Prueba final presencial

Curso primer semestre 2020

N^o de prueba	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Respuestas PARTE A

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5
B	C	A	C	B
Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10
D	B	E	A	A

Respuestas PARTE B

Ej. 1	Ej. 2
B	F

Importante

- **La prueba de 70 puntos consiste sólo de la Parte A.** Cada ejercicio vale 7 puntos.
- **La prueba de 100 puntos consiste de las Partes A y B.** Cada ejercicio de la Parte A vale 8 puntos, y cada ejercicio de la parte B vale 10 puntos.
- Se entrega únicamente esta hoja.
- Las respuestas incorrectas no restan puntos.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- La prueba de 70 puntos dura dos horas y media, y la de 100 puntos dura tres horas.
- Se debe verificar que todas las hojas tengan el mismo número de versión en la parte superior derecha de la hoja.

PARTE A

Ejercicios 1 a 10

Ejercicio 1

Calcular $f'(0)$ donde $f(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x+4}\right)$.

(A) $1/5$
(B) $3/17$
(C) $-1/13$
(D) $1/25$
(E) $1/15$
(F) $-3/29$

Ejercicio 2

Calcular $\int_1^2 (4x-3)\log(x)dx$.

(A) $2\log(2)-\frac{1}{2}$
(B) $6\log(2)-\frac{5}{2}$
(C) $2\log(2)$
(D) $6\log(2)-2$
(E) $2\log(2)+\frac{1}{2}$
(F) $6\log(2)-\frac{3}{2}$

Ejercicio 3

Calcular $\int_0^{\log(2)} \frac{e^x}{e^x+1}dx$.

(A) $\log(3)-\log(2)$
(B) $2\log(4)-2\log(3)$
(C) $3\log(5)-3\log(4)$
(D) $4\log(6)-4\log(5)$
(E) $5\log(7)-5\log(6)$
(F) $6\log(8)-6\log(7)$

Ejercicio 4

Calcular $p(1)$ donde p es el polinomio de Taylor de grado 3 en $x=0$ de la función $f(x) = \arctan(3x)$.

(A) $2/3$
(B) $-2/3$
(C) -6
(D) $-52/3$
(E) $-110/3$
(F) -66

Ejercicio 5

Calcular $\lim_{x\to 1} \frac{3x^3-2x^2-1}{4x^3-3x^2-1}$.

(A) 5/4 (C) 5/8 (E) 7/6

(B) 5/6 (D) 7/4 (F) 7/8

Ejercicio 6

Calcular el valor mínimo alcanzado por la función $f(x) = 16x^3 - 24x^2 - 36x + 22$ el intervalo $[0,1]$.

(A) 32 (C) 22 (E) 33

(B) -32 (D) -22 (F) -33

Ejercicio 7

Consideremos la función $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 12x^2 + 1 & \text{si} \quad x \leq 1/2 \\ -2x + 5 & \text{si} \quad x > 1/2 \end{cases}$$

y la partición P que divide al intervalo $[0,1]$ en tres partes iguales. Entonces la suma superior $S(f,P)$ vale:

(A) 10. (C) 5. (E) 7.

(B) 10/3. (D) 5/3. (F) 7/2.

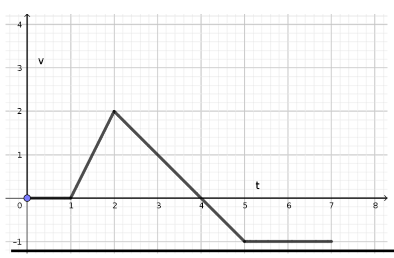
Ejercicio 8

El perro “Manchita” pasea a lo largo de un sendero recto, y la gráfica de la figura muestra su velocidad en m/s. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) En los primeros tres segundos, Manchita nunca retrocede.

(II) El paseo termina en el mismo lugar donde empezó.

(III) Si $x(t)$ es la posición de Manchita en tiempo t (medida en metros a partir de su posición inicial), x es una función derivable.

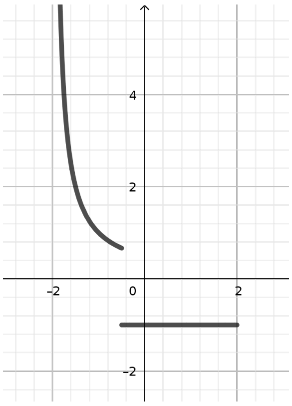


Entonces:

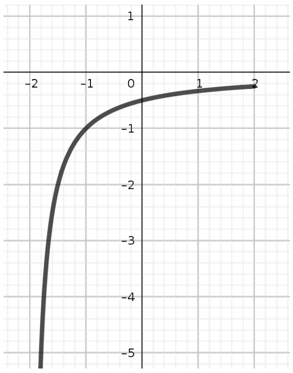
(A) Todas las afirmaciones son verdaderas.
(B) Sólo la afirmación II es verdadera.
(C) Sólo la afirmación III es verdadera.
(D) Sólo la afirmación I es falsa.
(E) Sólo la afirmación II es falsa
(F) Todas las afirmaciones son falsas.

