superposición	476
19-8	Interferencia de Ondas	478
19-9	Ondas Estacionarias	482
19-10	Resonancia	485
	Preguntas y Problemas	487

CAPÍTULO 20
ONDAS SONORAS **495**

20-1	La Velocidad del Sonido	495
20-2	Ondas Viajeras Longitudinales	497
20-3	Potencia e Intensidad de las Ondas Sonoras	499
20-4	Ondas Longitudinales Estacionarias	501
20-5	Sistemas Vibratorios y Fuentes de Sonido	503
20-6	Pulsaciones	506
20-7	El Efecto Doppler	508
	Preguntas y Problemas	511

CAPÍTULO 21
LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD **519**

21-1	Las Dificultades con la Física Clásica	519
21-2	Los Postulados de la Relatividad Especial	521
21-3	Consecuencias de los Postulados de Einstein	522
21-4	La Transformación de Lorentz	526
21-5	Medición de las Coordenadas Espacio-Tiempo de un Suceso	529
21-6	La Transformación de las Velocidades	529
21-7	Consecuencias de la Transformación de Lorentz	531
21-8	Ímpetu Relativista	535
21-9	Energía Relativista	537
21-10	La Lógica la Relatividad Especial	540
	Preguntas y Problemas	541

CAPÍTULO 22
TEMPERATURA **547**

22-1	Descripción Macroscópica y Descripción Microscópica	547
22-2	Temperatura y Equilibrio Térmico	548
22-3	Medición de la Temperatura	549
22-4	La Escala de Temperatura de un Gas Ideal	552
22-5	Dilatación Térmica	554
	Preguntas y Problemas	558

CAPÍTULO 23
LA TEORÍA CINÉTICA Y EL GAS IDEAL **565**

23-1	Propiedades Macroscópicas de un Gas y la Ley del Gas Ideal	565
23-2	El Gas Ideal: Un Modelo	568
23-3	Cálculo Cinético de la Presión	569
23-4	Interpretación Cinética de la Temperatura	571
23-5	Trabajo Efectuado Sobre un Gas Ideal	572
23-6	La Energía Interna de un Gas Ideal	576
23-7	Fuerzas Intermoleculares (<i>Opcional</i>)	578
23-8	La Ecuación de Estado de van der Waals (<i>Opcional</i>)	579
	Preguntas y Problemas	581

CAPÍTULO 24
MECÁNICA ESTADÍSTICA **587**

24-1	Distribuciones Estadísticas y Valores Medios	587
24-2	Recorrido libre medio	589
24-3	La Distribución de las Velocidades Moleculares	593
24-4	La Distribución de las Energías	597
24-5	Movimiento Browniano	599
24-6	Distribuciones Estadísticas Cuánticas (<i>Opcional</i>)	600
	Preguntas y Problemas	603

CAPÍTULO 25
EL CALOR Y LA PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA **607**

25-1	El Calor: Energía en Tránsito	607
25-2	Capacidad Calorífica y Calor Específico	609
25-3	Capacidades Caloríficas de los Sólidos	611
25-4	Capacidades Caloríficas de un Gas Ideal	612

25-5 La Primera Ley de la Termodinámica	616
25-6 Aplicaciones de la Primera Ley	619
25-7 La Transferencia de Calor	622
Preguntas y Problemas	626

CAPÍTULO 26
ENTROPIA Y LA SEGUNDA LEY
DE LA TERMODINÁMICA **635**

26-1 Procesos Reversibles y Procesos Irreversibles	635
26-2 Máquinas Térmicas y la Segunda Ley	637
26-3 Refrigeradores y la Segunda Ley	639
26-4 El Ciclo de Carnot	641
26-5 La Escala de Temperatura Termodinámica	644
26-6 Entropía: Procesos Reversibles	646
26-7 Entropía: Procesos Irreversibles	648
26-8 Entropía y la Segunda Ley	650
26-9 Entropía y Probabilidad	651
Preguntas y Problemas	653

APÉNDICES

A El Sistema Internacional de Unidades (SI)	A-1
B Algunas Constantes Fundamentales de la Física	A-3
C Algunos Datos Astronómicos	A-4
D Propiedades de los Elementos	A-5
E Tabla Periódica de los Elementos	A-7
F Partículas Elementales	A-8
G Factores de Conversión	A-10
H Fórmulas Matemáticas	A-14
I Programas de Computadora	A-16
J Premios Nobel de Física	A-20
K Tablas	A-24

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS CON NÚMEROS IMPARES	A-28
CRÉDITOS DE LAS FOTOGRAFÍAS	F-1
ÍNDICE	I-1

CAPÍTULO 10

COLISIONES

Una de las aplicaciones principales de la conservación del ímpetu lineal se encuentra en el análisis de las colisiones entre objetos. Sin importar el tamaño de los objetos, se traten éstos de partículas elementales o de galaxias, y sin importar tampoco qué fuerzas se hallen implicadas, desde la más fuerte (la fuerza nuclear) a la más débil (la gravedad), nos regimos por la ley de la conservación del ímpetu lineal, ley que nos permite el estudio de estos procesos.

En este capítulo expondremos cómo pueden analizarse los procesos de colisión mediante el uso de las leyes de la conservación de la energía y del ímpetu, dando ejemplos tomados del campo de la física subatómica para explicar cómo se obtiene la información fundamental respecto al mundo físico a partir del estudio de los resultados de las diversas clases de colisiones.

10-1 ¿QUÉ ES COLISIÓN?

En la colisión, una fuerza relativamente grande actúa sobre cada partícula que interviene en el choque durante un tiempo relativamente corto. La idea básica de colisión consiste en que el movimiento de las partículas que colisionan (o cuando menos de una de ellas) cambia de manera brusca, y que podemos hacer una separación relativamente clara de los tiempos de “antes de la colisión” y de los de “después de la colisión”.

Cuando un bate de béisbol golpea la bola, por ejemplo, el comienzo y el final de la colisión pueden determinarse con bastante precisión. El bate está en contacto con la bola durante un intervalo bastante corto en comparación con el tiempo durante el cual observamos a la bola. Durante la colisión el bate ejerce una fuerza grande sobre la bola (Fig. 1). Esta fuerza varía con el tiempo de modo complejo, el cual podríamos medir sólo con gran dificultad. Tanto la bola como el bate se deforman en la colisión. Las fuerzas que actúan durante un tiempo corto en comparación con el tiempo de observación del sistema se denominan fuerzas *impulsivas*.

Cuando una partícula alfa (el núcleo del ^4He) colisiona con otro núcleo (Fig. 2), la fuerza que actúa entre ellos puede ser la bien conocida fuerza electrostática de repulsión asociada con las cargas de las partículas. Las partículas pueden no llegar a tocarse en realidad, pero

podemos seguir hablando de colisión, puesto que una fuerza relativamente grande, que actúa durante un tiempo corto en comparación con el tiempo en que la partícula alfa está en observación, tiene un efecto sustancial en el movimiento de la partícula alfa.

Podemos incluso hablar de la colisión entre dos galaxias (Fig. 3), si estamos preparados para observarlas durante una escala de tiempo del orden de millones o miles de millones de años. (Pero una alternativa más viable es, desde luego, jacortar este lapso de tiempo por medio de un modelo de computadora!)



Figura 1 Fotografía a alta velocidad de un bate al chocar contra una bola de béisbol. Nótese la deformación de la bola, que indica la gran fuerza impulsiva ejercida por el bate.



Figura 2 Una partícula alfa colisiona con un núcleo de helio en una cámara de niebla. La mayoría de las partículas que inciden (procedentes de la izquierda) la atraviesan sin chocar.

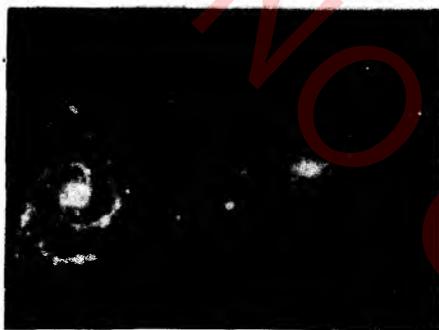


Figura 3 Colisión de dos galaxias.

Las colisiones entre partículas elementales proporcionan la principal fuente de información de su estructura interna. Cuando dos partículas colisionan a energía elevada, los productos de la colisión suelen ser muy diferentes a las partículas originales (Fig. 4). A veces, estas colisiones provocan cientos de partículas producto, cuya masa total puede ser bastante mayor que las masas de las partículas en colisión (la energía cinética de las partículas incidentes se convierte en energía en reposo en la colisión). Podemos reconstruir el suceso original al estudiar las trayectorias de las partículas salientes y aplicar las leyes fundamentales de la conservación.

En una escala diferente, quienes estudian los accidentes de tránsito tratan también de reconstruir los choques. A partir de las trayectorias y de los patrones de impacto de los vehículos que chocan entre sí (Fig. 5), se pueden deducir a menudo detalles tan importantes como la velocidad y la dirección del movimiento de los dos vehículos antes del choque.

Otra clase de colisión es la que sucede entre una sonda espacial y un planeta, colisión a la que se le llama "efecto de honda"; en ésta, la velocidad y la dirección de la sonda espacial pueden ser alteradas por un "encuentro cercano" con un planeta (en movimiento). La sonda no toca en

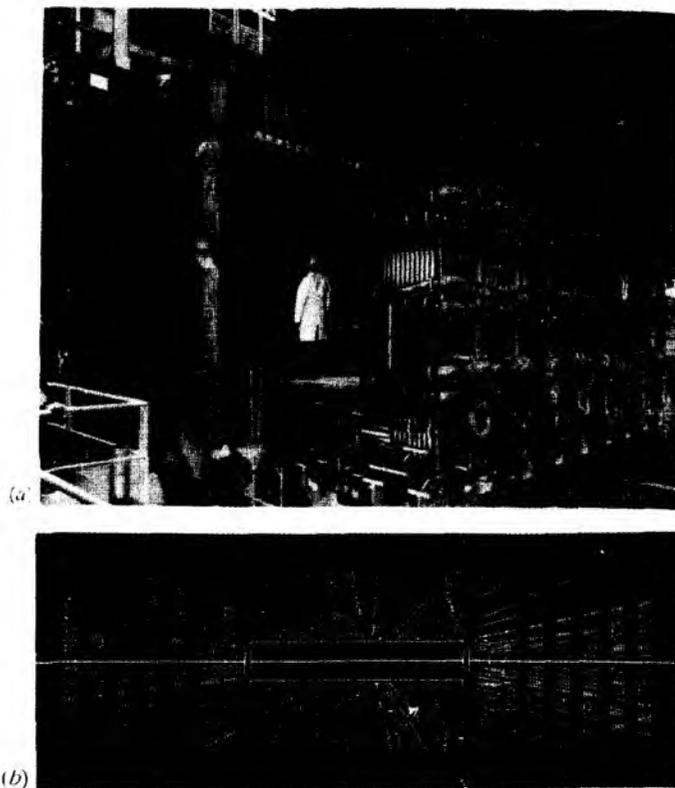


Figura 4 (a) El detector masivo UA1 utilizado en el aparato colisionador protón-protón de CERN, la instalación para investigaciones de la física de la partícula cerca de Ginebra, Suiza. (b) Una reconstrucción por computadora de las trayectorias de las partículas producidas en una colisión protón-protón. Tales reconstrucciones fueron utilizadas en 1983 para comprobar la existencia de las partículas llamadas W y Z, que confirmaron una teoría que trata a la fuerza electromagnética y a la fuerza nuclear débil como aspectos diferentes de una sola fuerza más básica.

realidad al planeta, sino que entra fuertemente bajo su influencia gravitatoria durante un tiempo muy corto en comparación con la duración del viaje de la sonda espacial. Así pues, estamos justificados al llamar "colisiones" a tales encuentros.

10-2 IMPULSO E ÍMPETU

Al estudiar las colisiones en este capítulo, nuestro objetivo es aprender lo que podamos acerca de los movimientos finales de las partículas en colisión a partir de los principios de conservación del ímpetu y de la energía, dados los movimientos iniciales de las partículas en colisión y suponiendo que no sabemos nada acerca de las fuerzas que actúan durante el choque.

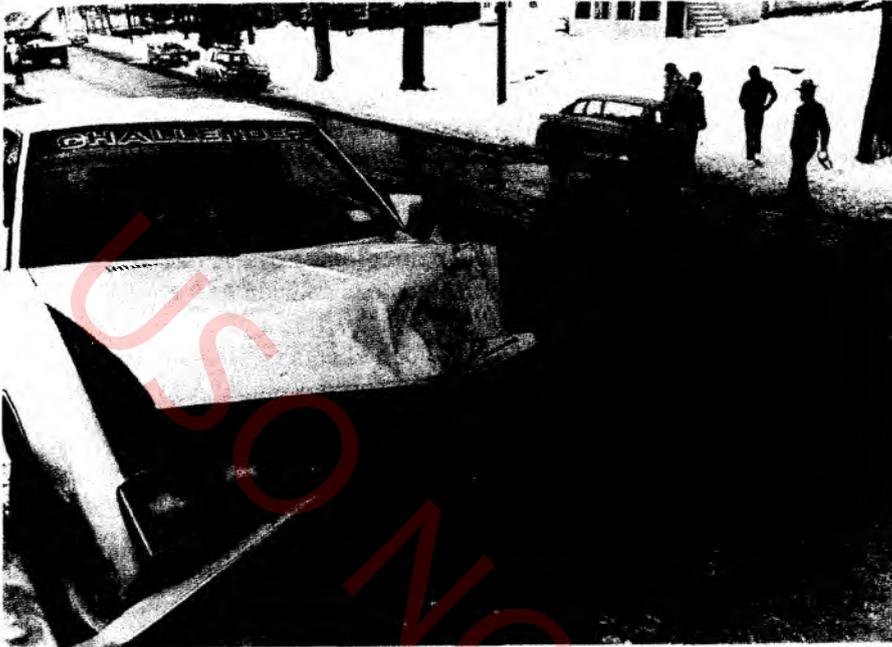


Figura 5 Un choque entre dos automóviles. Gran parte de la energía cinética incidente se convierte en energía de deformación de los dos automóviles. Los expertos en la reconstrucción del accidente utilizan la conservación del ímpetu para calcular las velocidades antes del choque.

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA
 FACULTAD DE INGENIERIA
 DEPARTAMENTO DE
 DOCUMENTACION Y BIBLIOTECA
 MONTEVIDEO - URUGUAY

Supongamos que la figura 6 muestra la magnitud de la fuerza neta ejercida en un cuerpo durante una colisión. La colisión comienza en el tiempo t_i y termina en el tiempo t_f , siendo la fuerza nula antes y después de la colisión. Según la segunda ley de Newton en la forma $F = dp/dt$ podemos escribir el cambio del ímpetu dp de una partícula en un tiempo dt durante el que actúe sobre él una fuerza F en la forma:

$$dp = F dt.$$

Podemos hallar el cambio del ímpetu del cuerpo durante una colisión al integrar sobre el tiempo de colisión, esto es, entre las condiciones iniciales (el ímpetu p_i en el tiempo t_i) y las condiciones finales (el ímpetu p_f en el tiempo t_f):

$$\int_{p_i}^{p_f} dp = \int_{t_i}^{t_f} F dt. \quad (1)$$

El lado izquierdo de la ecuación 1 es precisamente el cambio del ímpetu, $p_f - p_i$. El lado derecho, que depende tanto de la intensidad de la fuerza como de su duración, se llama *impulso* J de la fuerza:

$$J = \int_{t_i}^{t_f} F dt, \quad (2)$$

y de la ecuación 1 se deduce que

$$J = p_f - p_i. \quad (3)$$

La ecuación 3 es el enunciado matemático del *teorema impulso-ímpetu*:

El impulso de la fuerza neta que actúa sobre una partícula durante un intervalo de tiempo determinado es igual al cambio en el ímpetu de la partícula durante ese intervalo.

Tanto el impulso como el ímpetu son vectores y tienen las mismas unidades y dimensiones.

Aunque empleamos la ecuación 3 en este capítulo sólo en situaciones que impliquen fuerzas impulsivas (esto es, aquéllas de corta duración en comparación con el tiempo de observación), tal limitación no es parte de esa ecuación. La ecuación 3 es tan general como la segunda ley de Newton, de la cual se deriva. Por ejemplo, podríamos usar

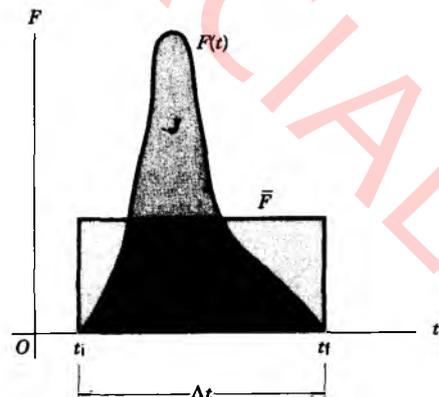


Figura 6 Una fuerza impulsiva $F(t)$ varía de una manera arbitraria con el tiempo durante una colisión que va desde t_i hasta t_f . El área bajo la curva $F(t)$ es el impulso J , y el rectángulo limitado por la fuerza promedio \bar{F} tiene un área igual.

la ecuación 3 para hallar el ímpetu adquirido por un cuerpo que cae en la gravedad de la Tierra.

