SEGUNDO PARCIAL de CDIV - Segundo semestre 2024 - Versión 1

Jueves **28** de noviembre de 2024

Nro de lista	Cédula	Apellido y nombre	Firma

- El puntaje total es 60 puntos.
- La duración del parcial es de 3 horas.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- **Se debe entregar la hoja de escáner y las hojas de la propuesta con todos los campos completos.**
- Al completar los campos en la hoja de escáner, pintar (con lapicera) correctamente dentro de los círculos.
- No se permite usar ni calculadora ni material de consulta.
- La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Respuestas

Puntajes: 6 puntos si la respuesta es correcta, -1 punto si la respuesta es incorrecta, 0 punto por no contestar.

Llenar cada casilla con la respuesta **A,B,C,D, E ó F** según corresponda.

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5	Ej 6	Ej 7	Ej 8	Ej 9	Ej 10
B	E	D	F	A	D	B	A	C	C

Notación:

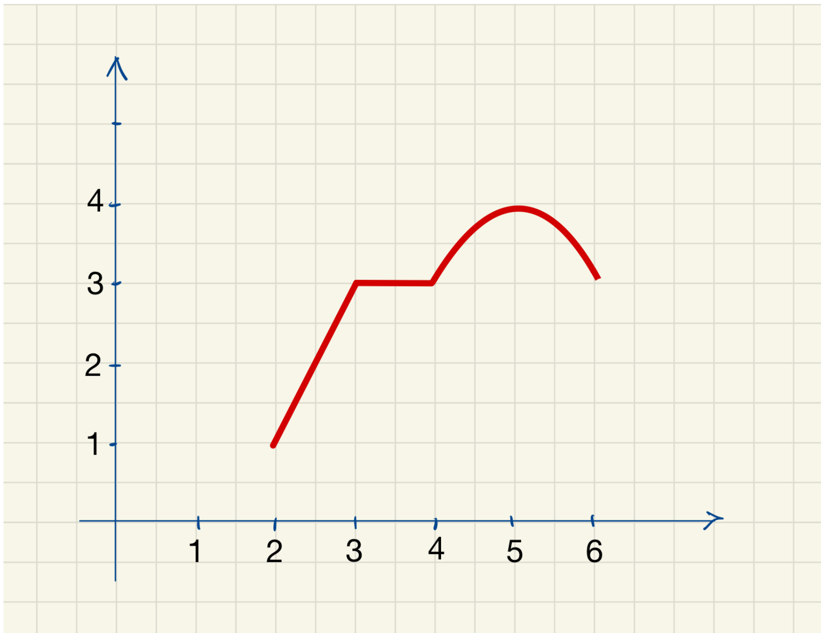
En el parcial se usa la siguiente notación:

- f' denota la derivada primera de f y f'' la derivada segunda de f.
- $p_n(f,a)(x)$ denota el polinomio de Taylor de orden n de la función f alrededor del punto a.

página en blanco

Ejercicio 1

Sea $f : [2, 6] \to \mathbb{R}$ una función derivable con $f(2) = 0$ y tal que el gráfico de su derivada f' se da en la siguiente imagen.



Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

A) $f(6) > 13$.
B) f restringida al intervalo $[5, 6]$ es creciente.
C) Existen $x, y \in [2, 3]$ tales que $f(x) = f(y)$.
D) $f(6) = 12$.
E) f es decreciente.
F) No existe $x \in [4, 6]$ tal que $f''(x) = 0$.

Ejercicio 2

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por la siguiente fórmula:

$$f(x) = \log(2x^2)e^{x^3+1}$$

Entonces $f'(1)$ vale:

A) $e^2 \log(2)$
B) $3e^2 + 2$
C) $e^2(\log(2) + \frac{1}{2})$
D) $e^2(2\log(2) + 1)$
E) $e^2(3\log(2) + 2)$
F) $e^2(3\log(2) + \frac{1}{4})$

Ejercicio 3

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función que sabemos que es derivable en el punto $x = 2$ y cuya recta tangente por el punto $(2, f(2))$ tiene la ecuación

$$\boxed{y = 6x - 4}$$

Indicar la opción correcta.

A) $f(2) = 4$ y $f'(2) = -6$.
B) $f(2) = 6$ y $f'(2) = 8$.
C) $f(2) = 6$ y $f'(2) = \frac{1}{6}$.
D) $f(2) = 8$ y $f'(2) = 6$.
E) $f(2) = 8$ y $f'(2) = \frac{1}{6}$.
F) $f(2) = 8$ y $f'(2) = -6$.

