Resolución de ejercicio 0.3.4 parte a)

Tenemos la siguiente ecuación de una elipse:

$$x^2 - 2x + 4y^2 - 3 = 0,$$

y queremos escribirla de la siguiente forma

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1.$$

De ese modo, quedan visibles los elementos buscados: el centro es (α, β), y los diámetros, $2a$ y $2b$. Para reescribir la ecuación, primero completamos cuadrados. Notemos primero que $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$. Podemos pues reescribir nuestra ecuación como

$$(x-1)^2 - 1 + 4y^2 - 3 = 0.$$

O, equivalentemente

$$(x-1)^2 + 4y^2 = 4.$$

Dividiendo todo entre 4, tenemos

$$\frac{(x-1)^2}{2^2} + y^2 = 1.$$

Por lo tanto tenemos que $\alpha = 1$, $\beta = 0$ (y por lo tanto el centro es $(1,0)$), $a = 2$, y $b = 1$, con lo que los diámetros mayor y menor son 4 y 1 respectivamente.

Ejercicio de verificación: Visualizar en GeoGebra o similar.