El teorema impulso-ímpetu es muy similar al teorema trabajo-energía que derivamos en el capítulo 7. Ambos rigen para partículas aisladas y ambos se derivan directamente de la segunda ley de Newton. El trabajo implica una integral de la fuerza neta en cuanto a la posición, mientras que el impulso implica la integral de la fuerza neta en cuanto al tiempo. El teorema trabajo-energía es una ecuación escalar que trata del cambio en la energía cinética de la partícula, mientras que el teorema impulso-ímpetu es una ecuación vectorial que trata del cambio en el ímpetu de la partícula.

Se supone que la fuerza impulsiva cuya magnitud se representa en la figura 6 tiene una dirección constante. La magnitud del impulso de esta fuerza está representada por el área bajo la curva $F(t)$. Podemos representar esa misma área por el rectángulo de la figura 6 de anchura Δt y altura \bar{F} , donde \bar{F} es la magnitud de la fuerza promedio que actúa durante el intervalo Δt . Entonces

$$J = \bar{F} \Delta t. \quad (4)$$

En una colisión como la de la bola y el bate de la figura 1 es difícil medir a $F(t)$ directamente, pero podemos estimar Δt (quizás unos cuantos milisegundos) y obtener un valor razonable para \bar{F} basado en el impulso calculado de acuerdo con la ecuación 3 a partir del cambio en el ímpetu de la bola (véase el problema muestra 1).

10-3 CONSERVACIÓN DEL ÍMPETU DURANTE LAS COLISIONES

Consideremos ahora una colisión entre dos partículas tales como las de masas m_1 y m_2 que se muestran en la figura 7. Durante la breve colisión estas partículas ejercen fuerzas grandes entre sí. En cualquier instante \mathbf{F}_{12} es la fuerza ejercida sobre la partícula 1 por la partícula 2 y \mathbf{F}_{21} es la fuerza ejercida sobre la partícula 2 por la partícula 1. Según la tercera ley de Newton estas fuerzas son iguales en magnitud pero se oponen directamente.

El cambio en ímpetu de la partícula 1 que resulta de la colisión es

$$\Delta \mathbf{p}_1 = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}_{12} dt = \bar{\mathbf{F}}_{12} \Delta t \quad (5)$$

en la cual $\bar{\mathbf{F}}_{12}$ es el valor promedio de la fuerza \mathbf{F}_{12} durante el intervalo de tiempo de la colisión $\Delta t = t_f - t_i$.

El cambio en el ímpetu de la partícula 2 que resulta de la colisión es

$$\Delta \mathbf{p}_2 = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}_{21} dt = \bar{\mathbf{F}}_{21} \Delta t \quad (6)$$



Figura 7 Dos partículas de masas m_1 y m_2 chocan y experimentan fuerzas iguales y opuestas.

en la cual $\bar{\mathbf{F}}_{21}$ es el valor promedio de la fuerza \mathbf{F}_{21} durante el intervalo de tiempo de la colisión $\Delta t = t_f - t_i$.

Si no actúa sobre la partícula ninguna otra fuerza, entonces $\Delta \mathbf{p}_1$ y $\Delta \mathbf{p}_2$ dan el cambio total del ímpetu para cada partícula. Sin embargo, hemos visto que en cada instante $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$, de modo que $\bar{\mathbf{F}}_{12} = -\bar{\mathbf{F}}_{21}$, y por lo tanto

$$\Delta \mathbf{p}_1 = -\Delta \mathbf{p}_2. \quad (7)$$

Si consideramos a las dos partículas como un sistema aislado, el ímpetu total del sistema es

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \quad (8)$$

y el cambio total en el ímpetu del sistema como resultado de la colisión es cero; esto es,

$$\Delta \mathbf{P} = \Delta \mathbf{p}_1 + \Delta \mathbf{p}_2 = 0. \quad (9)$$

De aquí que, si no existen fuerzas externas el ímpetu total del sistema de dos partículas no cambia por la colisión. Esta es simplemente la ley de la conservación del ímpetu lineal (véase la sección 9-6) aplicada a este sistema de dos partículas. Las fuerzas impulsivas que actúan durante la colisión son fuerzas internas que no tienen efecto sobre el ímpetu total del sistema.

Hemos definido una colisión como una interacción que ocurre en un tiempo Δt que es despreciable comparado con el tiempo durante el cual estamos observando al sistema. Podemos también caracterizar a una colisión como un evento en el que las fuerzas externas que pueden actuar sobre el sistema son despreciables comparadas con las fuerzas impulsivas de la colisión (véase el problema muestra 1). Cuando un bate choca contra una bola de béisbol, o un palo de golf choca contra una bola de golf, o una bola de billar choca contra otra, actúan fuerzas externas sobre el sistema. La gravedad o la fricción pueden ejercer fuerzas sobre estos cuerpos, por ejemplo; estas fuerzas externas pueden no ser las mismas sobre cada cuerpo al chocar ni necesariamente son canceladas por otras fuerzas externas. Aun así, es bastante seguro despreciar estas fuerzas externas durante la colisión y suponer una conservación del ímpetu siempre que, como casi siempre sucede, las fuerzas externas sean despreciables en comparación con las fuerzas impulsivas de la colisión. Como resultado, el cambio en el ímpetu de una partícula durante una colisión que surge de una fuerza externa es despreciable comparada con el cambio en el ímpetu de esa

partícula que surge de la fuerza impulsiva del choque (Fig. 8).

Por ejemplo, cuando un bate golpea contra una bola de béisbol, la colisión dura sólo unos cuantos milisegundos. Puesto que el cambio en el ímpetu de la bola es grande y el tiempo de colisión es pequeño, a partir de

$$\Delta p = \bar{F} \Delta t$$

se deduce que la fuerza impulsiva promedio \bar{F} es relativamente grande. Comparada con esta fuerza, la fuerza externa de la gravedad es despreciable. Así, durante la colisión podemos despreciar por completo esta fuerza externa para determinar el cambio en el movimiento de la bola; cuanto más corta sea la duración de la colisión tanto mejor será proceder así.

Por lo tanto, en la práctica podemos aplicar la ley de la conservación del ímpetu durante las colisiones si el tiempo de la colisión es lo suficientemente pequeño. Podemos entonces decir que el ímpetu de un sistema de partículas en el instante antes de que éstas choquen es igual al ímpetu del sistema en el instante después de haber chocado las partículas.

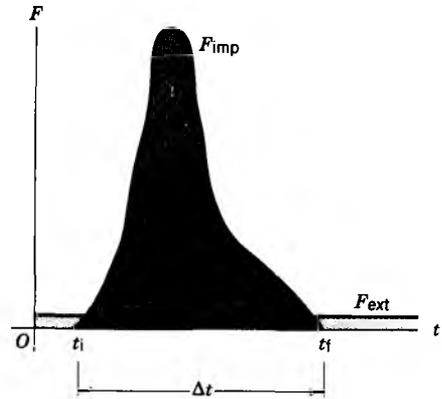


Figura 8 La fuerza impulsiva F_{imp} que actúa durante una colisión es generalmente mucho más intensa que cualquier fuerza externa F_{ext} (mostrada aquí como una constante) que puede actuar también.

y actúa en una dirección determinada por

$$\theta = \tan^{-1}(J_y/J_x) = \tan^{-1}[(4.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s})/(11.6 \text{ kg} \cdot \text{m/s})] = 19^\circ$$

sobre la horizontal. La figura 9b muestra el vector del impulso \mathbf{J} y verifica gráficamente que, como lo pide la definición de la ecuación 3,

$$\mathbf{J} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f + (-\mathbf{p}_i).$$

(b) Con $\mathbf{J} = \bar{\mathbf{F}}\Delta t$, tenemos que $\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{J}/\Delta t$. Entonces $\bar{\mathbf{F}}$ tiene la magnitud

$$\bar{F} = (12.3 \text{ kg} \cdot \text{m/s})/0.0015 \text{ s} = 8200 \text{ N},$$

que es casi 1 tonelada. Esta fuerza actúa en la misma dirección que \mathbf{J} , esto es, 19° sobre la horizontal. Nótese que ésta es la fuerza *promedio*; la fuerza *máxima* es considerablemente mayor, como lo muestra la figura 6. También, obsérvese que $F (= 8200 \text{ N}) \gg mg (= 1.4 \text{ N})$. Así pues, estamos en lo cierto al suponer que la fuerza impulsiva excede notablemente a la fuerza externa (la gravedad, en este caso) y, por lo tanto, es muy cercanamente igual a la fuerza neta que actúa durante la colisión.

(c) El cambio en el ímpetu del bate es, según la ecuación 7, igual y opuesto al de la bola. Entonces, para el bate,

$$\Delta p_x = -11.6 \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

$$\Delta p_y = -4.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

¿Es éste un cambio grande o un cambio pequeño? Trate de calcular el ímpetu del bate en movimiento para responder a esta pregunta.

Problema muestra 1 Una bola de béisbol (cuyo peso oficial es de unas 5 onzas) se mueve horizontalmente a una velocidad de 93 mi/h (alrededor de 150 km/h) cuando es golpeada por el bate (véase la Fig. 1). Abandona el bate en una dirección que forma un ángulo $\phi = 35^\circ$ sobre su trayectoria y a una velocidad de 180 km/h. (a) Halle el impulso de la fuerza ejercida sobre la bola. (b) Suponiendo que la colisión dure 1.5 ms ($= 0.0015 \text{ s}$), ¿cuál es la fuerza promedio? (c) Halle el cambio en el ímpetu del bate.

Solución (a) La figura 9a muestra el ímpetu inicial \mathbf{p}_i y el ímpetu final \mathbf{p}_f de la bola de béisbol. La masa correspondiente a 5 oz es de 0.14 kg, y la velocidad final de la bola en unidades más apropiadas es de 50 m/s. Las componentes del ímpetu final están dadas por

$$p_{fx} = mv_f \cos \phi = (0.14 \text{ kg})(50 \text{ m/s})(\cos 35^\circ) = 5.7 \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

$$p_{fy} = mv_f \sin \phi = (0.14 \text{ kg})(50 \text{ m/s})(\sin 35^\circ) = 4.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

En este sistema de coordenadas, el ímpetu inicial tiene sólo una componente x , cuyo valor (negativo) es

$$p_{ix} = mv_i = (0.14 \text{ kg})(-42 \text{ m/s}) = -5.9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Ahora puede obtenerse el impulso:

$$J_x = p_{fx} - p_{ix} = 5.7 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - (-5.9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}) = 11.6 \text{ kg} \cdot \text{m/s},$$

$$J_y = p_{fy} - p_{iy} = 4.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 0 = 4.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

En otros términos, el impulso tiene una magnitud

$$\begin{aligned} J &= \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = \sqrt{(11.6 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2 + (4.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2} \\ &= 12.3 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

10-4 COLISIONES EN UNA DIMENSIÓN

En esta sección consideraremos el efecto de una colisión entre dos objetos. Usualmente conocemos las velocidades iniciales de los dos objetos antes de la colisión, y nuestra meta es aplicar las leyes de conservación o las leyes del

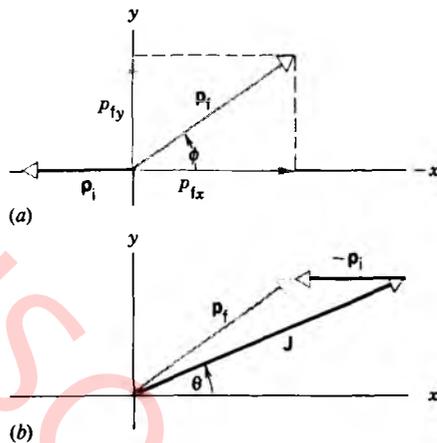


Figura 9 Problema muestra 1. (a) Los ímpetus inicial y final de la bola de béisbol. (b) La diferencia $p_f - p_i$ es igual al impulso J .

movimiento para hallar las velocidades después de la colisión.

Podemos siempre calcular los movimientos de los objetos después de que hayan chocado a partir de sus movimientos previos si conocemos las fuerzas que actúan durante la colisión, y si podemos resolver las ecuaciones de movimiento. Sin embargo, en la mayoría de las colisiones no conocemos estas fuerzas. La ley de conservación del ímpetu debe cumplirse durante cualquier colisión en la que sólo actúen fuerzas internas, y puede aplicarse aun si no conocemos las fuerzas. Aunque podemos no conocer los detalles de la interacción, en muchos casos podemos usar la conservación del ímpetu y la conservación de la energía para predecir los resultados de la colisión.

El ímpetu lineal se conserva *siempre* en las colisiones. La energía total se conserva también: la energía total inicial de las partículas en colisión es igual a la energía total final de los productos. Esta energía puede incluir no sólo a la energía cinética sino igualmente a otras formas, tales como la energía interna, la energía de deformación, la energía rotatoria, la energía radiante, y así sucesivamente.

En una categoría especial de la colisión, llamada colisión *elástica*, despreciamos todas las demás formas de la energía y consideramos solamente a la energía mecánica $U + K$. Además, suponemos que, en una colisión impulsiva, las fuerzas internas actúan durante un tiempo corto y, por lo tanto, sobre una distancia corta; observamos a las partículas solamente con una separación relativa mucho más grande, de modo que los efectos de su energía potencial interna puedan ser despreciados. En una colisión elástica, la energía cinética de traslación es la única forma de energía por la que debemos responder, y la conservación de la energía mecánica es, por lo tanto, equivalente a la conservación de la energía cinética: *en una colisión elástica, la energía cinética inicial K_i es igual a la energía cinética final K_f .*

En otra categoría de colisión, que llamamos *inelástica*, la energía aparece en otras formas, y las energías cinéticas inicial y final no son iguales. En ciertos casos $K_i > K_f$, como, por ejemplo, cuando la energía cinética inicial se convierte en energía interna de los productos, mientras que en otros casos $K_i < K_f$, como cuando la energía interna almacenada en las partículas al chocar se libera. En una colisión inelástica la energía mecánica $U + K$ no se conserva, pero la energía total sí (véase la sección 8-6). Cuando los cuerpos que chocan son simples, tales como átomos o moléculas, a menudo podemos tener en cuenta directamente la diferencia entre K_i y K_f en función de los estados conocidos de la energía interna discreta del sistema. En sistemas más complejos, tal como cuando chocan dos automóviles, vemos a la diferencia simplemente como energía cinética "perdida" o "ganada".

Todas las colisiones entre objetos reales son hasta cierto punto inelásticas. Cuando los objetos son muy rígidos, tales como las bolas de billar, podemos a menudo tratar a la colisión como aproximadamente elástica. En este caso, la energía que cambia de cinética a otras formas (como la onda de sonido que se escucha al chocar las bolas) es despreciable comparada con la energía cinética. Nótese que la clasificación de una colisión como elástica o inelástica es independiente del marco de referencia desde el que se vea la colisión.

Cuando los dos cuerpos se pegan después de la colisión, se dice que la colisión es *completamente inelástica*. Por ejemplo, la colisión entre una bala y un bloque de madera al que se le dispara es completamente inelástica cuando la bala permanece empotrada en el bloque. El término "completamente inelástica" no significa necesariamente que toda la energía inicial se pierde; como veremos, significa más bien que la pérdida es tan grande como puede serlo, en consonancia con la conservación del ímpetu.

Aun cuando no se conozcan las fuerzas de colisión, podemos obtener los movimientos de las partículas después de la colisión a partir de los movimientos antes de la colisión, siempre y cuando la colisión sea completamente inelástica o, si la colisión es elástica, que la colisión tenga lugar en una dimensión. En una colisión unidimensional el movimiento relativo después de la colisión está a lo largo de la misma línea que el movimiento relativo antes de la colisión. Por el ímpetu nos limitaremos al movimiento unidimensional

Colisiones elásticas

Consideremos primero una colisión elástica unidimensional. Imaginemos a dos objetos (podrían ser unos deslizadores en un riel de aire) que se mueven inicialmente a lo largo de la línea que une a sus centros, luego chocan de frente y se mueven a lo largo de la misma línea recta después de la colisión (véase la Fig. 10). Estos cuerpos ejercen fuerzas

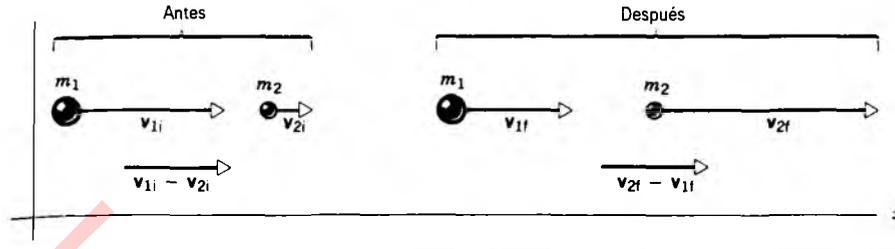


Figura 10 Dos partículas antes y después de una colisión elástica. Nótese que las velocidades relativas antes y después son iguales.

entre sí durante la colisión que están a lo largo de la línea de movimiento inicial, de modo que el movimiento final está también a lo largo de la misma línea.