Ejercicio 4

Sea $p_3(f, 0)(x)$ el polinomio de Taylor de orden 3 de la función $f(x) = a\sin(2x)$ en el punto 0. Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que se verifique la siguiente igualdad:

$$p_3(f, 0)(1) = 2$$

A) $a = \frac{3}{2}$
B) $a = \frac{6}{5}$
C) $a = 2$
D) $a = 5$
E) $a = \frac{4}{3}$
F) $a = 3$

Ejercicio 5

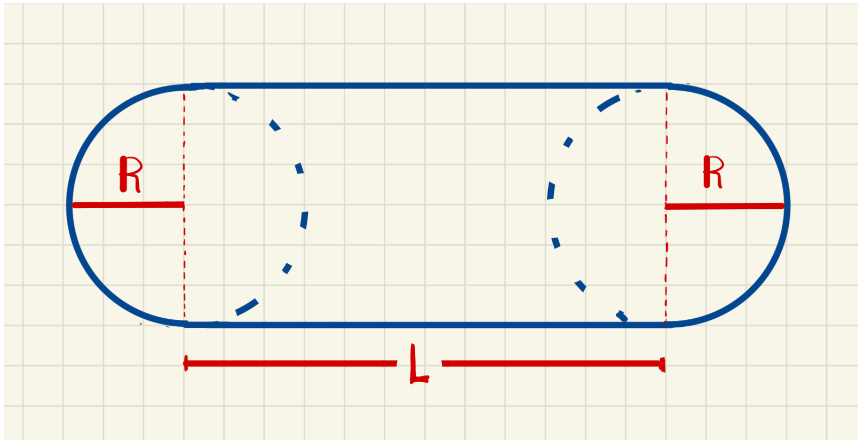
Sea $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \displaystyle\int_1^{x^2} e^{\sqrt{t}}dt$.

Entonces el límite $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{F(x)}{x - 1}$

A) existe y es igual a $2e$
B) existe y es igual a 0
C) existe y es igual a e
D) no existe
E) existe y es igual a $+\infty$
F) existe y es igual a $\frac{1}{2}e$

Ejercicio 6

Se desea construir una mesa de cristal con la siguiente forma:



El precio del cristal a medida con forma rectangular es de 90 dólares el metro cuadrado y el precio del cristal a medida con forma circular viene dado por la función $C(R) = 150R^2$. (Es decir que un círculo de cristal de radio 1 metro va a costar 150 dólares).

Se quiere que la mesa tenga una superficie total de 6 metros cuadrados y que $\frac{1}{2} \leq R \leq 1$.

Indicar el valor de la medida L (en metros) de forma que el costo de la mesa sea mínimo.

A) $L = \frac{1}{5}$
B) $L = \frac{3-2\pi}{2}$
C) $L = \frac{1}{4}$
D) $L = \frac{6-\pi}{2}$
E) $L = \frac{2}{3}$
F) $L = \frac{1}{2}$

Ejercicio 7

La integral $\displaystyle\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{x}{\sqrt{1+2x}} \mathrm{d}x$ vale:

A) $-\frac{2}{3}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $-\frac{3}{16}$
D) $\frac{3}{4}$
E) $-\frac{3}{4}$
F) $\frac{3}{16}$

Ejercicio 8

La integral $\displaystyle\int_1^2 x^2 \log(x) \mathrm{d}x$ vale:

A) $\frac{8}{3}\log(2) - \frac{7}{9}$
B) $\frac{8}{3}\log(2) - 3$
C) $\frac{8}{3}\log(2) - \frac{8}{9}$
D) $\frac{8}{3}\log(2) - \frac{10}{9}$
E) $4\log(2) - 2$
F) $4\log(2)$

Ejercicio 9

La integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{5x+3}{x^2+4}\mathrm{d}x$ vale:

A) $\frac{5}{2}\log(\frac{5}{4}) + 3\arctan(1)$

B) $5\log(\frac{5}{4}) + 3\arctan(1)$

C) $\frac{5}{2}\log(\frac{5}{4}) + \frac{3}{2}\arctan(\frac{1}{2})$

D) $\frac{3}{2}\arctan(\frac{1}{2})$

E) $\frac{5}{2}\log(\frac{5}{4})$

F) $\frac{3}{2}\arctan(1)$

Ejercicio 10

Sea $p_n(f,0)(x)$ el polinomio de Taylor de orden n de la función $f(x) = \sin(x)$ alrededor de 0. ¿Cuál es el mínimo n para el cual podemos afirmar que $|\sin(1) - p_n(f,0)(1)| < \frac{1}{10}$?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

F) 6