Ejercicio 9

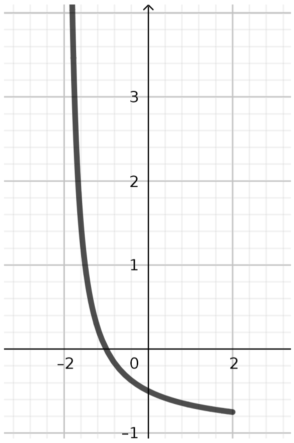
Se sabe que $f : (-2,2) \to \mathbb{R}$ es una función no acotada, con un solo punto de discontinuidad, que nunca se anula y tal que $\int_0^1 f(x)\,dx < 0$. Una de las de abajo es la gráfica de f. ¿Cuál es?



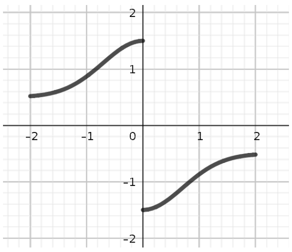
(A)



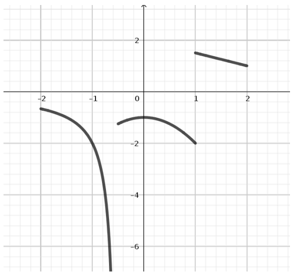
(B)



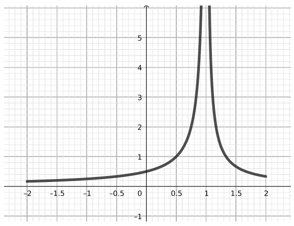
(C)



(D)



(E)



(F)

Ejercicio 10

Sea $f : [0,3] \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(0) = 8$, $f(3) = 2$ y f alcanza su máximo absoluto en un único punto que es $x = 1$. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) Existe $y \in (0,3)$ tal que $f(y) = 5$.

(II) f es inyectiva.

(III) La imagen del intervalo $[0,3]$ por la función f es el intervalo $[2,8]$.

Entonces:

(A) Sólo la afirmación I es verdadera.

(B) Sólo la afirmación II es verdadera.

(C) Las tres afirmaciones son verdaderas.

(D) Sólo la afirmación I es falsa.

(E) Sólo la afirmación II es falsa.

(F) Sólo la afirmación III es falsa.

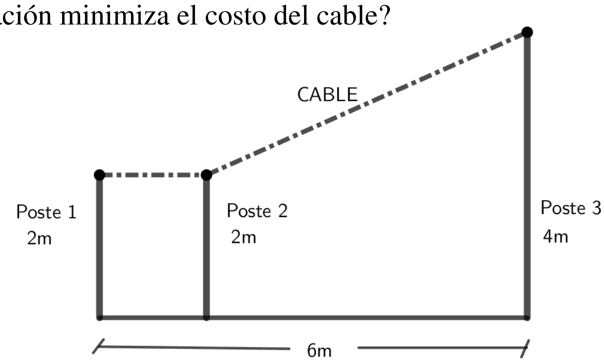
PARTE B

Ejercicios 11 y 12

Ejercicio 11

En el escenario del Circo del Sol, hay tres postes alineados. Los primeros dos postes tienen una altura de $2m$, y el último una altura de $4m$. El primer y el tercer poste están a $6m$ de distancia. Los postes están unidos por cable de acero, como muestra la figura. El cable entre el primer y segundo poste le cuesta al circo un dólar por metro, y el que usan entre el segundo y tercer poste cuesta dos dólares por metro. ¿Qué distancia hay entre el segundo y el tercer poste si se sabe que la instalación minimiza el costo del cable?

(A) $\sqrt{2}m$.
(B) $\frac{2}{\sqrt{3}}m$.
(C) $2m$.
(D) $\sqrt{5}m$.
(E) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}m$.
(F) $\sqrt{7}m$.



Ejercicio 12

Consideremos la función $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 2x - 1$. Sea **s** el segmento en el plano cartesiano que une los puntos $(0, f(0))$ y $(1, f(1))$. Hallar un punto $c \in [0,1]$ tal que la tangente a la gráfica de f por el punto $(c, f(c))$ sea paralela a **s**. Dicha recta tangente es:

(A) $y = 3x$
(B) $y = 3x - \frac{1}{2}$
(C) $y = -3x$
(D) $y = -3x + \frac{1}{2}$
(E) $y = 3x + \frac{1}{2}$
(F) $y = 3x - \frac{5}{4}$