Las masas de las partículas en colisión son m_1 y m_2 , siendo las componentes de la velocidad v_{1i} y v_{2i} antes de la colisión y v_{1f} y v_{2f} después de la colisión. [En nuestra notación, los subíndices numéricos 1 y 2 especifican la partícula, mientras que los subíndices i y f se refieren, respectivamente, a los valores iniciales (antes de la colisión) y a los valores finales (después de la colisión).] Tomamos la dirección positiva del ímpetu y la velocidad hacia la derecha en la figura 10. Suponemos, a no ser que especifiquemos lo contrario, que las velocidades de las partículas en colisión sean lo suficientemente bajas como para que no necesitemos emplear las expresiones relativistas del ímpetu y de la energía cinética. Entonces, según la conservación del ímpetu, obtenemos

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}. \quad (10)$$

Puesto que estamos considerando una colisión elástica, la energía cinética se conserva por definición, y obtenemos, al ser $K_i = K_f$,

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2. \quad (11)$$

Si conocemos las masas y las velocidades iniciales, podemos calcular las dos velocidades finales (incógnitas) v_{1f} y v_{2f} a partir de estas dos ecuaciones.

La ecuación del ímpetu puede ser escrita así:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}), \quad (12)$$

y la ecuación de la energía puede escribirse como:

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2). \quad (13)$$

Dividiendo la ecuación 13 entre la ecuación 12, y suponiendo que $v_{2f} \neq v_{2i}$, y que $v_{1f} \neq v_{1i}$ (véase la pregunta 15), obtenemos

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

y, después de un reordenamiento,

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}). \quad (14)$$

Esto nos dice que, en una colisión unidimensional elástica, la velocidad relativa de acercamiento antes de la colisión es igual y opuesta a la velocidad relativa de separación después de la colisión, sin importar cuáles puedan ser las masas de las partículas en colisión.

Para obtener las componentes de la velocidad v_{1f} y v_{2f} después de la colisión a partir de las componentes de la velocidad v_{1i} y v_{2i} antes de la colisión, combinamos las ecuaciones 12 y 14 para eliminar a v_{2f} y resolver para v_{1f} :

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}. \quad (15)$$

Similarmente, eliminamos a v_{1f} y resolvemos para v_{2f} :

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}. \quad (16)$$

Las ecuaciones 15 y 16, que se cumplen en todos los marcos de referencia inerciales, son resultados generales que nos permiten obtener las velocidades finales en cualquier colisión elástica unidimensional. Estas ecuaciones las simplificamos a menudo eligiendo un marco en el que la partícula blanco (digamos, m_2) está inicialmente en reposo, permitiéndonos así poner $v_{2i} = 0$ en las ecuaciones 15 y 16. Pasemos ahora a estudiar ciertos casos especiales de interés.

1. Masas iguales. Cuando las partículas en colisión tienen masas iguales ($m_1 = m_2$), las ecuaciones 15 y 16 se transforman simplemente en

$$v_{1f} = v_{2i} \quad \text{y} \quad v_{2f} = v_{1i}. \quad (17)$$

Esto es, las partículas intercambian velocidades: la velocidad final de una partícula es igual a la velocidad inicial de la otra.

2. Partícula blanco en reposo. Otro caso de interés es cuando la partícula m_2 está inicialmente en reposo. Entonces $v_{2i} = 0$ y

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} \quad \text{y} \quad v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}. \quad (18)$$

Combinando este caso especial con el anterior (esto es, una colisión entre partículas de igual masa, donde una está

inicialmente en reposo), vemos que la primera partícula es "detenida en seco" y la segunda "sale" con la velocidad que tenía la primera originalmente. A menudo es posible observar este efecto en las colisiones de las bolas de billar que no giran.

3. *Blanco masivo.* Si $m_2 \gg m_1$, entonces las ecuaciones 15 y 16 se reducen a

$$v_{1f} \approx -v_{1i} + 2v_{2i} \quad \text{y} \quad v_{2f} \approx v_{2i}. \quad (19)$$

Cuando la partícula de gran masa se mueve lentamente o está en reposo, entonces

$$v_{1f} \approx -v_{1i} \quad \text{y} \quad v_{2f} \approx 0. \quad (20)$$

Esto es, cuando un proyectil liviano choca contra otro de masa mucho mayor que está en reposo, la velocidad de la partícula menos pesada se invierte aproximadamente, y la partícula de más masa permanece aproximadamente en reposo. Por ejemplo, una pelota que se deje caer desde una altura h rebota del suelo después de la colisión con velocidad invertida y, si la colisión fuese perfectamente elástica y no hubiese resistencia del aire, llegaría a la misma altura h . De manera similar, un electrón rebota de un átomo (con masa relativa) en una colisión de frente y su movimiento se invierte, mientras que el átomo blanco no resulta en esencia afectado por la colisión.

4. *Proyectil masivo.* Cuando $m_1 \gg m_2$, las ecuaciones 15 y 16 se convierten en

$$v_{1f} \approx v_{1i} \quad \text{y} \quad v_{2f} \approx 2v_{1i} - v_{2i}. \quad (21)$$

Si la partícula blanco de menor peso está inicialmente en reposo (o se mueve mucho más lentamente que m_1), entonces, después de la colisión la partícula blanco se mueve al doble de la velocidad de m_1 . El movimiento de m_1 no se ve casi afectado por la colisión con el blanco más ligero.

En la dispersión de la partícula alfa (Fig. 2), la partícula alfa incidente (cuya masa es de alrededor de 8000 veces la masa del electrón) no resulta en esencial afectada por las colisiones con los electrones de los átomos blanco (como lo indican las muchas trayectorias en línea recta de la Fig. 2). La partícula alfa se desvía solamente en los raros encuentros con el núcleo masivo de un átomo blanco.

Colisiones inelásticas

Consideraremos ahora las colisiones inelásticas, en las que, por definición, la energía cinética no se conserva, aunque por supuesto, la conservación del ímpetu siempre se cumple. La conservación de la energía total se cumple también, pero la inclusión de formas de energía diferentes a la cinética añade más términos a la ecuación 11 y, a no

ser que podamos especificar exactamente las transferencias de energía (por ejemplo, cuánta energía interna se convierte en cinética), ya no tenemos un sistema de ecuaciones que pueda resolverse.

En un caso inelástico especial, el de la colisión completamente inelástica, el resultado final puede obtenerse a partir de los valores iniciales solamente. En este caso, las partículas se quedan pegadas y se mueven a una velocidad común v_f después de la colisión. Entonces existe solamente una incógnita, y la ecuación del ímpetu sola (Ec. 10) es suficiente. Reemplazando tanto v_{1f} como v_{2f} en esa ecuación por la velocidad común v_f nos conduce a

$$v_f = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}. \quad (22)$$

Cuando m_2 está inicialmente en reposo, ésta se reduce a

$$v_f = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}. \quad (23)$$

La velocidad de m_1 se "reduce" por la razón de masas $m_1/(m_1 + m_2)$. Cuanto más grande sea m_1 , más rápido se moverá la combinación; cuanto más pequeña sea m_1 , más lentamente se moverá.

La ecuación 22 puede aplicarse igualmente bien en sentido inverso. Esto es, una partícula de masa M que se mueva a velocidad v_f se divide en dos partículas, una de masa m_1 que se mueve a velocidad v_{1i} y otra de masa $m_2 (= M - m_1)$ que se mueve en dirección opuesta a velocidad v_{2i} . Este resultado se aplica aun cuando la explosión pudiera impartir una energía cinética considerable a las dos partículas. En el caso especial en que $v_f = 0$ (la partícula inicial está en reposo), tendremos que $v_{1i}/v_{2i} = -m_2/m_1$. La partícula de mayor masa tiene la velocidad menor, como lo esperaríamos con objeto de hacer que el ímpetu total sea cero, y las dos partículas se mueven en direcciones opuestas. En la sección 10-7 se consideran las aplicaciones de este principio a los procesos de desintegración espontánea.

Problema muestra 2 (a) ¿En qué fracción decrece la energía cinética de un neutrón (masa m_n) en una colisión elástica frontal con un núcleo atómico (masa m_c) inicialmente en reposo? (b) Halle la disminución fraccionaria de la energía cinética de un neutrón cuando choca de igual modo con un núcleo de plomo, un núcleo de carbono, y un núcleo de hidrógeno. La razón de la masa del núcleo a la masa del neutrón ($= m_c/m_n$) es 206 para el plomo, 12 para el carbono, y 1 para el hidrógeno.

Solución (a) La energía cinética inicial K_i del neutrón, suponiendo que sea no relativista, es $\frac{1}{2}m_n v_{1i}^2$. Su energía cinética final K_f es $\frac{1}{2}m_n v_{1f}^2$. La disminución fraccionaria de la energía cinética es

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{v_{1i}^2 - v_{1f}^2}{v_{1i}^2} = 1 - \frac{v_{1f}^2}{v_{1i}^2}$$

Pero, para una colisión tal (véase la Ec. 18),

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i},$$

de modo que

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

(b) Para el plomo, siendo $m_2 = 206m_1$,

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{4m_1(206m_1)}{(207m_1)^2} = 0.02 = 2\%.$$

Para el carbono, siendo $m_2 = 12m_1$,

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{4m_1(12m_1)}{(13m_1)^2} = 0.28 = 28\%.$$

Para el hidrógeno, siendo $m_2 = m_1$,

$$\frac{K_i - K_f}{K_i} = \frac{4m_1(m_1)}{(2m_1)^2} = 1 = 100\%.$$

Estos resultados explican por qué un material como la parafina, con su alto contenido de hidrógeno, es mucho más eficaz para decelerar los neutrones de lo que lo es un material pesado, como el plomo. Sin embargo, obsérvese que las colisiones no siempre son "frontales" como lo hemos supuesto a lo largo de toda esta sección. Aunque un neutrón no perderá toda su energía en una colisión oblicua más típica contra el hidrógeno en reposo, todavía perderá energía mucho más eficientemente en materiales hidrogenados de lo que lo hará en el caso del carbono o del plomo.

La fisión del uranio en un reactor produce neutrones con energías cinéticas relativamente grandes, en la región de MeV. Para que se produzca una reacción en cadena, estos neutrones deben ser empleados para iniciar otros eventos de fisión, pero la probabilidad de que un neutrón cause una fisión disminuye rápidamente al crecer la energía cinética del neutrón. Por lo tanto es necesario decelerar o moderar a los neutrones hasta que su energía esté en la región de eV, donde la probabilidad de la fisión es de casi tres órdenes mayor. El cálculo anterior, aunque quizás muy simplificado, demuestra que un material rico en hidrógeno, tal como el agua o la parafina, sería una buena elección como moderador.

Problema muestra 3 Un péndulo balístico (Fig. 11) es un dispositivo que se empleaba para medir la velocidad de las balas antes de que se dispusiera de dispositivos electrónicos para medir el tiempo. Consta de un gran bloque de madera de masa M , colgado de dos pares largos de cuerdas. Se dispara una bala de masa m contra el bloque, dentro del cual llega rápidamente al reposo. La combinación bloque + bala oscila, elevándose su centro de masa a una distancia vertical h antes de que el péndulo llegue momentáneamente al reposo en el extremo de su arco. Tome la masa del bloque como $M = 5.4 \text{ kg}$ y la masa de la bala como $m = 9.5 \text{ g}$. (a) ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala si el bloque se eleva a una altura de $h = 6.3 \text{ cm}$? (b) ¿Cuál es la energía cinética inicial de la bala? ¿Cuánta de esta energía permanece como energía mecánica del péndulo al oscilar?

Solución (a) Cuando la bala choca contra el bloque tenemos, por la conservación del ímpetu en la dirección horizontal,

$$mv = (M + m)V,$$

donde v es la velocidad de la bala antes del impacto y V es la velocidad de la combinación después del impacto. Aunque

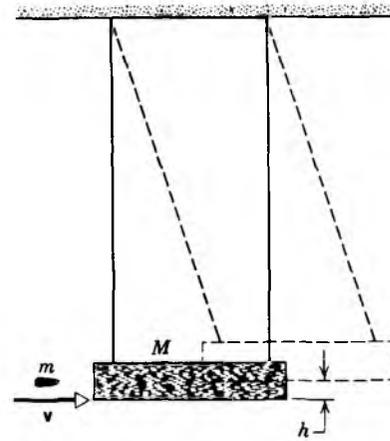


Figura 11 Problema muestra 3. Un péndulo balístico es utilizado para medir la velocidad de una bala.

la energía mecánica ciertamente *no* se conserva durante la colisión de la bala con el bloque, *sí* se conserva en el péndulo al oscilar después del impacto. La energía cinética del sistema cuando el bloque está en el fondo de su arco debe, entonces, ser igual a la energía potencial del sistema cuando el bloque está en la parte superior, o sea

$$\frac{1}{2}(M + m)V^2 = (M + m)gh.$$

Eliminando a V entre estas dos ecuaciones llegamos a

$$v = \left(\frac{M + m}{m} \right) \sqrt{2gh} = \left(\frac{5.4 \text{ kg} + 0.0095 \text{ kg}}{0.0095 \text{ kg}} \right) \sqrt{(2)(9.8 \text{ m/s}^2)(0.063 \text{ m})} = 630 \text{ m/s}.$$

Podemos ver al péndulo balístico como una clase de transformador, intercambiando la alta velocidad de un objeto ligero (la bala) con la baja velocidad y, por lo tanto más fácilmente medible, de un objeto masivo (el bloque).

(b) La energía cinética de la bala es

$$K_b = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.0095 \text{ kg})(630 \text{ m/s})^2 = 1900 \text{ J}.$$

La energía mecánica del péndulo al oscilar es igual a su energía potencial cuando el bloque está en la parte más alta de su oscilación, o sea

$$E = (M + m)gh = (5.4 \text{ kg} + 0.0095 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.063 \text{ m}) = 3.3 \text{ J}.$$

Entonces solamente 3.3/1900, o sea 0.2% de la energía cinética original de la bala se transfiere a energía mecánica del péndulo. El resto se almacena dentro del bloque del péndulo como energía interna o se transfiere al entorno, por ejemplo como ondas de calor o de sonido.

10-5 COLISIONES BIDIMENSIONALES

Si dos partículas colisionan de una manera diferente a la frontal, las partículas pueden moverse en direcciones que

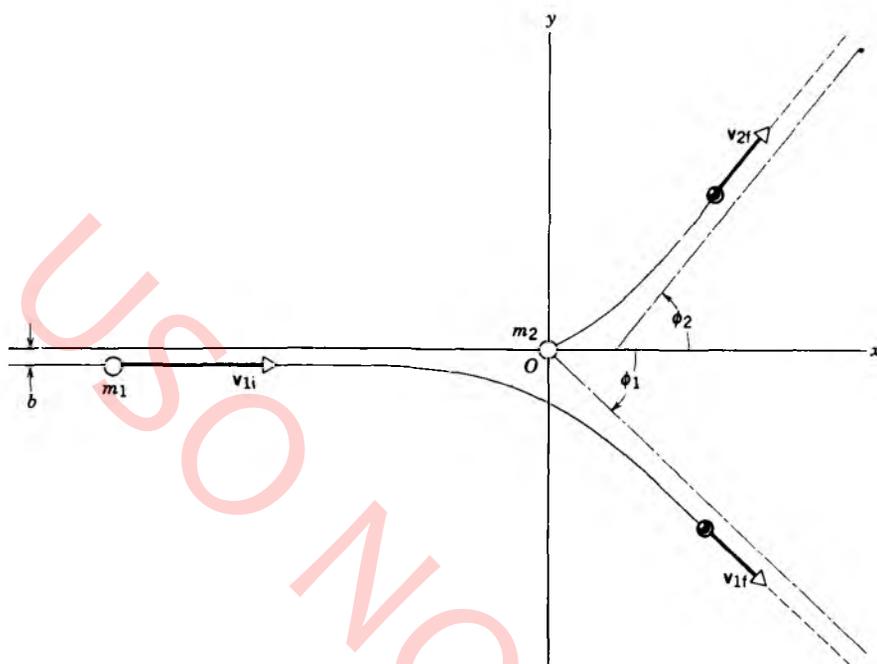


Figura 12 Dos partículas en colisión. Los círculos abiertos indican sus posiciones antes de la colisión y los círculos llenos, señalan cuáles son éstas después de la colisión. Inicialmente, la partícula 2 está en reposo. El parámetro b de impacto es la distancia por la cual la colisión deja de ser frontal.

no coincidan con las direcciones del movimiento original. La figura 12 muestra la geometría de una de estas colisiones. Hemos elegido a nuestro sistema de coordenadas de modo que p_1 tenga sólo una componente x , simplificando así el cálculo un poco. Se supone que la partícula blanco m_2 está en reposo. La distancia b entre la línea del movimiento de la partícula incidente y una línea paralela que pase por m_2 se llama *parámetro del impacto*. Una colisión frontal corresponde a $b = 0$, y valores más grandes de b indican una colisión más oblicua. La figura podría representar las trayectorias de dos núcleos que colisionan a causa de sus respectivas fuerzas electrostáticas de repulsión; la fuerza depende inversamente del cuadrado de la distancia entre los núcleos, los cuales no necesitan en realidad estar en contacto para la colisión. Para distancias suficientemente grandes la fuerza se hace pequeña, y las partículas se mueven en línea recta sin resultar en esencia afectadas por la fuerza.

