

Cálculo diferencial e integral en una variable

Examen – Julio de 2019

17 de julio de 2019

Nº Examen	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

La duración del examen es de cuatro horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Sugerencia: tenga cuidado al pasar las respuestas

Para los ejercicios de respuesta corta, lo completado en el espacio correspondiente será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir

Los ejercicios de desarrollo deben ser entregados aparte, en hojas en las que deben aparecer su nombre y su cédula

Ejercicios: Respuesta corta (Total: 30 puntos)

1. (15 puntos) El valor de $a \geq 0$ que hace que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^2 + ax + 1) - \frac{x^2}{2} - ax}{x^2} = -\frac{1}{2}$$

es:

2. (15 puntos) Una primitiva de la función $f(x) = \frac{\cos^2(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$ es:

SOLO PARA USO DOCENTE

C1	C2	D1	D2	D3	Total

Ejercicios de desarrollo (Total: 70 puntos).

Recordatorio: está prohibido usar lápiz para escribir el texto de la respuesta. Única excepción: se podrá usar lápiz para trazar figuras. A la hora de corregir, sólo se tendrá en cuenta el texto escrito con tinta, y todo texto escrito con lápiz será ignorado por el corrector.

Ejercicio 1. (20 puntos)

Se quiere diseñar un edificio con forma de prisma rectangular. Debe tener una altura de 3 m, y un volumen de 960 m^3 . El techo y el piso se construirán de hormigón. Tres de las paredes también serán de hormigón, mientras que la cuarta se construirá de vidrio. El constructor cobra por metro cuadrado construido. Si el costo por metro cuadrado de vidrio es una vez y media el costo por metro cuadrado de hormigón, hallar las dimensiones del edificio que hacen que el costo de construcción sea mínimo.

Ejercicio 2. (20 puntos)

(a) Demostrar que si $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua tal que $f(a) \cdot f(b) < 0$, entonces tiene al menos una raíz.

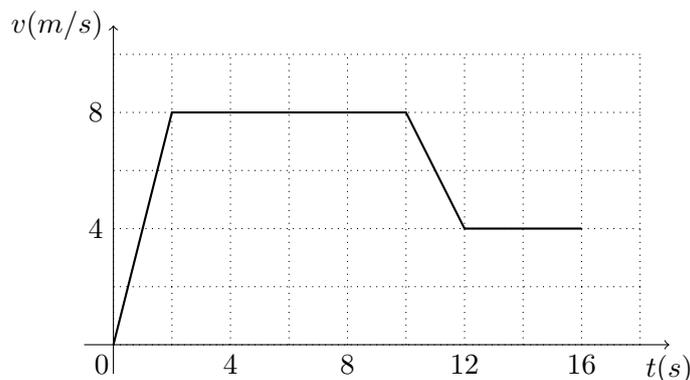
Notas: Se deben enunciar (pero no demostrar) todos los resultados que se utilicen. Estamos pidiendo la demostración del teorema de Bolzano; por lo tanto, no se puede usar ese teorema para probar esta parte.

(b) Probar que existe al menos un $x \in \mathbb{R}$ que verifica:

$$x^{89} + \frac{300}{2 + x^4 + \cos^2(x)} = 543$$

Ejercicio 3. (30 puntos)

La figura representa la gráfica de una función continua $v : [0, 16] \rightarrow \mathbb{R}$. Es la función velocidad de un monopatín verde que pasó por la senda Nelson Landoni, que va desde Julio Herrera y Reissig hasta el Parque Rodó, pasando frente al Aulario.



(a) Hallar una partición P de $[0, 16]$ de modo que $S^*(v, P) - S_*(v, P) < 25$, justificando la respuesta.

(b) ¿Qué distancia recorrió el monopatín?

(c) Si el monopatín partió de Julio Herrera y Reissig en $t = 0$ y la puerta del Aulario está a 32 metros, ¿en qué instante t pasó por la puerta del Aulario?

Nota: $S^*(v, P)$ y $S_*(v, P)$ indican, respectivamente, la suma superior e inferior de la función v respecto a la partición P .