Independientemente de la fuerza que actúe entre las partículas, el ímpetu debe conservarse. La fuerza entre las partículas es una fuerza interna, que no puede cambiar el ímpetu total del sistema de dos partículas. Además, puesto que el ímpetu es un vector, sabemos que las componentes x y las componentes y nos darán dos ecuaciones escalares independientes. Para las componentes x , el ímpetu inicial es $m_1 v_{1i}$ a lo largo del eje x , y el ímpetu final total es la suma de las componentes x de los ímpetus finales de las dos partículas:

$$p_{ix} = p_{fx}$$

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos \phi_1 + m_2 v_{2f} \cos \phi_2. \quad (24)$$

Aquí tenemos en cuenta las direcciones de v_{1f} y de v_{2f} a través de los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 , respectivamente; así en la ecuación 24, v_{1f} y v_{2f} indican las *magnitudes* de las velocidades y son siempre positivas. Esto contrasta con las ecuaciones 15 y 16 o con la ecuación 22, las cuales manejaban las *componentes* de la velocidad que podían ser positivas o negativas.

El ímpetu y inicial es cero (gracias a que elegimos para simplificar, los ejes de coordenadas), y el ímpetu y final es la diferencia entre el de cada una de las partículas (hemos elegido ϕ_1 y a ϕ_2 en los lados opuestos del eje x , de modo que la suma de las componentes y dé por resultado una diferencia algebraica):

$$p_{iy} = p_{fy}$$

$$0 = m_1 v_{1f} \sin \phi_1 - m_2 v_{2f} \sin \phi_2. \quad (25)$$

Si la colisión es elástica, se cumple el resultado usual para la conservación de la energía. Igualando las energías cinéticas inicial y final tenemos

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2. \quad (26)$$

Dadas las condiciones iniciales (m_1 , m_2 , y v_{1i}), en las Ecs. 24 a 26 existen cuatro incógnitas (v_{1f} , v_{2f} , ϕ_1 , ϕ_2), pero sólo tres ecuaciones las relacionan. No existe una solución única para tal sistema indeterminado de ecuaciones; de hecho, existe un número infinito de soluciones. Para obtener una solución única, debemos contar con una limitación o restricción adicional. Por ejemplo, podemos decidirnos por observar la partícula 1 en un ángulo ϕ_1 determinado, como en el problema muestra 4. Una vez hayamos hecho esa elección, las tres ecuaciones pueden resolverse para las tres incógnitas restantes.

Problema muestra 4 Una molécula de gas con una velocidad de 322 m/s choca elásticamente con otra molécula de la misma masa inicialmente en reposo. Después de la colisión la primera molécula se mueve formando un ángulo de 30° con su dirección inicial. Halle la velocidad de cada molécula después de la colisión y el ángulo formado con la dirección incidente de la molécula blanco que recula.

Solución Este ejemplo corresponde exactamente a las ecuaciones 24 a 26, siendo $m_1 = m_2$, $v_{1i} = 322$ m/s, y $\phi = 30^\circ$. Haciendo que m_1 sea igual a m_2 , tenemos las relaciones

$$v_{1i} = v_{1f} \cos \phi_1 + v_{2f} \cos \phi_2, \quad (27)$$

$$v_{1f} \sin \phi_1 = v_{2f} \sin \phi_2, \quad (28)$$

y

$$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2. \quad (29)$$

Debemos de resolver para v_{1f} , v_{2f} , y ϕ_2 . Para hacerlo, primero eliminamos a ϕ_2 elevando al cuadrado la ecuación 27 (reescribiéndola como $v_{1i} - v_{1f} \cos \phi_1 = v_{2f} \cos \phi_2$), y la sumamos al cuadrado de la ecuación 28. Observando que $\sin^2 \phi_2 + \cos^2 \phi_2 = 1$, obtenemos

$$v_{1i}^2 + v_{1f}^2 - 2v_{1i}v_{1f} \cos \phi_1 = v_{2f}^2.$$

Combinando ésta con la ecuación 29, obtenemos (siempre que $v_{1f} \neq 0$)

$$v_{1f} = v_{1i} \cos \phi_1 = (322 \text{ m/s})(\cos 30^\circ) = 279 \text{ m/s}.$$

De la ecuación 29

$$v_{2f}^2 = v_{1i}^2 - v_{1f}^2 = (322 \text{ m/s})^2 - (279 \text{ m/s})^2,$$

o sea,

$$v_{2f} = 161 \text{ m/s}.$$

Por último, de la ecuación 28

$$\begin{aligned} \sin \phi_2 &= \frac{v_{1f}}{v_{2f}} \sin \phi_1 \\ &= \frac{279 \text{ m/s}}{161 \text{ m/s}} \sin 30^\circ = 0.866 \end{aligned}$$

o

$$\phi_2 = 60^\circ.$$

Las dos moléculas se apartan en ángulos rectos ($\phi_1 + \phi_2 = 90^\circ$ en la Fig. 12).

Debería ser para nosotros posible demostrar que, en una colisión elástica entre partículas de igual masa, una de las cuales esté inicialmente en reposo, las partículas, que reculan se desvían siempre en ángulos rectos entre sí. La figura 13 muestra una serie de cuatro colisiones elásticas sucesivas entre protones provocadas cuando un protón de energía elevada entra en una cámara de burbujas llena de hidrógeno líquido, el cual suministra los protones blanco. El rastro de las partículas se hace visible por a huella de burbujas dejada en su camino. Puesto que las partículas en interacción son de igual masa y las colisiones son elásticas, las partículas reculan formando ángulos rectos entre sí; esto se hace evidente cuando el rastro representado en la figura 13 se ve estereoscópicamente. Véase la figura 2 para otro ejemplo.

Colisiones inelásticas en dos dimensiones

Si la colisión es inelástica, la ecuación 26 ya no tiene aplicación. A menudo podemos sustituirla por una expres-

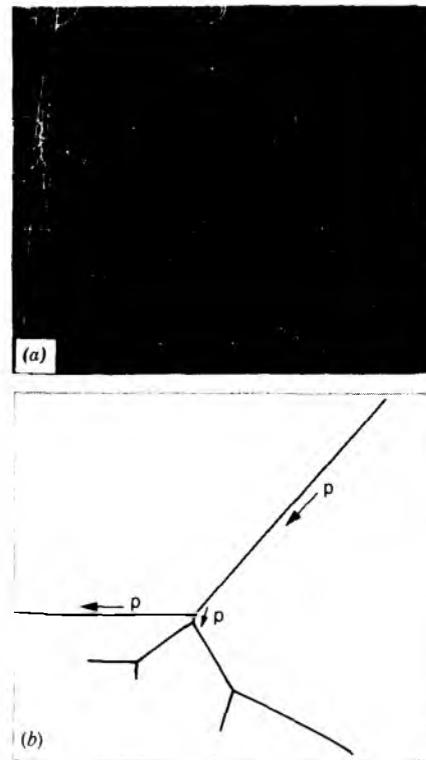


Figura 13 (a) Cuatro colisiones protón-protón en una cámara de burbujas. (b) Una representación esquemática de las trayectorias de los protones. El protón original entra por la esquina superior derecha. El rastro no está completo en el plano de la fotografía, y una visión estereoscópica muestra que el ángulo entre el protón incidente y el protón saliente en cada colisión es de 90°, como se esperaba. Los demás rastros que se ven en la foto son causados por mesones (curvaturas suaves) y por electrones (espirales cerradas).

sión equivalente que tenga en cuenta la energía convertida a (o a partir de) energía cinética y que, por lo tanto, arroje una relación entre las energías cinéticas inicial y final.

Una colisión en dos dimensiones *completamente* inelástica debe comenzar con ambos cuerpos en movimiento. (¿Por qué?) De nuevo, hacemos que el movimiento de un cuerpo defina al eje x , y disponemos la colisión de modo que los dos cuerpos se encuentren y se adhieran entre sí en el origen. El objeto final se mueve entonces en la dirección ϕ_f a una velocidad v_f (Fig. 14). La conservación del ímpetu para las componentes x y y da lo siguiente:

$$\text{componente } x: m_1v_1 + m_2v_2 \cos \phi_2 = Mv_f \cos \phi_f, \quad (30)$$

$$\text{componente } y: m_2v_2 \sin \phi_2 = Mv_f \sin \phi_f. \quad (31)$$

Aquí $M = m_1 + m_2$ es la masa total de la combinación después de la colisión. Puesto que la combinación se mueve a una velocidad común (en magnitud y en direc-

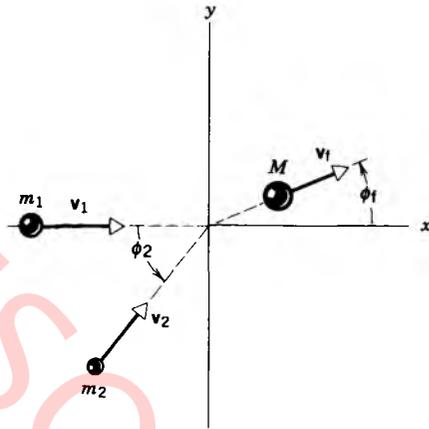


Figura 14 Una colisión completamente inelástica en dos dimensiones. Las partículas con masas m_1 y m_2 colisionan para formar la partícula combinada de masa M .

ción), las cuatro incógnitas del caso elástico se reducen a dos: v_f y ϕ_f . Las dos ecuaciones (Ecs. 30 y 31) son suficientes para una solución única.

Problema muestra 5 Dos patinadores chocan y se abrazan en una colisión completamente inelástica. Esto es, se quedan unidos después del impacto, como lo sugiere la figura 15. Alfredo, cuya masa m_A es de 83 kg, se mueve originalmente hacia el este a una velocidad de $v_A = 6.4$ km/h. Bárbara, cuya masa m_B es de 55 kg, se mueve originalmente hacia el norte a una velocidad de $v_B = 8.8$ km/h. (a) ¿Cuál es la velocidad V de la pareja después del impacto? (b) ¿Cuál es el cambio fraccional en la energía cinética de los patinadores a causa de la colisión?

Solución (a) El ímpetu se conserva en la colisión. Podemos escribir, para las componentes de los dos ímpetus:

$$\text{componente } x: \quad m_A v_A = MV \cos \phi, \quad (32)$$

$$\text{componente } y: \quad m_B v_B = MV \sin \phi, \quad (33)$$

donde $M = m_A + m_B$. Dividiendo la ecuación 33 entre la ecuación 32 nos da

$$\tan \phi = \frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \frac{(55 \text{ kg})(8.8 \text{ km/h})}{(83 \text{ kg})(6.4 \text{ km/h})} = 0.911.$$

Entonces

$$\phi = \tan^{-1} 0.911 = 42.3^\circ.$$

De la ecuación 33 tenemos entonces que

$$V = \frac{m_B v_B}{M \sin \phi} = \frac{(55 \text{ kg})(8.8 \text{ km/h})}{(83 \text{ kg} + 55 \text{ kg})(\sin 42.3^\circ)} = 5.21 \text{ km/h}.$$

(b) La energía cinética inicial es

$$\begin{aligned} K_i &= \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \\ &= \frac{1}{2} (83 \text{ kg})(6.4 \text{ km/h})^2 + \frac{1}{2} (55 \text{ kg})(8.8 \text{ km/h})^2 \\ &= 3830 \text{ kg} \cdot \text{km}^2/\text{h}^2. \end{aligned}$$

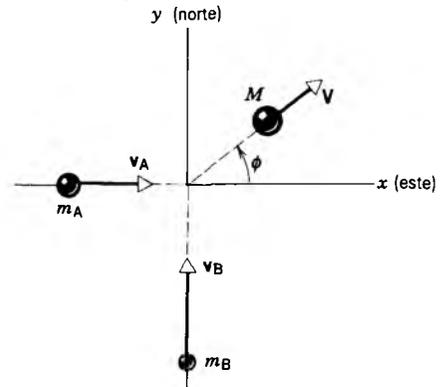


Figura 15 Problema muestra 5. Dos patinadores, Alfredo (A) y Bárbara (B), sufren una colisión completamente inelástica. Después de ello, se mueven juntos en una dirección dada por el ángulo ϕ .

La energía cinética final es

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2} M V^2 \\ &= \frac{1}{2} (83 \text{ kg} + 55 \text{ kg})(5.21 \text{ km/h})^2 \\ &= 1870 \text{ kg} \cdot \text{km}^2/\text{h}^2. \end{aligned}$$

La fracción que buscamos es, entonces,

$$f = \frac{K_f - K_i}{K_i} = \frac{1870 \text{ kg} \cdot \text{km}^2/\text{h}^2 - 3830 \text{ kg} \cdot \text{km}^2/\text{h}^2}{3830 \text{ kg} \cdot \text{km}^2/\text{h}^2} = -0.51.$$

Así, el 51% de la energía cinética inicial se pierde en la colisión. Debe dispersarse en alguna forma, o, en su lugar, como energía interna de la pareja de patinadores.

10-6 MARCO DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASA

Cuando se llevan a cabo experimentos de colisiones en la práctica, las mediciones se hacen naturalmente en un marco de referencia fijo en el laboratorio (el *marco del laboratorio*). Muy a menudo, tales experimentos consisten en el disparo de un proyectil disparado a un blanco que está en reposo en el laboratorio. En muchos experimentos de la física de partículas, por el contrario, dos partículas de igual masa y velocidad (dos protones, quizá, o dos electrones) se disparan directamente una contra la otra. Sin importar cómo se lleve a cabo el experimento, a menudo el análisis es más fácil y la comprensión física se aclara si vemos a la colisión desde un marco de referencia ligado al centro de masa de las partículas en colisión (el *marco del centro de masa*).

Por ejemplo, consideremos el caso sencillo de una colisión elástica unidimensional (de frente) entre dos partículas idénticas. Si una partícula (el blanco) está fija en

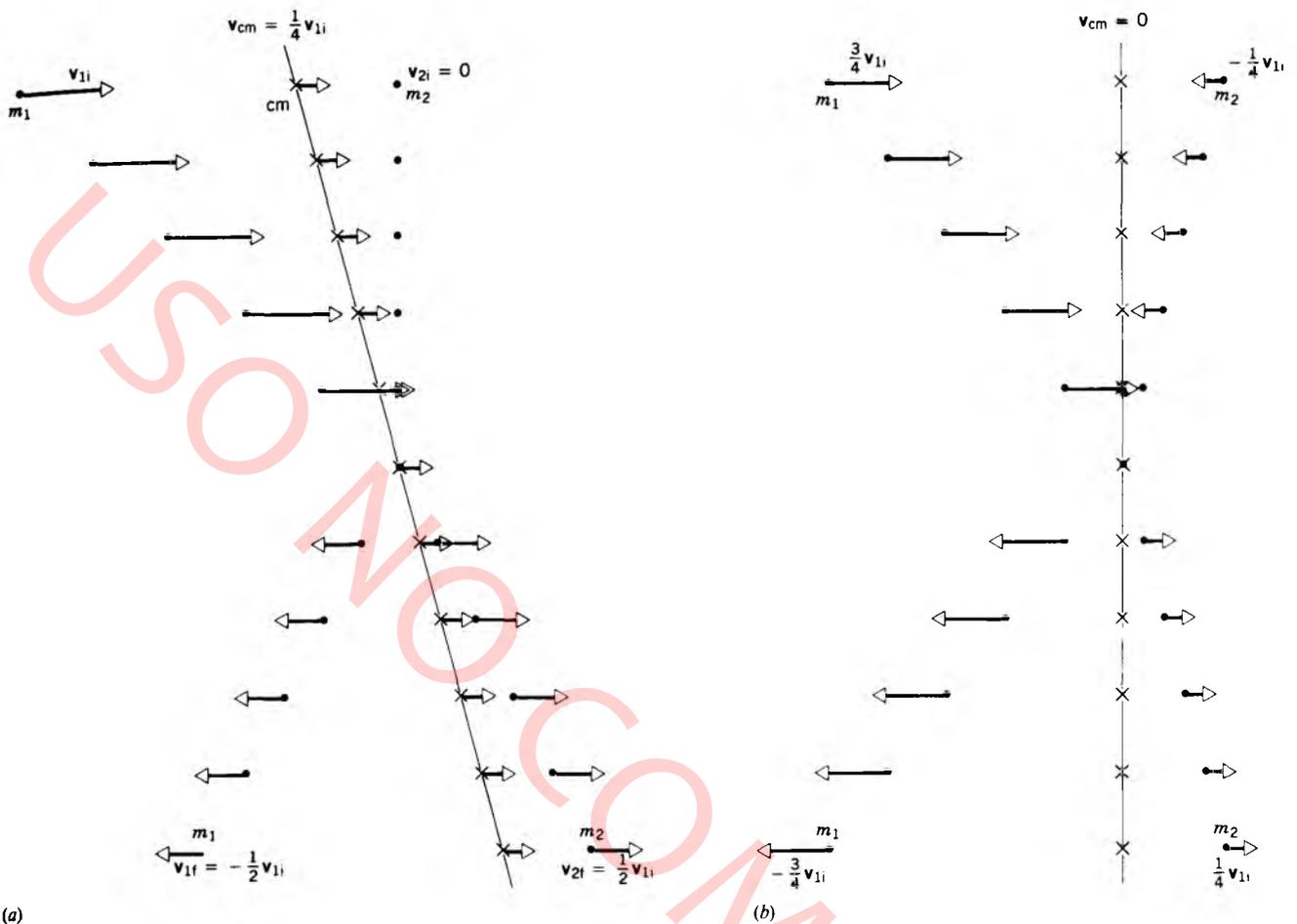


Figura 16 Una serie de “instantáneas” de dos partículas de masa m_1 y $m_2 = 3m_1$, que chocan elásticamente en una dimensión. El centro de masa de las dos partículas se indica por una X. (a) Marco de referencia del laboratorio. (b) Marco de referencia del centro de masa.

el laboratorio, la otra partícula (el proyectil, que inicialmente se mueve a velocidad v) se lleva al reposo, y la partícula blanco original se mueve hacia adelante a velocidad v . Sin embargo, en el marco del centro de masa, las dos partículas se aproximan entre sí antes de la colisión, cada una a velocidad $\frac{1}{2}v$, y retroceden ambas a la misma velocidad después de la colisión. Ya no existe diferencia entre el proyectil y el blanco, y la descripción del suceso es completamente simétrica en este marco de referencia.

La figura 16a muestra una serie de “instantáneas” de una colisión elástica entre una partícula de masa m_1 , inicialmente en movimiento, y una partícula estacionaria de masa $m_2 = 3m_1$. Puesto que sólo actúan fuerzas internas en la colisión, el movimiento del centro de masa, como se muestra en la figura 16a, no es afectado por la colisión. El centro de masa de m_1 y de m_2 , calculado a partir de la ecuación 4 del capítulo 9, se mueve a la misma velocidad constante v_{cm} tanto antes como después de la colisión.

La velocidad del centro de masa se halla de la ecuación 5, del capítulo 9,

$$v_{cm} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}, \quad (34)$$

con $v_{2i} = 0$. Elaboremos ahora un diagrama de la misma colisión vista desde un marco de referencia que se mueva, respecto al laboratorio, a la velocidad v_{cm} . Éste es el marco de referencia del centro de masa. Las velocidades de m_1 y de m_2 en este marco pueden obtenerse de la ecuación 43 de la sección 4-6 para las transformaciones de velocidad entre marcos de referencia:

$$v = v' + u, \quad (35)$$

donde v es la velocidad medida en el marco del laboratorio, v' es la velocidad medida en el marco de referencia que se mueve respecto al laboratorio, y u es la velocidad

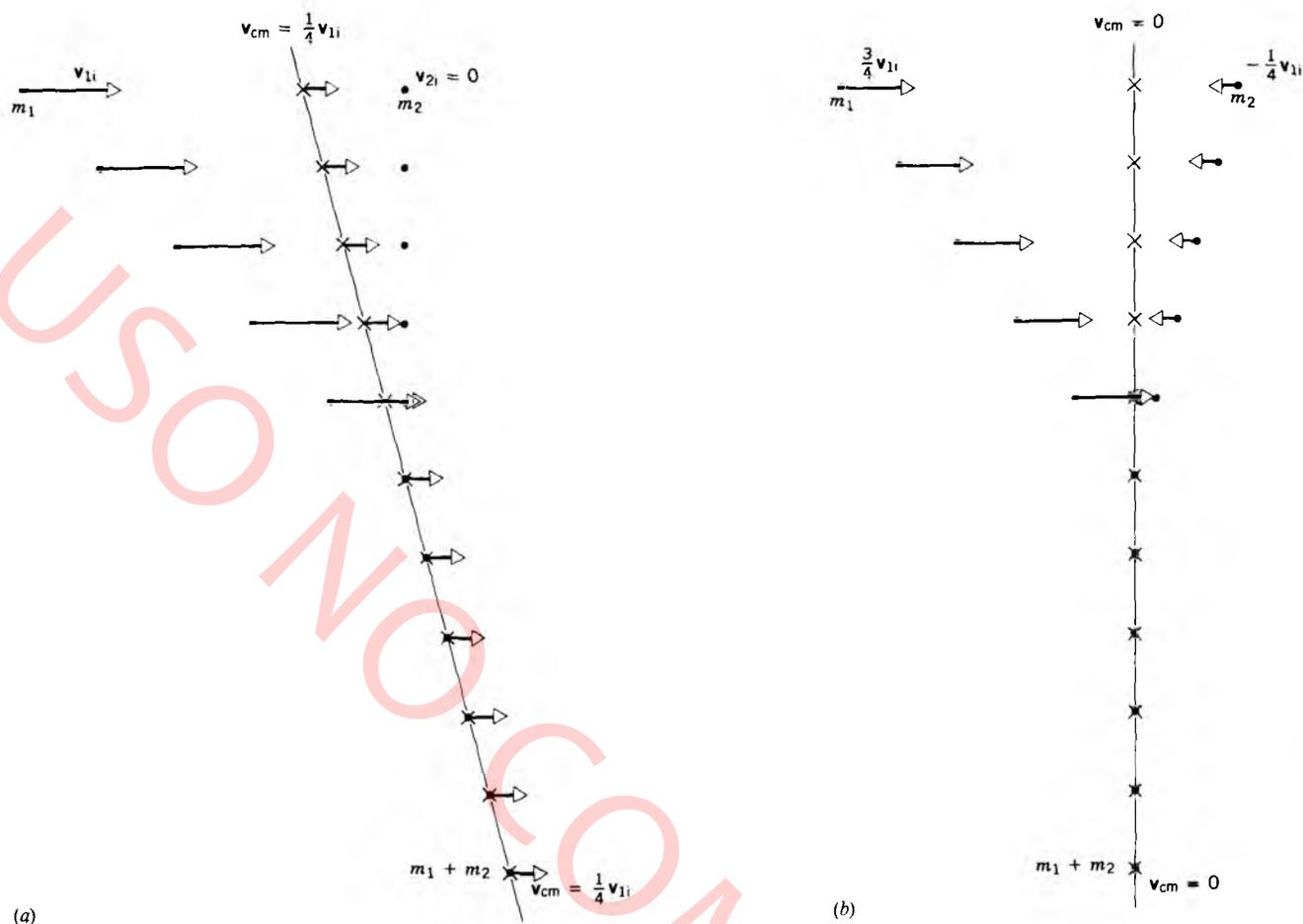


Figura 17 Serie de "instantáneas" de dos partículas de masas m_1 y $m_2 = 3m_1$ en choque completamente inelástico en una dimensión. (a) Marco de referencia del laboratorio. (b) Marco de referencia del centro de masa.

del marco que se mueve respecto al marco del laboratorio. En nuestro caso, el marco móvil es el marco del centro de masa y $u = v_{cm}$. Podemos entonces hallar las velocidades iniciales de m_1 y de m_2 en el marco móvil:

$$\begin{aligned} v'_{1i} &= v_{1i} - v_{cm} = v_{1i} - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \\ &= \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} v'_{2i} &= v_{2i} - v_{cm} = 0 - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \\ &= -\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}. \end{aligned} \quad (37)$$

Las velocidades finales en el marco del laboratorio están dadas en la ecuación 18, y éstas pueden también ser transformadas dentro del marco del centro de masa:

$$v'_{1f} = v_{1f} - v_{cm} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}$$

$$= -\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} v'_{2f} &= v_{2f} - v_{cm} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \\ &= \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}. \end{aligned} \quad (39)$$

Nótese la simetría de estos resultados. En el marco del centro de masa, las velocidades de m_1 y de m_2 simplemente invierten direcciones en la colisión, donde la velocidad de m_1 va desde $+m_2 v_{1i}/(m_1 + m_2)$ hasta $-m_1 v_{1i}/(m_1 + m_2)$, y la velocidad de m_2 va desde $-m_1 v_{1i}/(m_1 + m_2)$ hasta $+m_1 v_{1i}/(m_1 + m_2)$. En la figura 16b se muestra una serie de instantáneas de la colisión en el marco de referencia del centro de masa. En este marco de referencia especial, cada partícula lleva a cabo un movimiento similar a una pelota que rebota en una superficie dura; la otra partícula está allí precisamente para dar el impulso para la inversión del movimiento. Es también obvio en este marco de referencia que

cia que la energía cinética total permanece constante en la colisión. (De hecho, permanece constante para cada partícula por separado.) Contemplando la colisión desde esta perspectiva, adquirimos una visión nueva del significado de colisión "elástica".

Veamos ahora la colisión unidimensional completamente inelástica en el marco del centro de masa. De nuevo, suponemos que m_1 es la incidente sobre $m_2 (= 3m_1)$ en reposo en el laboratorio. Después de la colisión, existe una partícula compuesta de masa $M = m_1 + m_2$. La velocidad del centro de masa está, una vez más, dada por la ecuación 34. La secuencia de instantáneas de la figura 17a nos muestra la colisión en el marco del laboratorio; de nuevo, el centro de masa se mueve a la misma velocidad antes y después de la colisión.

Las velocidades iniciales de m_1 y m_2 se transforman exactamente de la misma manera que en el caso anterior y están dadas por las ecuaciones 36 y 37. La velocidad final del centro de masa de M después de la colisión puede hallarse al transformar el resultado general para v_f en el marco del laboratorio, ecuación 23:

$$v_f' = v_f - v_{cm} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} = 0.$$

Por supuesto que este resultado no debería sorprendernos en absoluto. La masa combinada M está siempre en el centro de masa, puesto que contiene toda la masa del sistema después de la colisión. En el marco del laborato-

rio, M debe moverse a la velocidad del centro de masa, y al comparar las ecuaciones 23 y 34 vemos que realmente lo hace. En un marco de referencia en el cual el centro de masa esté en reposo, M debe estar también en reposo.

En el marco del centro de masa (Fig. 17b) existe de nuevo una simetría: antes de la colisión, m_1 y m_2 se aproximan con ímpetus iguales y opuestos. Después de que chocan y se combinan, el ímpetu debe ser cero.

Existe otra propiedad interesante de la colisión completamente inelástica en el marco de referencia del centro de masa. En el marco del laboratorio, la energía cinética perdida (esto es, convertida a energía interna, energía de deformación, etc.) es siempre menos del 100%; por ejemplo, en una colisión entre dos partículas de igual masa, una de las cuales esté inicialmente en reposo, la pérdida de energía cinética es de 50%. En el marco del centro de masa, la pérdida es siempre del 100%, independientemente de los valores de m_1 y de m_2 . Cuando el propósito de la colisión de las partículas consiste en convertir energía cinética en otra forma, conviene no sólo analizar sino efectivamente realizar el experimento en el marco del centro de masa.

En los estudios de las propiedades de las partículas fundamentales de la naturaleza, el objetivo suele con frecuencia ser el de aplastar las partículas con una energía elevada para producir nuevas y exóticas variedades de partículas de masas mayores; en este caso, la energía cinética se transforma en la colisión en energía en reposo



Figura 18 El acelerador de electrones de 2 millas de longitud del Stanford Linear Accelerator Center. Los electrones y los positrones son acelerados a lo largo de la sección recta. Las líneas punteadas muestran las trayectorias subterráneas de los electrones y de los positrones cuando se les hace colisionar en un laboratorio situado en la parte inferior de la foto. Véase "The Stanford Linear Collider", por John R. Rees, *Scientific American*, octubre de 1989, pág. 58.

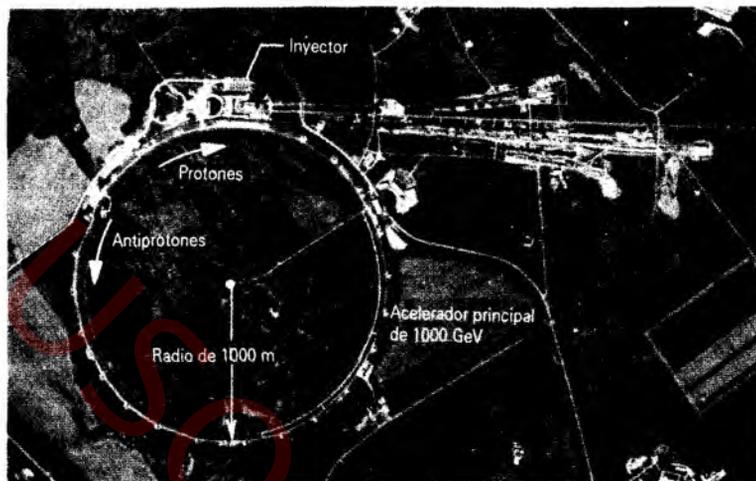


Figura 19 El Fermi National Accelerator Laboratory. Protones y antiprotones son inyectados desde el pequeño anillo, que puede verse en la parte superior de la foto, al anillo grande (de 1 km de radio). Circulan en direcciones opuestas y colisionan una vez en cada circuito.

mc^2 de las nuevas partículas. La energía disponible para formar nuevas partículas es precisamente la energía cinética “perdida” en la colisión inelástica; en el dominio de estas colisiones de alta energía, en que debemos usar las ecuaciones de la cinemática relativista, aprendemos que la energía cinética inicial de laboratorio requerida para producir nuevas partículas aumenta con el cuadrado de la energía en reposo de la partícula que esperamos producir. Esto es, para producir una partícula que contenga el décuplo de la energía en reposo se requiere el céntuplo de la energía cinética y, por lo tanto, un acelerador que sea 100 veces más grande y más costoso. Sin embargo, si pudiéramos hacer la colisión en el marco del centro de masa, entonces las partículas con el décuplo de energía en reposo pueden ser producidas con el décuplo (y no el céntuplo) de energía cinética, puesto que las colisiones son 100% eficientes en la conversión de la energía cinética.

La generación actual de aceleradores de partículas incluye muchos ejemplos de tales dispositivos para *haces en colisión*. En el Stanford Linear Accelerator Center (SLAC), de California, se llevan a cabo colisiones de haces de electrones y positrones (antielectrones) de 50 GeV cada una (Fig. 18), y en el Fermi National Accelerator Laboratory, de Illinois, circulan haces de protones y antiprotones de 1000 GeV (1 TeV) en un mismo anillo en direcciones opuestas intersecándose una vez en cada circuito (Fig. 19). Por supuesto, la reacción es la misma sin importar el marco de referencia desde el que se vean, pero la interpretación será diferente.

Hasta aquí hemos estudiado solamente las colisiones unidimensionales en el marco del centro de masa. La colisión elástica bidimensional adopta también una estructura más simétrica cuando se la ve desde el marco de referencia del centro de masa. De nuevo, consideramos que m_2 está inicialmente en reposo en el laboratorio. En este caso, no desarrollaremos el álgebra, que es un tanto más complicada que en el caso unidimensional; en cam-

bio, mostramos en la figura 20 una descripción gráfica de la colisión del centro de masa. Como en el caso unidimensional, la velocidad de cada partícula queda reflejada principalmente en la colisión. La única diferencia aquí consiste es que las dos partículas se mueven después de la colisión a lo largo de una línea que es, en general, diferente del eje de las velocidades iniciales. La simetría requiere que los ángulos formados por las velocidades finales con las velocidades incidentes sean los mismos para ambas partículas; cuando las transformamos de nuevo al marco del laboratorio, se convierten en los ángulos generalmente desiguales ϕ_1 y ϕ_2 de la figura 12.

10-7 PROCESOS DE DESINTEGRACIÓN ESPONTÁNEA (Opcional)

De más de las 2000 especies de núcleos atómicos que han sido identificadas hasta ahora, la mayoría son inestables y, tarde o temprano, eliminan toda o parte de la energía en exceso descomponiéndose en dos o más partes. La vida media de tales procesos de *desintegración radiactiva* varía desde miles de millones de años (por ejemplo, para el ^{238}U) hasta fracciones de segundo muy pequeñas. Todas estas desintegraciones ocurren *espontáneamente*. Esto es, en una muestra dada de material radiactivo que contenga un gran número (quizás 10^{20}) de núcleos, podemos calcular con precisión cuántos de ellos se desintegrarán durante cualquier intervalo de tiempo determinado, pero no hay manera alguna de predecir qué núcleo en particular se desintegrará.

Los átomos, como los que forman el gas en una lámpara fluorescente, pueden también existir en estados con exceso de energía y pueden consolidarse en una configuración estable emitiendo (de nuevo espontáneamente, para el caso de un átomo aislado) un cuanto de radiación. Las partículas elementales, formadas en colisiones protón-protón en un acelerador de alta energía, pueden también desintegrarse espontáneamente, transformándose en otras partículas (véase la Fig. 4). Las desintegraciones espontáneas de algunas de estas partículas ocurren en forma tan rápida (10^{-20} s para la partícula J/ψ , por ejemplo) que la única evidencia que tenemos de su existencia es la observa-

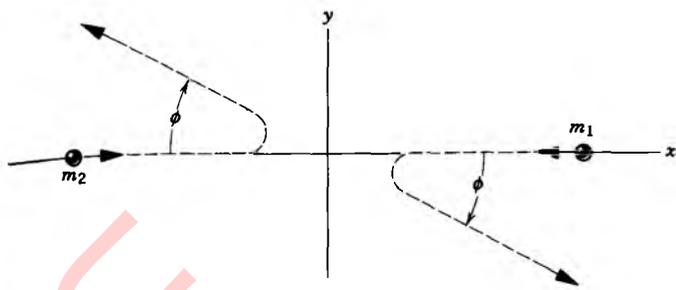
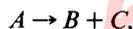


Figura 20 Colisión elástica bidimensional vista desde el marco de referencia del centro de masa. En este marco las partículas deben moverse en direcciones opuestas, de modo que cada una se desvíe según el mismo ángulo ϕ .

ción de los productos de la desintegración sometidos a condiciones que favorezcan la formación de la partícula.

En esta sección estudiaremos las desintegraciones espontáneas de la forma



donde A es la partícula que se desintegra y B y C son los productos de la desintegración. Solemos observar tales desintegraciones en el laboratorio desde un marco de referencia en el que A está en reposo. La desintegración $A \rightarrow B + C$ es, por lo tanto, simplemente la inversa de la colisión totalmente inelástica $B + C \rightarrow A$ vista desde el marco de referencia del centro de masa, como en la figura 17b. De hecho, nos formamos una buena imagen mental del proceso de desintegración haciendo que el tiempo vaya hacia atrás en la figura 17b; léase desde la parte inferior a la superior e inviértase la dirección de los vectores de velocidad.

En una colisión completamente inelástica, la energía cinética de las partículas en colisión se "pierde" en la colisión. Por supuesto, la energía total deberá conservarse, de modo que la energía cinética "perdida" debe aparecer en el sistema compuesto en otra forma, en la que la observamos como una contribución a la energía en reposo del sistema compuesto, como habíamos explicado en la sección 8-7. En un proceso de desintegración sucede lo contrario: la energía en reposo de A se convierte en energía cinética de B y C . Por lo tanto, podemos escribir la conservación de energía en un proceso de desintegración como:

$$E_A = E_B + E_C$$

$$m_A c^2 + K_A = (m_B c^2 + K_B) + (m_C c^2 + K_C), \quad (40)$$

con la energía total E de cada partícula dada como la suma de su energía en reposo mc^2 y su energía cinética K . Hemos escrito la ecuación 40 en el caso más general incluyendo la posibilidad de que A se mueva con energía cinética K_A cuando se desintegra; usualmente consideramos el caso cuando $K_A = 0$.

Podemos reescribir la ecuación 40 agrupando los términos de la energía en reposo en un lado y los términos de la energía cinética en el otro:

$$m_A c^2 - m_B c^2 - m_C c^2 = K_B + K_C - K_A. \quad (41)$$

Definimos Q , la energía liberada en la desintegración, como la diferencia entre la energía en reposo inicial $m_A c^2$ y la energía en reposo final $m_B c^2$:

$$Q = m_A c^2 - m_B c^2 - m_C c^2, \quad (42)$$

que en nuestro caso se convierte en

$$Q = (m_A - m_B - m_C)c^2 \quad (43)$$

o, usando la ecuación 41,

$$Q = K_B + K_C - K_A. \quad (44)$$

Esto es, Q es igual a la ganancia neta de energía cinética de los productos de la desintegración. Si A se desintegra en reposo, entonces Q es la energía cinética total de los productos de la desintegración.

El proceso de desintegración debe conservar el ímpetu lineal. Si A está en reposo, el ímpetu inicial total es cero, por lo que el ímpetu final será cero:

$$p_i = p_f$$

$$0 = p_B - p_C. \quad (45)$$

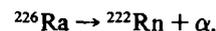
Las ecuaciones 44 (con $K_A = 0$) y 45 proporcionan dos ecuaciones con dos incógnitas que pueden resolverse para las energías o ímpetus de los productos B y C de la desintegración. Los resultados, en el caso en que ni B ni C tengan una energía en reposo nula, son

$$K_B = Q \frac{m_C}{m_B + m_C}, \quad (46)$$

$$K_C = Q \frac{m_B}{m_B + m_C}. \quad (47)$$

En muchos procesos de desintegración que se estudian en el laboratorio, una de las partículas producto, digamos B , tiene una energía en reposo mucho menor que la otra, de modo que $m_B < m_C$. Por ejemplo, B podría ser un electrón (energía en reposo = 0.511 MeV) o una partícula alfa (energía en reposo = 3727 MeV), mientras que C podría ser un átomo pesado o un núcleo (energía en reposo = 10^5 MeV, típicamente). A menudo es esta partícula, más ligera, la observada en el experimento. En este caso, como lo muestran las ecuaciones 46 y 47, $K_B \approx Q$ y $K_C \ll K_B$. Nótese que, si bien las energías cinéticas de las dos partículas son completamente diferentes, las magnitudes de sus ímpetus (dirigidos en sentido opuesto) permanecen exactamente iguales, como nos lo pide la ecuación 45. En este caso, a menudo nos referimos al *ímpetu de reculada* o *energía (cinética) de reculada* de C , como si C fuese un cañón pesado que recula después de haber disparado una bala liviana B , como en el problema muestra 7 del capítulo 9.

Problema muestra 6 Consideremos la emisión de partículas alfa, que son núcleos de los átomos de helio, en la desintegración del elemento radiactivo radio (^{226}Ra), que se encuentra en estado natural, al elemento gaseoso radón (^{222}Rn):



Si el ^{226}Ra se desintegra en reposo, halle las energías cinéticas de los productos.

Solución Las masas atómicas son:

$$\begin{aligned} ^{226}\text{Ra}: & 226.025403 \text{ u}; & ^{222}\text{Rn}: & 222.017571 \text{ u}; \\ \alpha: & 4.002603 \text{ u}. \end{aligned}$$

Podemos calcular Q según la ecuación 43, usando el valor de $c^2 = 932 \text{ MeV/u}$:

$$\begin{aligned} Q &= [m(^{226}\text{Ra}) - m(^{222}\text{Rn}) - m(\alpha)]c^2 \\ &= (226.025403 \text{ u} - 222.017571 \text{ u} \\ &\quad - 4.002603 \text{ u})(932 \text{ MeV/u}) \\ &= 4.87 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Las energías cinéticas pueden entonces calcularse a partir de las ecuaciones 46 y 47:

$$K_{\text{Rn}} = (4.87 \text{ MeV}) \frac{4.002603 \text{ u}}{222.017571 \text{ u} + 4.002603 \text{ u}} = 0.09 \text{ MeV},$$

$$K_{\alpha} = (4.87 \text{ MeV}) \frac{222.017571 \text{ u}}{222.017571 \text{ u} + 4.002603 \text{ u}} = 4.78 \text{ MeV}.$$

Nótese que, como lo pide la ecuación 44 (con $K_{\alpha} = 0$), las dos energías cinéticas suman Q ; nótese también que la partícula alfa, más ligera, absorbe la mayoría de la energía (aunque no toda): alrededor del 98% en este caso. ■

PREGUNTAS

1. Explique cómo se aplica la conservación del ímpetu a una pelota que rebota en la pared en un frontón.
2. ¿Puede ser cero el impulso de una fuerza, aunque la fuerza no sea de cero? Explique por qué o por qué no.
3. La figura 21 muestra un aparato de feria popular, en el cual el jugador trata de ver qué tan alto puede elevar un peso marcador al golpear un blanco con un mazo. ¿Qué cantidad física mide el aparato? ¿Es la fuerza promedio, la fuerza máxima, el trabajo realizado, el impulso, la energía transferida, el ímpetu transferido, o cualquier otra cosa? Explique la respuesta.



Figura 21 Pregunta 3.

5. Explique cómo la bolsa de aire protectora de un automóvil puede ayudar a proteger al pasajero de una lesión grave en el caso de un choque.
6. Se dice que, durante una colisión a 30 mi/h, un niño de 10 lb puede ejercer una fuerza de 300 lb contra el brazo de un adulto que trate de tomar al niño de la mano. ¿Cómo puede esa fuerza ser tan grande?
7. Comente las siguientes afirmaciones: En la colisión de un automóvil, la fuerza que el auto ejerce al detenerse puede determinarse ya sea por su ímpetu o por su energía cinética. En un caso se necesita también el tiempo de frenado y en el otro la distancia de frenado.
8. El acero es más elástico que el hule. Explique qué significa esto.
9. Explique la posibilidad de que todas las colisiones fueran elásticas, si pudiéramos tener en cuenta solamente los movimientos internos de los átomos en los objetos.
10. Si (solamente) dos partículas colisionan, ¿estaremos forzados a recurrir a una descripción tridimensional para describir el suceso? Explique.
11. Hemos visto que la conservación del ímpetu puede aplicarse tanto si la energía cinética se conserva como si no. ¿Qué sucede en caso contrario; esto es, ¿implica la conservación de la energía cinética la conservación del ímpetu en la física clásica? (Véase "Connection Between Conservation of Energy and Conservation of Momentum", por Carl G. Adler, *American Journal of Physics*, mayo de 1976, pág. 483).
12. La siguiente aseveración fue tomada de una hoja de examen: "La colisión entre dos átomos de helio es perfectamente elástica, de modo que el ímpetu se conserva". ¿Qué piensa usted de esta afirmación?
13. Usted está conduciendo un automóvil por una carretera a 50 mi/h, seguido por otro auto que se mueve a la misma velocidad. Usted decelera a 40 mi/h pero el otro conductor no lo hace y chocan. ¿Cuáles son las velocidades iniciales de los autos en colisión vistas desde el marco de referencia de (a) usted mismo, (b) el otro conductor, y (c) un policía de tránsito que está dentro de un auto patrulla estacionado a un lado de la carretera? (d) Un juez le pregunta si fue usted quien chocó contra el otro conductor

4. Aunque la aceleración de una bola de béisbol, después de haber sido golpeada, no depende de quién la golpeó, algo con respecto al vuelo de la bola debe depender del bateador. ¿Qué es?

- o fue el otro conductor quien chocó contra usted. Como físico, ¿cuál sería su respuesta?
14. C. R. Daish escribió que, entre los golfistas profesionales, la velocidad inicial de la pelota al dejar la cabeza del palo es de alrededor de 140 mi/h. Él dice también: (a) "si con el edificio del Empire State (de 300 m de altura) se pudiera golpear a la bola a la misma velocidad que la cabeza del palo, la velocidad inicial de la bola aumentaría únicamente alrededor del 2%" y (b) que, una vez que el golfista ha iniciado su golpe, el disparo de una cámara fotográfica, un estornudo, etc. no ejercerán efecto alguno en el movimiento de la pelota. ¿Puede usted dar argumentos cualitativos que apoyen estas dos afirmaciones?
 15. Al revisar las ecuaciones 12 y 13 resulta obvio que una solución válida al problema de hallar las velocidades finales de dos partículas en una colisión elástica unidimensional es $v_{1f} = v_{1i}$ y que $v_{2f} = v_{2i}$. ¿Qué significa esto físicamente?
 16. Dos bolas de arcilla de igual masa y velocidad chocan entre sí de frente, se pegan, y llegan al reposo. La energía cinética ciertamente no se conserva. ¿Qué pasó con ella? ¿Cómo se conserva el ímpetu?
 17. Un jugador de fútbol americano, momentáneamente en reposo sobre el campo, cacha una pelota cuando es tacleado por un corredor del equipo contrario. Ésta es, ciertamente, una colisión (¡inelástica!) y el ímpetu debe conservarse. En el marco de referencia del campo de fútbol, existe un ímpetu antes de la colisión pero parece no existir ninguno después de la colisión. ¿Realmente se conserva el ímpetu lineal? De ser así, explique cómo. Si no, explique por qué.
 18. Considérese una colisión elástica unidimensional entre un objeto A en movimiento y un objeto B inicialmente en reposo. ¿Cómo elegiría usted la masa de B , en comparación con la de A , con objeto de que B recule con (a) la mayor velocidad, (b) el mayor ímpetu, y (c) la mayor energía cinética?
 19. Dos bloques cúbicos idénticos, que se mueven en la misma dirección a una velocidad común v , chocan con un tercero estando este bloque inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción. ¿Cuál es el movimiento de los bloques después de la colisión? Importa si los dos bloques, inicialmente en movimiento, estaban o no en contacto? ¿Importaría si estos dos bloques estuvieran pegados entre sí? Suponga que las colisiones son (a) completamente inelásticas o (b) elásticas.

20. ¿Cómo diseñaría usted un arma que no recule?
21. En una colisión entre dos cuerpos en el marco de referencia del centro de masa los ímpetus de las partículas son iguales y opuestos entre sí, tanto antes como después de la colisión. ¿Es la línea del movimiento relativo necesariamente la misma después de la colisión que antes? ¿En qué condiciones aumentarían las magnitudes de las velocidades de los cuerpos?, ¿en cuáles disminuirían o permanecerían iguales como resultado de la colisión?
22. Un reloj de arena está siendo pesado en una báscula sensible, primero cuando la arena está cayendo en una corriente continua desde la parte superior a la inferior, y luego nuevamente después de que la parte superior se ha vaciado. ¿Son los dos pesos iguales o no? Explique su respuesta.
23. Dé una explicación razonable del rompimiento de tableros de madera o de ladrillos por un golpe de karate. (Véase "Karate Strikes", por Jearl D. Walker, *American Journal of Physics*, octubre de 1975, pág. 845.)
24. Una caja en la que se ha hecho el vacío está en reposo sobre una mesa sin fricción. Usted perfora un pequeño orificio en una cara de modo que pueda entrar el aire (véase la Fig. 22). ¿Cómo se moverá la caja? ¿Qué argumento ha utilizado usted para llegar a la respuesta?

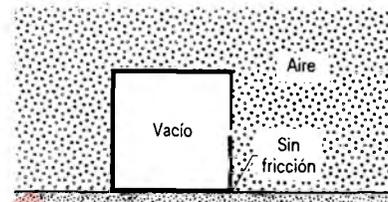


Figura 22 Pregunta 24.

25. Al comentar el hecho de que la energía cinética no se conserva en una colisión totalmente inelástica, un estudiante observó que la energía cinética no se conserva en una explosión y que una colisión totalmente inelástica es en esencia lo contrario a una explosión. ¿Es ésta una observación útil o válida?
26. ¿En qué condiciones, de ser necesaria alguna, es correcto decir que la desintegración $A \rightarrow B + C$ es simplemente lo contrario a la colisión $B + C \rightarrow A$ totalmente inelástica?

PROBLEMAS

Sección 10-3 Conservación del ímpetu durante las colisiones

1. Está siendo probado el parachoques de un automóvil nuevo. Se hace que el vehículo de 2300 kg, que se mueve 15 m/s, choque contra el pilar de un puente, y se lleve al

reposo en un tiempo de 0.54 s. Halle la fuerza promedio que actúa en el automóvil durante el impacto.

2. Una pelota de masa m y velocidad v choca contra una pared perpendicularmente y rebota a la misma velocidad. (a) Si el tiempo de la colisión es Δt , ¿cuál es la fuerza

promedio ejercida por la pelota en la pared? (b) Evalúe esta fuerza promedio numéricamente para una pelota de hule con masa de 140 g que se mueva 7.8 m/s; la duración de la colisión es de 3.9 ms.

3. Un chorro de agua choca contra un álabe de turbina estacionario en forma de plato, como se muestra en la figura 23. La velocidad del agua es u , tanto antes como después del choque contra la superficie curvada del álabe, y la masa de agua que choca contra el álabe por unidad de tiempo es constante y de valor μ . Halle la fuerza ejercida por el agua sobre el álabe.

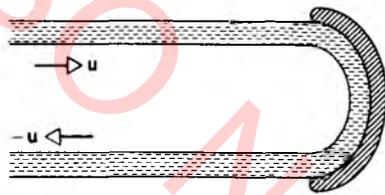


Figura 23 Problema 3.

4. La nave espacial *Voyager 2* (de masa m y velocidad v con relación al Sol) se acerca al planeta Júpiter (de masa M y velocidad V con relación al Sol) como se muestra en la figura 24. La nave espacial rodea al planeta y sale en dirección opuesta. ¿Cuál es su velocidad, con relación al Sol, después de este encuentro de "latigazo"? Supóngase que $v = 12$ km/s y $V = 13$ km/s (la velocidad orbital de Júpiter). La masa de Júpiter es muchísimo más grande que la masa de la nave espacial; $M \gg m$. (Véase "The Slingshot Effect: Explanation and Analogies", por Albert A. Bartlett y Charles W. Hord, *The Physics Teacher*, noviembre de 1985, pág. 466.)

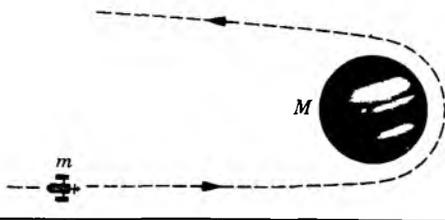


Figura 24 Problema 4.

5. Un golfista golpea una pelota de golf, impartándole una velocidad inicial de 52.2 m/s de magnitud dirigida a 30° sobre la horizontal. Suponiendo que la masa de la pelota sea de 46.0 g y que el palo y la bola estén en contacto durante 1.20 ms, halle (a) el impulso impartido a la pelota, (b) el impulso impartido al palo, (c) la fuerza promedio ejercida en la pelota por el palo, y (d) el trabajo efectuado sobre la pelota.
6. Un automóvil de 1420 kg que se mueve a razón de 5.28 m/s está viajando inicialmente hacia el norte. Después de completar una curva de 90° hacia la derecha en 4.60 s, el conductor distraído lo dirige contra un árbol, el cual

detiene al auto en 350 ms. ¿Cuál es la magnitud del impulso transmitido al auto (a) durante la curva, y (b) durante la colisión? ¿Qué fuerza promedio actúa en el auto (c) durante la curva y (d) durante la colisión?

7. Una bola de béisbol de 150 g (peso = 5.30 oz) lanzada a una velocidad de 41.6 m/s (= 136 ft/s) es bateada directamente hacia el lanzador a una velocidad de 61.5 m/s (= 202 ft/s). El bate estuvo en contacto con la bola durante 4.70 ms. Halle la fuerza promedio ejercida por el bate sobre la bola.
8. Una fuerza que promedia 984 N es aplicada a una bola de acero de 420 g que se mueve a razón de 13.8 m/s a causa de una colisión de 27.0 ms de duración. Si la fuerza está en dirección opuesta a la velocidad inicial de la bola, halle la velocidad final de la bola.
9. Una bola de 325 g a una velocidad v de 6.22 m/s golpea una pared con un ángulo de 33.0° y luego rebota con la misma velocidad y ángulo (Fig. 25). Está en contacto con la pared durante 10.4 ms. (a) ¿Qué impulso experimentó la bola? (b) ¿Cuál fue la fuerza promedio ejercida por la bola contra la pared?

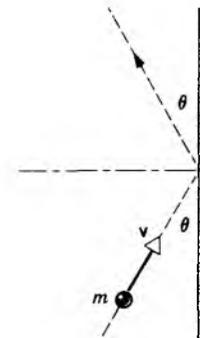


Figura 25 Problema 9.

10. La figura 26 muestra una representación aproximada de la fuerza contra el tiempo durante la colisión de una pelota de tenis de 58 g contra una pared. La velocidad inicial de la pelota es de 32 m/s perpendicular a la pared; rebota a la misma velocidad, también perpendicular a la pared. ¿Cuál es el valor de F_{max} , el valor máximo de la fuerza de contacto durante la colisión?
11. Una sonda espacial no tripulada de 2500 kg se mueve en línea recta a una velocidad constante de 300 m/s. Uno de los motores de un cohete de la sonda espacial ejecuta una combustión en la cual actúa un empuje de 3000 N durante 65.0 s. (a) ¿Cuál es el cambio del ímpetu (magnitud solamente) de la sonda cuando el empuje es hacia atrás, hacia adelante, o hacia un lado? (b) ¿Cuál es el cambio en la energía cinética bajo las mismas tres condiciones? Supóngase que la masa del combustible expulsado sea despreciable comparada con la masa de la sonda espacial.
12. Una fuerza ejerce un impulso J sobre un objeto de masa m , cambiando su velocidad de v a u . La fuerza y el movimiento del objeto están a lo largo de la misma línea

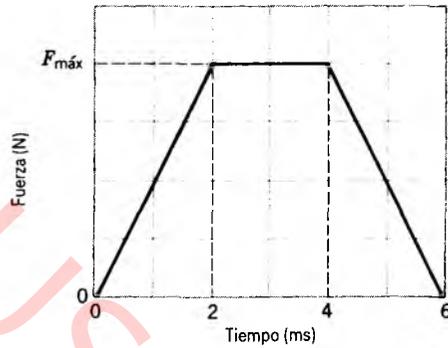


Figura 26 Problema 10.

recta. Demuestre que el trabajo efectuado por la fuerza es de $\frac{1}{2}J(u + v)$.

13. Dos partes de un vehículo espacial se separan al detonar los pernos explosivos que las mantiene juntas. Las masas de las partes son de 1200 kg y 1800 kg; la magnitud del impulso transmitido a cada parte es de $300 \text{ N} \cdot \text{s}$. ¿Cuál es la velocidad relativa de retroceso de las dos partes?
14. Una pelota de croquet con una masa de 0.50 kg es golpeada con un mazo, recibiendo el impulso mostrado en la gráfica (Fig. 27). ¿Cuál es la velocidad de la pelota justo después de que la fuerza llega a ser cero?

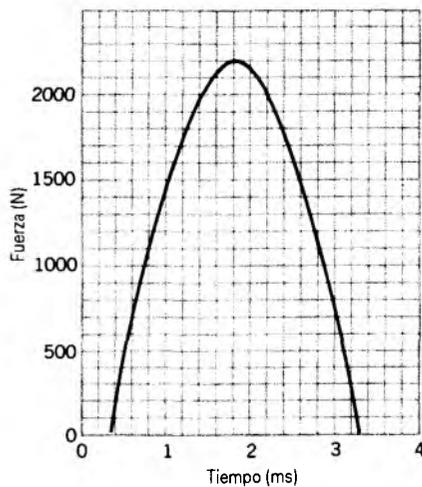


Figura 27 Problema 14.

15. Es bien sabido que las balas y otros proyectiles disparados contra Superman simplemente rebotan en su pecho como se muestra en la figura 28. Supóngase que un gangster dispara contra el pecho de Superman balas de 3 g a razón de 100 balas/min, siendo la velocidad de cada bala de 500 m/s. Supóngase también que las balas rebotan directamente hacia atrás sin cambiar la velocidad. Demuestre que la fuerza promedio ejercida por la ráfaga de balas sobre el pecho de Superman es de 5.0 N ($= 18 \text{ oz}$) solamente.



Figura 28 Problema 15.

16. Un experto en karate rompe un tablero de pino de 2.2 cm de espesor con un golpe seco de su mano. Una fotografía estroboscópica demuestra que la mano, cuya masa puede considerarse como de 540 g, golpea la parte superior del tablero con una velocidad de 9.5 m/s y llega al reposo 2.8 cm por debajo de este nivel. (a) ¿Cuál es la duración de tiempo del golpe de karate (suponiendo una fuerza constante)? (b) ¿Qué fuerza promedio fue aplicada?
17. Un rifle de perdigones dispara 10 perdigones de 2.14 g por segundo con una velocidad de 483 m/s. Los perdigones chocan contra una pared rígida. (a) Halle el ímpetu de cada perdigón. (b) Halle la energía cinética de cada perdigón. (c) Calcule la fuerza promedio ejercida por la ráfaga de perdigones sobre la pared. (d) Si cada perdigón está en contacto con la pared durante 1.25 ms, ¿cuál es la fuerza promedio ejercida en la pared por cada perdigón mientras está en contacto? ¿Por qué es esto tan diferente de (c)?
18. Durante una gran tormenta caen granizos del tamaño de canicas de (diámetro = 1.0 cm) a una velocidad de 25 m/s. Se estima que caen 120 granizos por metro cúbico de aire. Desprecie el rebote del granizo al chocar. (a) ¿Cuál es la masa de cada granizo? (b) ¿Qué fuerza es ejercida por el granizo sobre un techo plano de $10 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ durante la tormenta? Supóngase que, siendo hielo, 1.0 cm^3 de granizo tienen una masa de 0.92 g.
19. Supóngase que las hélices de un helicóptero empujan verticalmente hacia abajo la columna cilíndrica de aire que barren al girar. La masa total del helicóptero es de 1820 kg y la longitud de las hélices es de 4.88 m. Halle la potencia mínima necesaria para mantener al helicóptero en el aire. Supóngase que la densidad del aire es de 1.23 kg/m^3 .
20. Una cadena uniforme muy flexible de masa M y longitud L está suspendida de un extremo de modo que cuelga verticalmente, y su extremo inferior toca apenas la superficie de una mesa. El extremo superior se suelta súbitamente de modo que la cadena cae sobre la mesa y se enreda

formando un pequeño montón, llegando cada eslabón al reposo en el instante en que alcanza a la mesa; véase la figura 29. Halle la fuerza ejercida por la mesa sobre la cadena en todo momento, en función del peso de la cadena que ya está sobre la mesa en ese ímpetu.

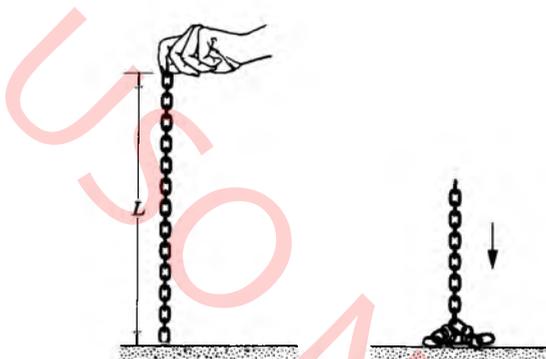


Figura 29 Problema 20.

Sección 10-4 Colisiones en una dimensión

21. Los bloques de la figura 30 se deslizan sin fricción. (a) ¿Cuál es la velocidad v del bloque de 1.6 kg después de la colisión? (b) ¿Es la colisión elástica?

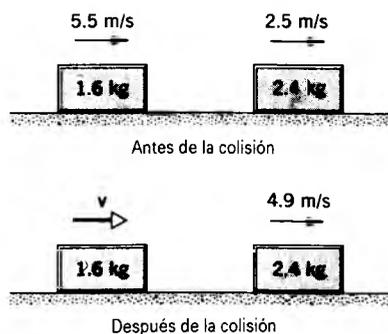


Figura 30 Problemas 21 y 22.

22. Refiérase a la figura 30. Suponga que la velocidad inicial del bloque de 2.4 kg se invierte; se dirige directamente hacia el bloque de 1.6 kg. (a) ¿Cuál será la velocidad v del bloque de 1.6 kg después de la colisión? (b) ¿Sería esta colisión elástica?
23. Un elefante furioso embiste a razón de 2.1 m/s contra una mosca que revolotea. Suponiendo que la colisión sea elástica, ¿a qué velocidad rebota la mosca? Nótese que el proyectil (el elefante) es mucho más masivo que el blanco (la mosca).
24. Dos esferas de titanio se aproximan una a la otra frontalmente a la misma velocidad y chocan elásticamente. Después de la colisión una de las esferas, cuya masa de 300 g, permanece en reposo. ¿Cuál es la masa de la otra esfera?
25. Una bala de 4.54 g de masa se dispara horizontalmente contra un bloque de madera de 2.41 kg en reposo sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es de 0.210. La bala llega al reposo dentro del bloque, el cual se mueve 1.83 m. (a) ¿Cuál es la velocidad del bloque inmediatamente después de que la bala llega al reposo dentro de él? (b) ¿Cuál es la velocidad de la bala?
26. Un carrito de 342 g de masa que se mueve sobre una pista lineal sin fricción a una velocidad inicial de 1.24 m/s choca contra otro carrito de masa desconocida que está en reposo. La colisión entre los carritos es elástica. Después de la colisión, el primer carrito continúa en su dirección original a 0.636 m/s. (a) ¿Cuál es la masa del segundo carrito? (b) ¿Cuál es su velocidad después del impacto?
27. Se cree que el Meteor Crater, en Arizona (véase la Fig. 31), se formó por el impacto de un meteorito con la Tierra hace unos 20,000 años. La masa del meteorito se calcula que fue de 5×10^{10} kg y su velocidad en 7.2 km/s. ¿Qué velocidad impartiría a la Tierra tal meteorito en una colisión frontal?



Figura 31 Problema 27.

28. Una bala de 5.18 g que se mueve a 672 m/s golpea un bloque de madera de 715 g que está en reposo sobre una superficie sin fricción. La bala sale con su velocidad reducida a 428 m/s. Halle la velocidad resultante del bloque.
29. Un objeto de 2.0 kg de masa choca elásticamente contra otro objeto en reposo y continúa moviéndose en la dirección original pero a un cuarto de su velocidad original. ¿Cuál es la masa del objeto golpeado?
30. En un arma de fuego antigua de retrocarga automática el mecanismo de recarga que está en la parte trasera del cañón se activa cuando el obturador, que recula después de disparar el arma, comprime a un resorte en una distancia d predeterminada. (a) Demuestre que la velocidad de la bala de masa m debe ser cuando menos $d\sqrt{kM/m}$ al disparar, para obtener la carga automática, donde k es la constante de fuerza del resorte y M es la masa del obturador. (b) ¿En qué sentido, si procede, puede considerarse este proceso como una colisión?
31. La cabeza de un palo de golf que se mueve a 45.0 m/s golpea una pelota de golf (masa = 46.0 g) que descansa

sobre el tee (punto donde se coloca la pelota). La masa efectiva de la cabeza del palo es de 220 g. (a) ¿A qué velocidad deja el tee la bola? (b) ¿A qué velocidad lo dejaría si se duplicara la masa de la cabeza del palo? ¿Y si se triplicara? ¿Qué conclusiones pueden sacarse del uso de palos pesados? Supóngase que las colisiones son perfectamente elásticas y que el golfista puede manejar los palos más pesados a igual velocidad en el impacto. Véase la pregunta 14.

32. Una bola de acero de 0.514 kg de masa está sujeta a un cordón de 68.7 cm de longitud del que se deja caer cuando el cordón está horizontal. En el fondo de su trayecto, la bola golpea un bloque de acero de 2.63 kg inicialmente en reposo sobre una superficie sin fricción (Fig. 32). La colisión es elástica. Halle (a) la velocidad de la bola y (b) la velocidad del bloque, ambos en el momento después de la colisión. (c) Suponga ahora que, durante la colisión, la mitad de la energía cinética mecánica se convierte en energía interna y en energía sónica. Halle las velocidades finales.

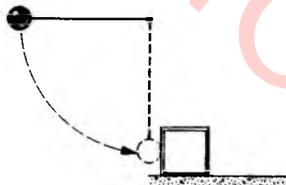


Figura 32 Problema 32.

33. Dos automóviles A y B patinan en una carretera helada cuando tratan de detenerse en un semáforo. La masa de A es de 1100 kg y la masa de B es de 1400 kg. El coeficiente de fricción cinética entre las ruedas trabadas de ambos autos y la carretera es de 0.130. El automóvil A logra llegar al reposo en el semáforo, pero el automóvil B no puede parar y choca con la parte trasera del automóvil A. Después de la colisión, A llega al reposo 8.20 m adelante del punto de impacto y B 6.10 m adelante: véase la figura 33. Ambos conductores tenían sus ruedas trabadas durante el incidente. (a) A partir de las distancias en que cada auto se movió después de la colisión, halle la velocidad de cada automóvil inmediatamente después del impacto. (b) Usando la conservación del ímpetu halle la velocidad con la cual el auto B golpeó al auto A. ¿Sobre qué base puede objetarse aquí el uso de la conservación del ímpetu?
34. Un peso de 2.9 ton que cae desde una distancia de 6.5 ft se hunde 1.5 in. en un montón de tierra de 0.50 ton. Suponiendo que la colisión peso-montón sea completamente inelástica, halle la fuerza promedio de resistencia ejercida por la tierra.
35. Un carro de carga del ferrocarril que pesa 35.0 ton choca contra un furgón que está estacionado. Se acoplan entre sí y el 27.0% de la energía cinética inicial se disipa como calor, sonido, vibraciones, etc. Halle el peso del furgón.
36. El parachoques de un automóvil de 1220 kg está diseñado para que pueda absorber precisamente toda la energía cuando el auto a 5.20 km/h choque de frente contra una

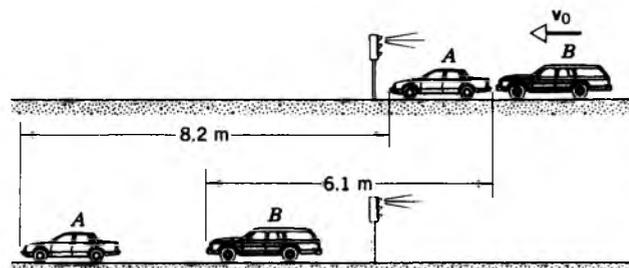


Figura 33 Problema 33.

pared sólida de piedra. El automóvil sufre una colisión cuando corre a 75.5 km/h, chocando contra la parte trasera de un auto de 934 kg que va adelante y se mueve en la misma dirección a 62.0 km/h. El auto de 934 kg es acelerado a 71.3 km/h como resultado de la colisión. (a) ¿Cuál es la velocidad del auto de 1220 kg inmediatamente después del impacto? (b) ¿Cuál es la razón entre la energía cinética absorbida en la colisión y la que puede ser absorbida por el parachoques del auto de 1220 kg?

37. Un carro de carga de ferrocarril que pesa 31.8 ton y que viaja a 5.20 ft/s logra alcanzar a otro que pesa 24.2 ton y viaja a 2.90 ft/s en la misma dirección. (a) Halle las velocidades de los carros después de la colisión y la pérdida de energía cinética durante la colisión si los carros se acoplan entre sí. (b) Si en cambio, como es probable, la colisión es elástica, halle las velocidades de los carros después de la colisión.
38. Una báscula de plataforma está calibrada para indicar la masa en kilogramos de un objeto colocado sobre ella. Desde una altura de 3.5 m caen partículas que chocan con el platillo de la báscula. Las colisiones son elásticas; las partículas rebotan hacia arriba a la misma velocidad que tenían antes de chocar con el platillo. Cada partícula tiene una masa de 110 g y las colisiones ocurren a 42 s^{-1} . Halle la lectura de la escala.
39. Se coloca una caja sobre una báscula que está ajustada para que marque cero cuando la caja está vacía. Más tarde se vierte en la caja un montón de canicas desde una altura h desde el fondo de la caja a razón de R (canicas por segundo). Cada canica tiene una masa m . Las colisiones entre las canicas y la caja son completamente inelásticas. Halle la lectura que la báscula da del peso en el tiempo t después de que las canicas comiencen a llenar la caja. Encuentre una respuesta numérica cuando $R = 115 \text{ s}^{-1}$, $h = 9.62 \text{ m}$, $m = 4.60 \text{ g}$, y $t = 6.50 \text{ s}$.
40. Una bola de masa m se proyecta a una velocidad v_i en el cañón de una pistola de resorte de masa M inicialmente en reposo sobre una superficie sin fricción; véase la figura 34. La bola se pega en el cañón en el punto de máxima compresión del resorte. No se pierde energía por la fricción. (a) ¿Cuál es la velocidad de la pistola de resorte después de que la bola llega al reposo dentro del cañón? (b) ¿Qué fracción de la energía cinética inicial de la bola se almacena en el resorte?
41. Un bloque de masa $m_1 = 1.88 \text{ kg}$ se desliza a lo largo de una mesa sin fricción a una velocidad de 10.3 m/s. Direc-

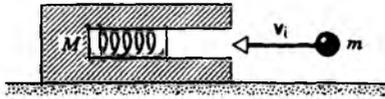


Figura 34 Problema 40.

tamente enfrente de él, y moviéndose en la misma dirección, está un bloque de masa $m_2 = 4.92 \text{ kg}$ que se mueve a razón de 3.27 m/s . Un resorte carente de masa con una fuerza constante de $k = 11.2 \text{ N/cm}$ está unido a la parte posterior de m_2 , como se muestra en la figura 35. Cuando los bloques chocan, ¿cuál es la máxima compresión del resorte? (*Sugerencia:* En el momento de compresión máxima del resorte, los dos bloques se mueven como uno solo; halle la velocidad observando que la colisión es completamente inelástica en este punto.)

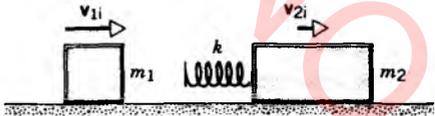


Figura 35 Problema 41.

42. Se colocan dos trineos de 22.7 kg separados por una distancia pequeña, uno atrás del otro, como se muestra en la figura 36. Un gato de 3.63 kg que está en uno de los trineos brinca al otro e inmediatamente se regresa al primero. Ambos brinco se efectúan a una velocidad de 3.05 m/s respecto al trineo donde el gato estaba en reposo cuando se efectuó el brinco. Halle las velocidades finales de los dos trineos.



Figura 36 Problema 42.

43. Un electrón, de masa m , choca de frente con un átomo, de masa M , inicialmente en reposo. Como resultado de la colisión, una cantidad característica de energía E se almacena dentro del átomo. ¿Cuál es la velocidad inicial mínima v_0 que el electrón deberá tener? (*Sugerencia:* Los principios de conservación conducen a una ecuación cuadrática para la velocidad final v del electrón y a una ecuación cuadrática para la velocidad final V del átomo. El valor mínimo v_0 se deduce del requerimiento de que el radical de las soluciones para v y V sea real.)

44. Las dos esferas de la derecha en la figura 37 están ligeramente separadas e inicialmente en reposo; la esfera de la izquierda choca contra la otra a una velocidad v_0 . Supo-

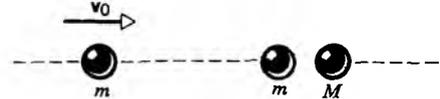


Figura 37 Problemas 44 y 45.

niendo colisiones elásticas de frente, (a) si $M \leq m$, demuestre que existen dos colisiones y halle todas las velocidades finales; (b) Si $M \geq m$, demuestre que existen tres colisiones y halle todas las velocidades finales.

45. Consideremos una situación como la del problema anterior (Fig. 37), pero en la cual las colisiones puedan ser ahora todas elásticas, todas inelásticas, o algunas elásticas y otras inelásticas; también, las masas son ahora $m, m',$ y M . Demuestre que para transferir de m a M la máxima energía cinética, el cuerpo intermedio debería tener una masa $m' = mM$, esto es, la media geométrica de las masas adyacentes. (Es interesante observar que esta misma relación existe entre las masas de capas sucesivas de aire en la bocina exponencial en acústica. (Véase "Energy Transfer in One-Dimensional Collisions of Many Objects", por John B. Hart y Robert B. Herrmann, *American Journal of Physics*, enero de 1968, pág. 46).)

Sección 10-5 Colisiones bidimensionales

46. Dos vehículos A y B viajan al oeste y al sur, respectivamente, hacia la misma intersección donde chocan y se traban entre sí. Antes de la colisión, A (con un peso de 2720 lb) se mueve a una velocidad de 38.5 mi/h y B (con un peso de 3640 lb) tiene una velocidad de 58.0 mi/h . Halle la magnitud y la dirección de la velocidad de los vehículos (trabados) inmediatamente después de la colisión.

47. Dos objetos, A y B , chocan. A tiene una masa de 2.0 kg , y B una masa de 3.0 kg . Las velocidades antes de la colisión son $\mathbf{v}_{A_i} = 15\mathbf{i} + 30\mathbf{j}$ y $\mathbf{v}_{B_i} = -10\mathbf{i} + 5.0\mathbf{j}$. Después de la colisión, $\mathbf{v}_{A_f} = -6.0\mathbf{i} + 30\mathbf{j}$. Todas las velocidades están dadas en metros por segundo. (a) ¿Cuál es la velocidad final de B ? (b) ¿Cuánta energía cinética se ganó o se perdió en la colisión?

48. Una partícula alfa choca con un núcleo de oxígeno, inicialmente en reposo. La partícula alfa se desvía en un ángulo de 64.0° respecto a su dirección inicial de movimiento y el núcleo de oxígeno recula formando un ángulo de 51.0° por debajo de su dirección inicial. La velocidad final del núcleo es de $1.20 \times 10^5 \text{ m/s}$. ¿Cuál es la velocidad final de la partícula alfa? (La masa de una partícula alfa es de 4.00 u y la masa de un núcleo de oxígeno es de 16.0 u .)

49. Demuestre que un neutrón lento (llamado *neutrón térmico*) que se dispersa en 90° en una colisión elástica con un deuterón, inicialmente en reposo, cede dos tercios de su energía cinética inicial al deuterón. (La masa de un neutrón es de 1.01 u ; la masa de un deuterón es de 2.01 u .)

50. Después de una colisión totalmente inelástica, se encuentra que dos objetos de la misma masa y velocidad inicial se mueven juntos a la mitad de su velocidad inicial. Halle el ángulo entre las velocidades iniciales de los objetos.

51. Un protón (masa atómica de 1.01 u) con una velocidad de 518 m/s choca elásticamente con otro protón en reposo. El protón original se dispersa a 64.0° de su dirección inicial. (a) ¿Cuál es la dirección de la velocidad del protón blanco después de la colisión? (b) ¿Cuáles son las velocidades de los dos protones después de la colisión?
52. Dos bolas A y B, que tienen masas diferentes pero desconocidas, chocan. A está inicialmente en reposo y B tiene una velocidad v . Después de la colisión, B tiene una velocidad de $v/2$ y se mueve en un ángulo recto con su movimiento original. (a) Halle la dirección en que se mueve la bola A después de la colisión. (b) ¿Puede usted determinar la velocidad de A a partir de la información dada? Explique.
53. En un juego de billar, se le da a una bola una velocidad inicial V y choca contra el montón de las 15 bolas estacionarias. Las 16 bolas sufren luego numerosas colisiones entre una y otra y entre ellas y la banda. Un tiempo después se observa que (por alguna casualidad) todas las bolas tienen la misma velocidad v . Suponiendo que todas las colisiones sean elásticas y despreciando el aspecto rotatorio del movimiento de las bolas, calcule v en función de V .
54. Dos péndulos, de longitud L cada uno, están inicialmente situados como se muestra en la figura 38. El primer péndulo se suelta desde una altura d y golpea al segundo. Suponga que la colisión es completamente inelástica y despréciense la masa de los cordones y cualesquier efectos de fricción. ¿A qué altura se eleva el centro de masa después de la colisión?

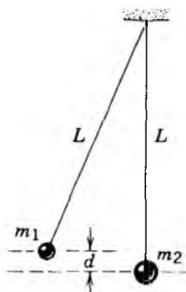


Figura 38 Problema 54.

55. Una barcaza de 1.50×10^5 kg de masa navega río abajo a 6.20 m/s envuelta en niebla densa cuando choca de costado contra otra barcaza que avanza en línea reactiva cruzando el río; véase la figura 39. La segunda barcaza tiene una masa de 2.78×10^5 kg y avanzaba a 4.30 m/s. Inmediatamente después del impacto, la segunda barcaza sufre una desviación de 18.0° en la dirección de la corriente y su velocidad aumenta a 5.10 m/s. La corriente del río era prácticamente nula en el momento del accidente. (a) ¿Cuáles son la velocidad y la dirección del movimiento de la primera barcaza inmediatamente después de la colisión? (b) ¿Cuánta energía cinética se perdió en la colisión?
56. Una bola a una velocidad inicial de 10.0 m/s choca elásticamente con dos bolas idénticas cuyos centros están en una línea perpendicular a la velocidad inicial e inicialmen-

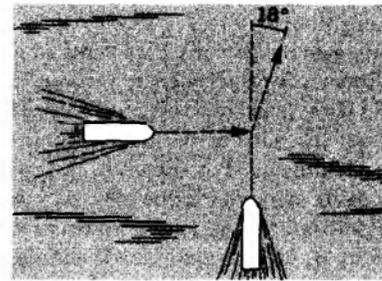


Figura 39 Problema 55.

te en contacto entre sí (Fig. 40). La primera bola se dirige directamente al punto de contacto y todas las bolas carecen de fricción. Halle las velocidades de las tres bolas después de la colisión. (Sugerencia: En ausencia de fricción, cada impulso se dirige a lo largo de la línea de los centros de las bolas, normal a las superficies que chocan.)

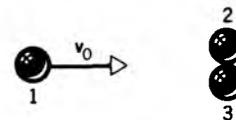


Figura 40 Problema 56.

57. En un juego de billar, el mingo golpea contra otra bola que inicialmente está en reposo. Después de la colisión, el mingo se mueve a razón de 3.50 m/s a lo largo de una línea que forma un ángulo de 65.0° con su dirección de movimiento original. La segunda bola adquiere una velocidad de 6.75 m/s. Usando la conservación del ímpetu, halle (a) el ángulo entre la dirección del movimiento de la segunda bola y la dirección original del movimiento del mingo y (b) la velocidad original del mingo.
58. En 1932 James Chadwick, en Inglaterra, demostró la existencia y propiedades del neutrón (una de las partículas fundamentales que forman el átomo) con el aparato que se muestra en la figura 41. En una cámara al vacío, una muestra de polonio radiactivo se desintegra produciendo partículas alfa (núcleos de helio). Estos núcleos chocan contra un bloque de berilo, induciendo un proceso por el cual se emiten neutrones. (En la reacción se combinan el He y el Be para formar carbono + neutrones estables.) Los neutrones chocan contra una capa delgada de parafina (CH_2), liberando núcleos de hidrógeno que son detectados en una cámara de ionización. En otras palabras, ocurre una colisión elástica en la que el ímpetu del neutrón se transfiere parcialmente al núcleo de hidrógeno. (a) Halle una expresión para la velocidad máxima v_H que puede alcanzar el núcleo de hidrógeno (de masa m_H). Asignemos a los neutrones entrantes una masa m_n y una velocidad v_n . (Sugerencia: ¿Se transferirá más energía en una colisión frontal o en una colisión oblicua?). (b) Una de las metas de Chadwick consistía en hallar la masa de su nueva partícula. La inspección de la expresión (a), que contiene este parámetro, sin embargo, muestra que están presentes

las dos incógnitas, v_n y m_n (v_H se conoce; puede medirse con la cámara de ionización). Para eliminar a la incógnita v_n , él sustituyó a la parafina con un bloque de parafina-nógeno (CN). Los neutrones sufrieron entonces colisiones elásticas con los núcleos de nitrógeno en lugar de los núcleos de hidrógeno. Por supuesto, la expresión (a) se cumple todavía si v_n se escribe para v_H y m_n se escribe para m_H . Por lo tanto, si v_H y v_n se miden en experimentos por separado, v_n puede ser eliminada entre las dos expresiones para el hidrógeno y el nitrógeno y dar un valor para m_n . Los valores de Chadwick fueron

$$v_H = 3.3 \times 10^9 \text{ cm/s,}$$

$$v_N = 0.47 \times 10^9 \text{ cm/s.}$$

¿Cuál es su valor para m_n ? ¿Cómo se compara éste con el valor admitido $m_n = 1.00867 \text{ u}$? (Haga que $m_H = 1.0 \text{ u}$, $m_N = 14 \text{ u}$).

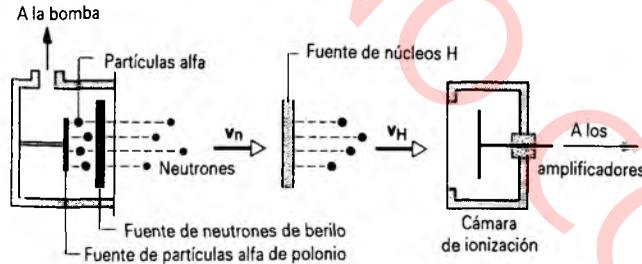


Figura 41 Problema 58.

59. Demuestre que, en el caso de una colisión elástica entre una partícula de masa m_1 con una partícula de masa m_2 inicialmente en reposo, (a) el ángulo máximo θ_m a través del cual puede ser desviada m_1 por la colisión, está dado por $\cos^2 \theta_m = 1 - m_2^2/m_1^2$, de modo que $0 \leq \theta_m \leq \pi/2$, cuando $m_1 > m_2$; (b) $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$, cuando $m_1 = m_2$; (c) θ_1 puede tener todos los valores entre 0 y π , cuando $m_1 < m_2$.

Sección 10-6 Marco de referencia del centro de masa

60. (a) Demuestre que en una colisión elástica unidimensional la velocidad del centro de masa de dos partículas, m_1 que se mueve a velocidad inicial v_{1i} y m_2 que se mueve a una velocidad inicial v_{2i} es

$$v_{cm} = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}.$$

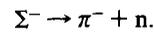
(b) Úsen las ecuaciones 15 y 16 para v_{1f} y v_{2f} , es decir, las velocidades de las partículas después de la colisión, para derivar el mismo resultado para v_{cm} después de la colisión.

61. En el laboratorio, una partícula de 3.16 kg de masa que se mueve a razón de 15.6 m/s hacia la izquierda colisiona con una partícula de 2.84 kg de masa que se mueve 12.2 m/s hacia la derecha. Halle la velocidad del centro de masa del sistema de dos partículas después de la colisión.

62. Una partícula de masa m_1 que se mueve a una velocidad v_{1i} choca de frente con m_2 , inicialmente en reposo, en una colisión perfectamente inelástica. (a) ¿Cuál es la energía cinética del sistema antes de la colisión? (b) ¿Cuál es la energía cinética del sistema después de la colisión? (c) ¿Qué fracción de la energía cinética original se perdió? (d) Sea v_{cm} la velocidad del centro de masa del sistema. Véase la colisión desde un marco de referencia preparado que se mueva con el centro de masa de modo que $v'_{1i} = v_{1i} - v_{cm}$, $v'_{2i} = -v_{cm}$. Repítanse las partes (a), (b) y (c), como las ve un observador situado en este marco de referencia. ¿Se pierde la misma cantidad de energía cinética en cada caso? Explique.

Sección 10-7 Procesos de desintegración espontánea

63. Una partícula llamada Σ^- , en reposo en cierto marco de referencia, se desintegra espontáneamente en dos partículas distintas de acuerdo con



Las masas son

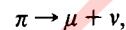
$$m_\Sigma = 2340.5 m_e,$$

$$m_\pi = 273.2 m_e,$$

$$m_n = 1838.65 m_e,$$

donde m_e es la masa del electrón. (a) Halle la energía cinética total de los productos de la desintegración. (b) ¿Cuánta energía cinética obtiene cada producto de la desintegración?

64. Una partícula de masa m en reposo se desintegra espontáneamente en dos partículas de masa m_1 y m_2 con velocidades respectivas v_1 y v_2 . Demuestre que $m > m_1 + m_2$.
65. Cierta núcleo, en reposo, se desintegra espontáneamente en tres partículas. Dos de ellas son detectadas; sus masas y velocidades son las que se muestran en la figura 42. (a) ¿Cuál es el ímpetu de la tercera partícula, de la cual se sabe que tiene una masa de $11.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$? (b) ¿Cuánta energía cinética, en MeV, se genera en el proceso de desintegración?
66. Un pión en reposo se desintegra espontáneamente de acuerdo con el esquema



en el que μ representa a un muón (energía en reposo = 105.7 MeV) y ν a un neutrino (energía en reposo = 0). La energía cinética medida del muón es de 4.100 MeV.

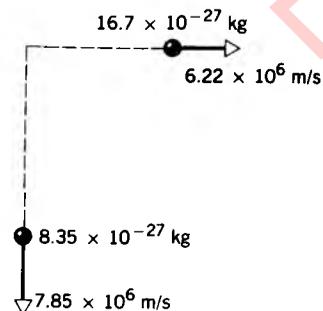


Figura 42 Problema 65.

(a) Halle el impulso del neutrino, en unidades MeV/c . (b) Calcule la energía de reposo del pión.

Proyecto para la computadora

67. Escriba un programa que describa la colisión elástica entre dos partículas de masas m_1 y m_2 y velocidades iniciales v_{1i}

y v_{2i} . El programa deberá aceptar valores numéricos de estas cuatro cantidades como datos de entrada y dar resultados con valores numéricos de las velocidades finales, v_{1f} y v_{2f} , y de v_{cm} , la velocidad del centro de masa. Use el programa para explorar todos los casos especiales que a usted se le ocurran, tales como $m_1 = m_2$, $m_1 \gg m_2$, $m_1 \ll m_2$, $v_{1i} \gg v_{2i}$, $v_{1i} = v_{2i}$, $v_{1i} = -v_{2i}$.

USO NO COMERCIAL